



Instrucciones: a) **Duración: 1 hora y 30 minutos.**

- b) Tienes que **elegir** entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**.
- c) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, ni gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.
- d) En la puntuación máxima de cada ejercicio están contemplados 0,25 puntos para valorar la expresión correcta de los procesos y métodos utilizados.

Opción A

Ejercicio 1.- Se considera la función $f: (-2\pi, 2\pi) \rightarrow \mathbb{R}$ definida por

$$f(x) = \frac{\cos(x)}{2 + \cos(x)}$$

(a) [1,5 puntos] Calcula sus intervalos de crecimiento y de decrecimiento.

(b) [1 punto] Halla sus máximos y mínimos relativos (abscisas en los que se obtienen y valores que se alcanzan).

Ejercicio 2.- Sea f la función definida por $f(x) = \frac{x^4}{x^2 - 1}$ para $x \neq 1, -1$.

(a) [2 puntos] Halla todas las funciones primitivas de f .

(b) [0,5 puntos] Calcula la primitiva que pasa por $(2, 0)$.

Ejercicio 3.- Considera la matriz $A = \begin{pmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{pmatrix}$ de la que se sabe que tiene determinante 5.

(a) [1,75 puntos] Calcula, indicando las propiedades que utilices, los determinantes de las matrices siguientes:

$$3A \quad \text{y} \quad \begin{pmatrix} 2a & d + 3a & g \\ 2b & e + 3b & h \\ 2c & f + 3c & i \end{pmatrix}.$$

(b) [0,75 puntos] Si B es otra matriz cuadrada de orden 3 y tiene determinante 4, calcula, indicando también las propiedades que utilices, el determinante de la matriz BA^{-1} .

Ejercicio 4.- Sea r la recta que pasa por el punto $P(2, -2, -1)$ con vector director $\vec{v} = (k, 3 + k, -2k)$ y sea π el plano de ecuación $-x + 2y + 2z - 1 = 0$.

(a) [0,5 puntos] Calcula el valor de k para que r sea paralela a π .

(b) [0,5 puntos] Calcula el valor de k para que r sea perpendicular a π .

(c) [1,5 puntos] Para $k = -1$, calcula los puntos de r que distan 3 unidades de π .



Instrucciones: a) Duración: 1 hora y 30 minutos.

- b) Tienes que **elegir** entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**.
- c) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, ni gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.
- d) En la puntuación máxima de cada ejercicio están contemplados 0,25 puntos para valorar la expresión correcta de los procesos y métodos utilizados.

Opción B

Ejercicio 1.- [2,5 puntos] Se sabe que la gráfica de la función $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, dada por

$$f(x) = 2x^3 + ax^2 + bx + c,$$

tiene un punto de inflexión para $x = 1$ y que la ecuación de la recta tangente a dicha gráfica en ese punto es $y = -6x + 6$. Calcula a , b y c .

Ejercicio 2.- Considera las funciones $f, g: [-\pi, \pi] \rightarrow \mathbb{R}$ definidas por $f(x) = \cos(x)$ y $g(x) = \sin(x)$.

(a) [1 punto] Esboza sus gráficas en unos mismos ejes coordenados y calcula sus puntos de corte.

(b) [1,5 puntos] Calcula el área del recinto delimitado por las gráficas de f y de g en el intervalo $\left[-\frac{3\pi}{4}, \frac{\pi}{4}\right]$.

Ejercicio 3.- Dadas las matrices $A = \begin{pmatrix} a & 1 & 1 \\ 1 & a & 1 \\ 1 & 1 & a \end{pmatrix}$ y $X = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$

(a) [1,5 puntos] Encuentra los valores de a para los que el sistema dado por $AX = 2X$ tiene infinitas soluciones.

(b) [1 punto] Para $a = 0$, si es posible, resuelve $AX = 2X$.

Ejercicio 4.- Considera el punto $P(-5, 3, 1)$ y la recta $r \equiv \frac{x}{2} = \frac{y-3}{2} = \frac{z-2}{-1}$.

(a) [1 punto] Calcula la ecuación general del plano que pasa por P y contiene a r .

(b) [1,5 puntos] Calcula la ecuación de la recta que pasa por P y corta perpendicularmente a r .