



**Instrucciones:**

- Duración:** 1 hora y 30 minutos.
- Tienes que **elegir** entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**.
- La puntuación de cada pregunta está indicada en las mismas.
- Contesta de forma razonada y escribe ordenadamente y con letra clara.
- Puedes usar calculadora (puede ser programable o tener pantalla gráfica), pero todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

**Opción A**

**Ejercicio 1.** Considera la integral definida  $I = \int_1^9 \frac{1}{1 + \sqrt{x}} dx$ .

- [1'5 puntos] Expresa la anterior integral definida aplicando el cambio de variables  $1 + \sqrt{x} = t$ .
- [1 punto] Calcula  $I$ .

**Ejercicio 2.**

- [1 punto] Halla la ecuación de la recta tangente a la parábola  $y = x^2$  que es paralela a la recta  $-4x + y + 3 = 0$ .
- [1'5 puntos] Halla las ecuaciones de las rectas tangentes a la parábola  $y = x^2$  que pasan por el punto  $(2, 0)$ .

**Ejercicio 3.** Denotamos por  $M^t$  a la matriz transpuesta de una matriz  $M$ .

- [1 punto] Sabiendo que  $A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$  y que  $\det(A) = 4$ , calcula los siguientes determinantes:

$$\det(-3A^t) \quad \text{y} \quad \begin{vmatrix} 2b & 2a \\ -3d & -3c \end{vmatrix}.$$

- [0'75 puntos] Sea  $I$  la matriz identidad de orden 3 y sea  $B$  una matriz cuadrada tal que  $B^3 = I$ . Calcula  $\det(B)$ .
- [0'75 puntos] Sea  $C$  una matriz cuadrada tal que  $C^{-1} = C^t$ . ¿Puede ser  $\det(C) = 3$ ? Razona la respuesta.

**Ejercicio 4.** [2'5 puntos] Halla la distancia entre las rectas

$$r \equiv \begin{cases} x = 0 \\ y - 1 = \frac{z - 2}{-3} \end{cases} \quad \text{y} \quad s \equiv \begin{cases} x - 1 = 1 - z \\ y = 0. \end{cases}$$



**Instrucciones:**

- a) **Duración:** 1 hora y 30 minutos.
- b) Tienes que **elegir** entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**.
- c) La puntuación de cada pregunta está indicada en las mismas.
- d) Contesta de forma razonada y escribe ordenadamente y con letra clara.
- e) Puedes usar calculadora (puede ser programable o tener pantalla gráfica), pero todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

**Opción B**

**Ejercicio 1.** Sea  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  la función definida por  $f(x) = -\frac{1}{3}x^2 + \frac{2}{3}x + 1$ .

- (a) [1 punto] Halla la ecuación de la recta tangente a la gráfica de  $f$  en un punto de la misma de ordenada  $y = 1$ , teniendo en cuenta que dicha recta tangente tiene pendiente negativa.
- (b) [1'5 puntos] Calcula el área de la región del plano limitada por la gráfica de  $f$ , la recta tangente obtenida y el eje de ordenadas.

**Ejercicio 2.** [2'5 puntos] Se quiere fabricar una caja abierta de chapa con base cuadrada y con 32 litros de capacidad. Halla las dimensiones de la caja que precisa la menor cantidad de chapa.

**Ejercicio 3.** Considera el sistema de ecuaciones

$$\left. \begin{array}{l} mx + 2y + z = 2 \\ x + my = m \\ 2x + mz = 0 \end{array} \right\}.$$

- (a) [0'5 puntos] Determina los valores de  $m$  para los que  $x = 0$ ,  $y = 1$  y  $z = 0$  es solución del sistema.
- (b) [1 punto] Determina los valores de  $m$  para los que el sistema es incompatible.
- (c) [1 punto] Determina los valores de  $m$  para los que el sistema tiene infinitas soluciones.

**Ejercicio 4.** [2'5 puntos] Considera los puntos  $P(6, -1, -10)$ ,  $Q(0, 2, 2)$  y  $R$ , que es el punto de intersección del plano  $\pi \equiv 2x + \lambda y + z - 2 = 0$  y la recta

$$r \equiv \begin{cases} x + y + z - 1 = 0 \\ y = 1. \end{cases}$$

Determina  $\lambda$  sabiendo que los puntos  $P$ ,  $Q$  y  $R$  están alineados.