EMESTRADA
EXÁMENES DE SELECTIVIDAD

PROBLEMAS RESUELTOS
SELECTIVIDAD ANDALUCÍA
2012

MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CIENCIAS SOCIALES

TEMA 1: MATRICES

- Junio, Ejercicio 1, Opción B
- Reserva 1, Ejercicio 1, Opción A
- Reserva 2, Ejercicio 1, Opción B
- Reserva 3, Ejercicio 1, Opción A
- Reserva 4, Ejercicio 1, Opción A
- Septiembre, Ejercicio 1, Opción B

EMESTRADA
EXÁMENES DE SELECTIVIDAD

Sea la matriz $A=\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}$.

a) Resuelva la ecuación matricial $A\cdot X + A^t = I_2$.

b) ¿Qué requisitos mínimos debe cumplir una matriz B para que pueda efectuarse el producto $A\cdot B$?.

c) ¿Y para el producto $3\cdot B\cdot A$?.

SOCIALES II. 2012 JUNIO. EJERCICIO 1. OPCION B

R E S O L U C I Ó N

a)

$$A\cdot X + A^t = I_2 \Rightarrow \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & -1 \end{pmatrix} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{pmatrix} a-c & b-d \\ 2a-c & 2b-d \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & -2 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} \Rightarrow \left.\begin{matrix} a-c=0 \\ 2a-c=1 \\ b-d=-2 \\ 2b-d=2 \end{matrix}\right\} \Rightarrow a=1\,;\ b=4\,;\ c=1\,;\ d=6$$

Luego, la matriz es $X=\begin{pmatrix} 1 & 4 \\ 1 & 6 \end{pmatrix}$

b) Como la matriz A es (2,2), la matriz B debe de tener 2 filas, es decir, de orden (2,m).

c) Como la matriz A es (2,2), la matriz B debe de tener 2 columnas, es decir, de orden (m,2).

Sean las matrices $A=\begin{pmatrix}-1 & -6\\ 2 & 4\end{pmatrix}$ **;** $B=\begin{pmatrix}-1 & 1 & 2\\ 1 & 0 & -1\end{pmatrix}$ **y** $C=\begin{pmatrix}a & 0 & 1\\ 3 & -1 & b\end{pmatrix}$**.**

a) Halle los valores de a y b para que se verifique $B\cdot C^t=A$**.**

b) Resuelva la ecuación matricial $A\cdot X-A^2=I_2$**.**

SOCIALES II. 2012. RESERVA 1. EJERCICIO 1. OPCION A

R E S O L U C I Ó N

a)

$$B\cdot C^t=A\Rightarrow\begin{pmatrix}-1 & 1 & 2\\ 1 & 0 & -1\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}a & 3\\ 0 & -1\\ 1 & b\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-1 & -6\\ 2 & 4\end{pmatrix}\Rightarrow$$

$$\Rightarrow\begin{pmatrix}-a+2 & -3-1+2b\\ a-1 & 3-b\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-1 & -6\\ 2 & 4\end{pmatrix}\Rightarrow\left.\begin{array}{r}-a+2=-1\\ -4+2b=-6\\ a-1=2\\ 3-b=4\end{array}\right\}\Rightarrow a=3\ ;\ b=-1$$

b)

$$A\cdot X-A^2=I_2\Rightarrow\begin{pmatrix}-1 & -6\\ 2 & 4\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}a & b\\ c & d\end{pmatrix}-\begin{pmatrix}-1 & -6\\ 2 & 4\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}-1 & -6\\ 2 & 4\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}\Rightarrow$$

$$\Rightarrow\begin{pmatrix}-a-6c & -b-6d\\ 2a+4c & 2b+4d\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-11 & -18\\ 6 & 4\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}\Rightarrow\left.\begin{array}{l}-a-6c=-10\\ 2a+4c=6\\ -b-6d=-18\\ 2b+4d=5\end{array}\right\}\Rightarrow a=-\frac{1}{2}\ ;\ b=-\frac{21}{4}\ ;\ c=\frac{7}{4}\ ;\ d=\frac{31}{8}$$

Los alumnos de 2º Bachillerato organizan una venta de pasteles para el viaje de fin de curso. Venden pasteles grandes, que necesitan 2 huevos, 5 terrones de azúcar y 100 g de harina cada uno, y pasteles pequeños, que necesitan 1 huevo, 3 terrones de azúcar y 80 g de harina cada uno.
a) Presente en una matriz *M*, de dimensión 3x2, las cantidades de los elementos necesarios para la elaboración de un pastel grande y uno pequeño.
b) Si desean fabricar 20 pasteles de una clase y 30 de otra, escriba las dos matrices columna, *A* (20 grandes y 30 pequeños) y *B* (30 grandes y 20 pequeños) que representan este reparto.
c) Calcule los productos *M·A* y *M·B* e indique si con 8 docenas de huevos, 200 terrones de azúcar y 5 Kg de harina se pueden elaborar 20 pasteles grandes y 30 pequeños. ¿Y 30 grandes y 20 pequeños?.
SOCIALES II. 2012 RESERVA 2. EJERCICIO 1. OPCION B

R E S O L U C I Ó N

a) La matriz que nos piden es:

$$M = \begin{array}{c c} & \begin{array}{cc} g & p \end{array} \\ \begin{array}{c} H \\ A \\ Ha \end{array} & \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 5 & 3 \\ 100 & 80 \end{pmatrix} \end{array}$$

b) Las matrices que nos piden son: $A = \begin{array}{c} g \\ p \end{array} \begin{pmatrix} 20 \\ 30 \end{pmatrix}$ y $B = \begin{array}{c} g \\ p \end{array} \begin{pmatrix} 30 \\ 20 \end{pmatrix}$

c) Calculamos los productos de matrices:

$$M \cdot A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 5 & 3 \\ 100 & 80 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 20 \\ 30 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 70 \\ 190 \\ 4400 \end{pmatrix}$$

$$M \cdot B = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 5 & 3 \\ 100 & 80 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 30 \\ 20 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 80 \\ 210 \\ 4600 \end{pmatrix}$$

Tenemos 8 docenas de huevos $= 8 \cdot 12 = 96$ huevos; 200 terrones de azúcar y 5.000 g de harina.

Vemos que podemos elaborar 20 pasteles grandes y 30 pequeños. No se pueden elaborar 30 grandes y 20 pequeños, ya que nos faltarían terrones de azúcar.

Halle la matriz X que verifique la ecuación matricial $A^2 \cdot X = A - B \cdot C$, siendo *A*, *B* y *C* las matrices:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 2 \end{pmatrix} \; ; \; B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ -1 & 1 & 4 \end{pmatrix} \text{ y } C = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ -1 & 1 \\ 2 & 0 \end{pmatrix}.$$

SOCIALES II. 2012. RESERVA 3. EJERCICIO 1. OPCION A

R E S O L U C I Ó N

$$A^2 \cdot X = A - B \cdot C \Rightarrow \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 2 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ -1 & 1 & 4 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ -1 & 1 \\ 2 & 0 \end{pmatrix} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{pmatrix} a+3c & b+3d \\ 4c & 4d \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -8 & 1 \end{pmatrix} \Rightarrow \left. \begin{array}{r} a+3c=0 \\ 4c=-8 \\ b+3d=1 \\ 4d=1 \end{array} \right\} \Rightarrow a=6 \; ; \; b=\frac{1}{4} \; ; \; c=-2 \; ; \; d=\frac{1}{4}$$

Una empresa vende tres artículos diferentes *A*, *B* y *C*, cada uno de ellos en dos formatos, grande y normal. En la matriz *F* se indican las cantidades de los tres artículos, en cada uno de los dos formatos, que ha vendido la empresa en un mes. En la matriz *G* se indican las ganancias, en euros, que obtiene la empresa por cada unidad que ha vendido de cada artículo en cada formato.

$$F = \begin{array}{c} \\ grande \\ normal \end{array} \begin{array}{c} \begin{array}{ccc} A & B & C \end{array} \\ \begin{pmatrix} 100 & 150 & 80 \\ 200 & 250 & 140 \end{pmatrix} \end{array} \qquad G = \begin{array}{c} \\ grande \\ normal \end{array} \begin{array}{c} \begin{array}{ccc} A & B & C \end{array} \\ \begin{pmatrix} 6 & 8 & 5 \\ 4 & 5 & 3 \end{pmatrix} \end{array}$$

a) Efectúe los productos $F^t \cdot G$ y $F \cdot G^t$
b) Indique en qué matriz se pueden encontrar las ganancias que ha recibido la empresa en ese mes por el total de las unidades vendidas de cada uno de los tres artículos y especifique cuáles son esas ganancias.
c) Indique en qué matriz se pueden encontrar las ganancias que ha recibido la empresa en ese mes por el total de las unidades vendidas en cada uno de los dos formatos, especifique cuáles son esas ganancias y halle la ganancia total.
SOCIALES II. 2012 RESERVA 4. EJERCICIO 1. OPCION A

R E S O L U C I Ó N

a) Calculamos los productos:

$$F^t \cdot G = \begin{pmatrix} 100 & 200 \\ 150 & 250 \\ 80 & 140 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 6 & 8 & 5 \\ 4 & 5 & 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1400 & 1800 & 1100 \\ 1900 & 2450 & 1500 \\ 1040 & 1340 & 820 \end{pmatrix}$$

$$F \cdot G^t = \begin{pmatrix} 100 & 150 & 80 \\ 200 & 250 & 140 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 6 & 4 \\ 8 & 5 \\ 5 & 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2200 & 1390 \\ 3900 & 2470 \end{pmatrix}$$

b) Las ganancias de cada uno de los tres artículos es la diagonal de la matriz $F^t \cdot G$

1400 € del artículo A
2450 € del artículo B
820 € del artículo C

c) Las ganancias de cada uno de los formatos es la diagonal de la matriz $F \cdot G^t$

2200 € del formato grande
2470 € del formato normal

Una fábrica produce dos tipos de productos, A y B, que distribuye a tres clientes. En el mes de enero el primer cliente compró 9 unidades de A y 5 de B, el segundo cliente 3 de A y 7 de B, y el tercer cliente 4 de A y 6 de B.
En el mes de febrero el primer cliente y el segundo duplicaron las compras del mes anterior, y el tercer cliente compró de cada producto una unidad más de las que compró en enero. En marzo el primer cliente no compró nada, y el segundo y el tercero compraron lo mismo que en febrero.
a) Para cada mes construya la matriz de dimensión 3x2 correspondiente a las compras de ese mes.
b) Calcule la matriz de compras del trimestre.
c) Si los precios de los productos A y B son, respectivamente, 80 y 100 euros, calcule lo que factura la fábrica en el primer trimestre, por cada cliente y en total.
SOCIALES II. 2012 SEPTIEMBRE EJERCICIO 1. OPCION B

R E S O L U C I Ó N

a) Las matrices de compras son:

$$E = \begin{array}{c c} & \begin{array}{cc} A & B \end{array} \\ \begin{array}{c} C_1 \\ C_2 \\ C_3 \end{array} & \begin{pmatrix} 9 & 5 \\ 3 & 7 \\ 4 & 6 \end{pmatrix} \end{array} \qquad F = \begin{array}{c c} & \begin{array}{cc} A & B \end{array} \\ \begin{array}{c} C_1 \\ C_2 \\ C_3 \end{array} & \begin{pmatrix} 18 & 10 \\ 6 & 14 \\ 5 & 7 \end{pmatrix} \end{array} \qquad M = \begin{array}{c c} & \begin{array}{cc} A & B \end{array} \\ \begin{array}{c} C_1 \\ C_2 \\ C_3 \end{array} & \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 6 & 14 \\ 5 & 7 \end{pmatrix} \end{array}$$

b) La matriz de compras del trimestre es:

$$T = E + F + M = \begin{array}{c c} & \begin{array}{cc} A & B \end{array} \\ \begin{array}{c} C_1 \\ C_2 \\ C_3 \end{array} & \begin{pmatrix} 27 & 15 \\ 15 & 35 \\ 14 & 20 \end{pmatrix} \end{array}$$

c) La matriz de los precios es: $P = \begin{array}{c c} \begin{array}{c} A \\ B \end{array} & \begin{pmatrix} 80 \\ 100 \end{pmatrix} \end{array}$

Lo que factura la fábrica es:

$$T \cdot P = \begin{pmatrix} 27 & 15 \\ 15 & 35 \\ 14 & 20 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 80 \\ 100 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3660 \\ 4700 \\ 3120 \end{pmatrix}$$

Luego, lo que factura la fábrica al primer cliente es 3660 €, al segundo 4700 € y al tercero 3120 €.
En total, factura: $3660 + 4700 + 3120 = 11480$ €