EMESTRADA
EXÁMENES DE SELECTIVIDAD

PROBLEMAS RESUELTOS
SELECTIVIDAD ANDALUCÍA
2018

MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CIENCIAS SOCIALES

TEMA 3: PROGRAMACIÓN LINEAL

- Junio, Ejercicio 1, Opción A
- Reserva 1, Ejercicio 1, Opción A
- Reserva 2, Ejercicio 1, Opción A
- Reserva 3, Ejercicio 1, Opción A
- Reserva 4, Ejercicio 1, Opción B
- Septiembre, Ejercicio 1, Opción A

a) Plantee, sin resolver, las restricciones de este problema e indique la función a optimizar. “Un ganadero alimenta a sus ovejas con maíz y pienso. Cada kilogramo de maíz aporta 600 g de hidratos de carbono y 200 g de proteínas, mientras que cada kilogramo de pienso aporta 300 g de hidratos de carbono y 600 g de proteínas. Cada oveja necesita diariamente como mínimo 1800 g de hidratos de carbono y 2400 g de proteínas. Si 1 kg de maíz cuesta 0’50 euros y 1 kg de pienso cuesta 0’25 euros, calcule cuantos kilogramos de cada producto tendría que comprar el ganadero para alimentar cada día a una oveja con un gasto mínimo.”

b) Represente el recinto limitado por las siguientes restricciones, calculando sus vértices

$$x \geq 0 \quad ; \quad x \leq 2y + 2 \quad ; \quad x + y \leq 5$$

Calcule el máximo de $F(x,y) = 4x + 3y$ en dicho recinto, así como el punto donde se alcanza.

SOCIALES II. 2018 JUNIO. EJERCICIO 1 OPCIÓN A

R E S O L U C I Ó N

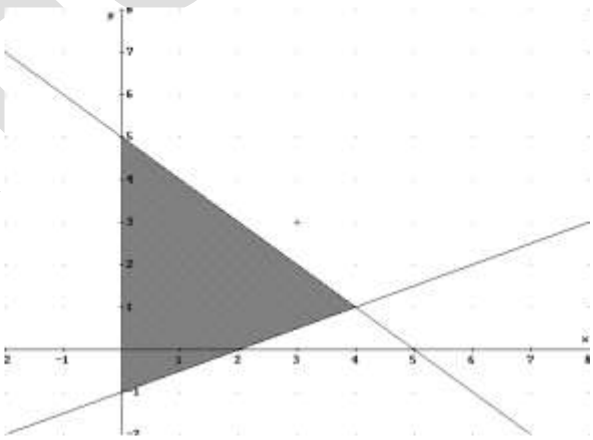
a) Lo primero que hacemos es plantear el sistema de inecuaciones que define el problema. Para ello vamos a poner en una tabla los datos del problema.

	Hidratos de carbono	Proteínas	Precio
x = Maíz	600 g	200 g	0’5 €
y = Pienso	300 g	600 g	0’25 €
Total	1800 g	2400 g	

Las inecuaciones del problema son: $\left.\begin{array}{r} 600x + 300y \geq 1800 \\ 200x + 600y \geq 2400 \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{array}\right\}$

La función que tenemos que maximizar es: $F(x,y) = 0'5x + 0'25y$.

b) Dibujamos el recinto y calculamos sus vértices.



Los vértices del recinto son los puntos: $A = (0,-1)$; $B = (4,1)$; $C = (0,5)$

Calculamos los valores que toma la función $F(x,y) = 4x + 3y$ en dichos puntos

$$F(A) = F(0,-1) = -3$$
$$F(B) = F(4,1) = 19$$
$$F(C) = F(0,5) = 15$$

Luego vemos que el máximo se alcanza en el punto $B = (4,1)$ y vale 19.

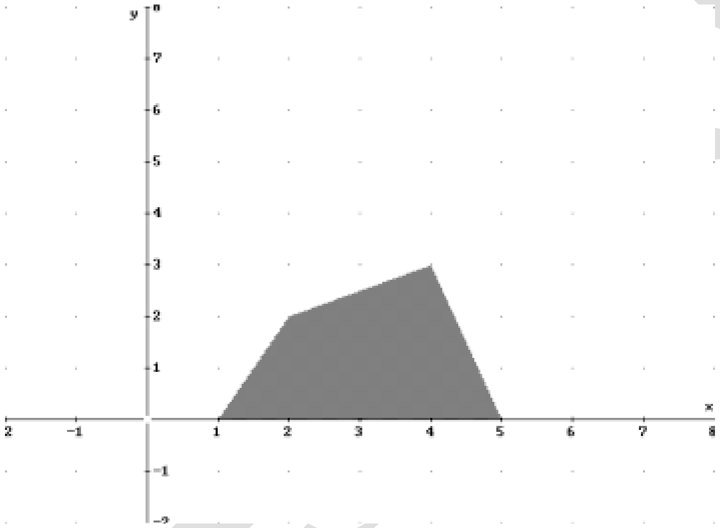
Se considera la región definida por las siguientes inecuaciones:

$$2x - y \geq 2 \quad -x + 2y \leq 2 \quad 3x + y \leq 15 \quad y \geq 0$$

a) Represéntala gráficamente y determine sus vértices.
b) Indique razonadamente si el punto $(3,3)$ pertenece a dicha región
c) ¿En qué puntos de la región anterior la función $F(x,y) = 3x - 2y$ alcanza los valores máximo y mínimo y cuáles son éstos?.
SOCIALES II. 2018 RESERVA 1. EJERCICIO 1. OPCIÓN A

R E S O L U C I Ó N

a) Lo primero que hacemos es dibujar el recinto y calcular los vértices del mismo



Los vértices del recinto son los puntos: $A = (1,0)$; $B = (5,0)$; $C = (4,3)$; $D = (2,2)$.

b) El punto $(3,3)$ pertenece a la región factible si verifica las inecuaciones.

$$2x - y \geq 2 \Rightarrow 3 \geq 2 \Rightarrow Cierto$$
$$-x + 2y \leq 2 \Rightarrow 3 \leq 2 \Rightarrow Falso$$
$$3x + y \leq 15 \Rightarrow 12 \leq 15 \Rightarrow Cierto$$
$$y \geq 0 \Rightarrow 3 \geq 0 \Rightarrow Cierto$$

Por lo tanto, el punto $(3,3)$ no pertenece a la región factible.

c) Calculamos los valores que toma la función $F(x,y) = 3x - 2y$ en dichos puntos

$$F(A) = F(1,0) = 3$$
$$F(B) = F(5,0) = 15$$
$$F(C) = F(4,3) = 6$$
$$F(D) = F(2,2) = 2$$

Luego vemos que el máximo está en el punto $B = (5,0)$ y vale 15. El mínimo está en el punto $D = (2,2)$ y vale 2.

La capacidad máxima de trabajo de un taller que se dedica a la confección de pañuelos y corbatas es de 60 horas semanales. Cada pañuelo que confecciona le supone 2 horas de trabajo y le reporta un beneficio de 4 euros. En el caso de las corbatas son 3 horas y 6 euros respectivamente por unidad. Contrae el compromiso de que el número de corbatas confeccionadas más el doble del número de pañuelos debe ser, como mínimo, 28. Con estas condiciones, ¿cuántas unidades de cada tipo de prenda debe confeccionar para obtener un beneficio económico máximo?
SOCIALES II. 2018 RESERVA 2. EJERCICIO 1. OPCIÓN A

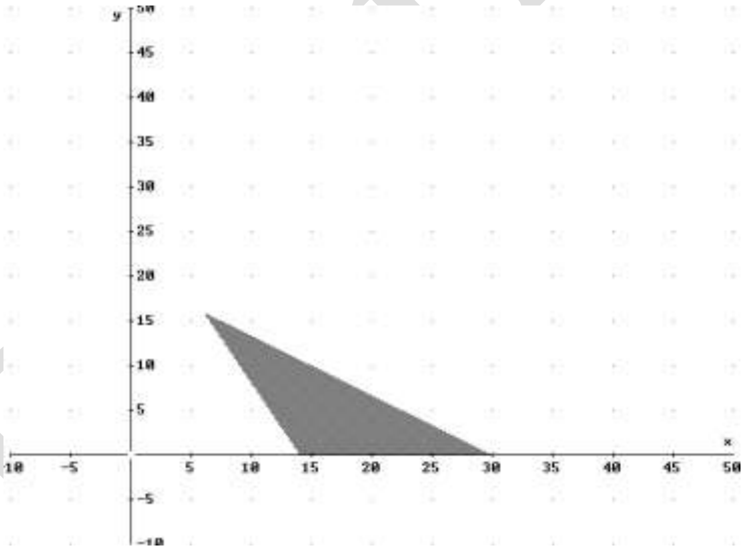
R E S O L U C I Ó N

Lo primero que hacemos es plantear el sistema de inecuaciones que define el problema. Si llamamos x al número de pañuelos e y al número de corbatas, tenemos:

$$\left.\begin{array}{r} 2x+3y\le 60 \\ y+2x\ge 28 \\ x\ge 0 \\ y\ge 0 \end{array}\right\}$$

La función que tenemos que maximizar es: $F(x,y)=4x+6y$.

A continuación dibujamos el recinto y calculamos sus vértices.



Los vértices del recinto son los puntos: $A=(14,0)$; $B(30,0)$; $C=(6,16)$.

Calculamos los valores que toma la función $F(x,y)=4x+6y$ en dichos puntos

$$F(A)=F(14,0)=56$$
$$F(B)=F(30,0)=120$$
$$F(C)=F(6,16)=120$$

Luego vemos que el beneficio máximo se obtiene en todos los puntos del segmento BC. Por lo tanto, las soluciones posibles deben ser números enteros, es decir: $(6,16);(9,14);(12,12);(15,10);(18,8);(21,6);(24,4);(27,2)\ y\ (30,0)$. El beneficio máximo, en todos los casos, es de 120 €.

Una joyería elabora dos tipos de collares a partir de perlas blancas, grises y negras. Para un collar de tipo A hacen falta 20 perlas blancas, 20 grises y 30 negras, mientras que para un collar del tipo B, 10 perlas blancas, 20 grises y 60 negras. Se dispone de un máximo de 900 perlas blancas y 1400 grises, mientras que es necesario que se utilicen al menos 1800 perlas negras. Sabiendo que cada collar del tipo A le supone a la joyería un beneficio de 600 euros y cada collar del tipo B, 500 euros, calcule cuál debe ser la producción para obtener el máximo beneficio, así como a cuánto asciende el mismo. ¿Es posible fabricar 40 collares del tipo A y 20 del tipo B?

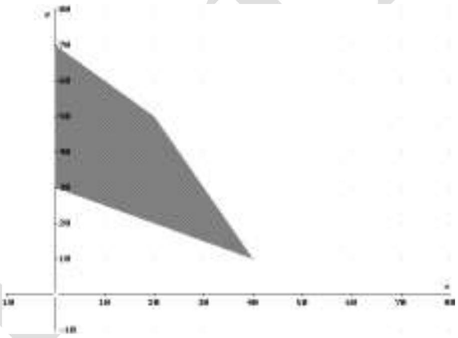
SOCIALES II. 2018 RESERVA 3. EJERCICIO 1. OPCIÓN A

R E S O L U C I Ó N

Lo primero que hacemos es plantear el sistema de inecuaciones que define el problema. Si llamamos x al número de collares del tipo A e y al número de collares del tipo B, tenemos:

$$\left.\begin{array}{r} 20x+10y\leq 900 \\ 20x+20y\leq 1400 \\ 30x+60y\geq 1800 \\ x\geq 0 \\ y\geq 0 \end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{r} 2x+y\leq 90 \\ x+y\leq 70 \\ x+2y\geq 60 \\ x\geq 0 \\ y\geq 0 \end{array}\right\}$$

A continuación dibujamos el recinto y calculamos sus vértices.



Los vértices del recinto son los puntos: $A=(0,30)$; $B(40,10)$; $C=(20,50)$; $D=(0,70)$.

Calculamos los valores que toma la función $F(x,y)=600x+500y$ en dichos puntos

$$F(A)=F(0,30)=15.000$$
$$F(B)=F(40,10)=29.000$$
$$F(C)=F(20,50)=37.000$$
$$F(D)=F(0,70)=35.000$$

Luego vemos que el número de collares deben ser 20 del tipo Ay 50 del tipo B. El beneficio máximo es de 37.000 €.

No se pueden fabricar 40 collares del tipo A y 20 del tipo B, ya que el punto (40,20) no pertenece al recinto al no cumplir todas las inecuaciones.

$$2x+y\leq 90\Rightarrow 2\cdot 40+20=100\leq 90\Rightarrow Falso$$
$$x+y\leq 70\Rightarrow 40+20=60\leq 70\Rightarrow Cierto$$
$$x+2y\geq 60\Rightarrow 40+2\cdot 20=80\geq 60\Rightarrow Cierto$$
$$x\geq 0\Rightarrow 40\geq 0\Rightarrow Cierto$$
$$y\geq 0\Rightarrow 20\geq 0\Rightarrow Cierto$$

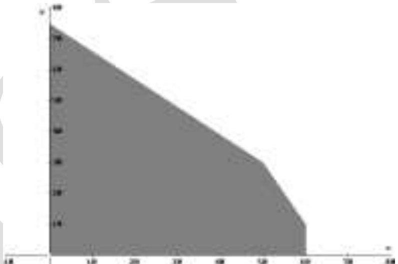
Una fábrica de palas de pádel produce dos modelos A y B con los que obtiene un beneficio por cada pala de 30 y 20 euros respectivamente. Para la elaboración de una pala del modelo A se necesitan 90 g de fibra de carbono y 100 g de goma EVA, mientras que para una pala del modelo B son necesarios 100 g de fibra de carbono y 50 g de goma EVA. La fábrica dispone diariamente de 7.5 kg de fibra de carbono y 6.5 kg de goma EVA y quiere producir como máximo 60 unidades diarias del modelo A. Calcule cuántas palas de cada modelo tiene que fabricar para que el beneficio sea máximo y determine su importe. ¿Sería posible una producción diaria de 49 palas del modelo A y 32 palas del modelo B?
SOCIALES II. 2018 RESERVA 4. EJERCICIO 1. OPCIÓN B

R E S O L U C I Ó N

Lo primero que hacemos es plantear el sistema de inecuaciones que define el problema. Si llamamos *x* al número de palas de pádel del modelo A e *y* al número de palas de pádel del modelo B, tenemos:

$$\left.\begin{array}{r} 90x+100y\leq 7.500 \\ 100x+50y\leq 6.500 \\ x\leq 60 \\ x\geq 0 \\ y\geq 0 \end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{r} 9x+10y\leq 750 \\ 2x+y\leq 130 \\ x\leq 60 \\ x\geq 0 \\ y\geq 0 \end{array}\right\}$$

A continuación dibujamos el recinto y calculamos sus vértices.



Los vértices del recinto son los puntos: $A=(0,0)$; $B(60,0)$; $C=(60,10)$; $D=(50,30)$; $E=(0,75)$.
Calculamos los valores que toma la función $F(x,y)=30x+20y$ en dichos puntos

$$F(A)=F(0,0)=0 \quad ; \quad F(B)=F(60,0)=1800$$
$$F(C)=F(60,10)=2000 \quad ; \quad F(D)=F(50,30)=2100$$
$$F(E)=F(0,75)=1500$$

Luego vemos que el número palas de pádel deben ser 50 del modelo A y 30 del modelo B. El beneficio máximo es de 2.100 €.
No se pueden fabricar 49 palas del modelo A y 32 palas del modelo B, ya que el punto (49,32) no pertenece al recinto al no cumplir todas las inecuaciones.

$$9x+10y\leq 750 \Rightarrow 9\cdot 49+10\cdot 32=761\leq 750 \Rightarrow \textit{Falso}$$
$$2x+y\leq 130 \Rightarrow 2\cdot 49+32=130\leq 130 \Rightarrow \textit{Cierto}$$
$$x\leq 60 \Rightarrow 49\leq 60 \Rightarrow \textit{Cierto}$$
$$x\geq 0 \Rightarrow 49\geq 0 \Rightarrow \textit{Cierto}$$
$$y\geq 0 \Rightarrow 32\geq 0 \Rightarrow \textit{Cierto}$$

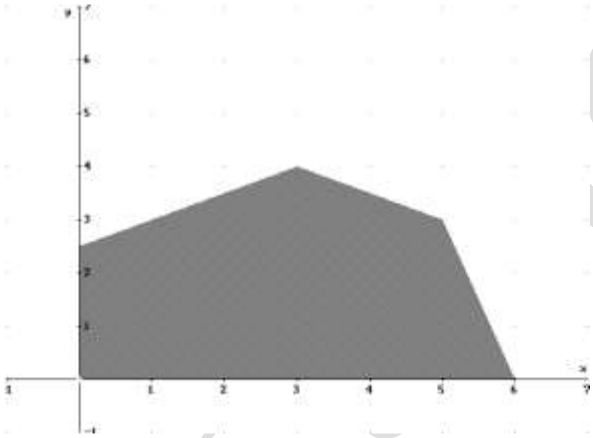
Sea el siguiente sistema de inecuaciones:

$$\boldsymbol{x + 2y \leq 11 \qquad x \geq 2y - 5 \qquad 3x + y \leq 18 \qquad x \geq 0 \qquad y \geq 0}$$

a) Represente gráficamente la región que definen y calcule sus vértices.
b) Halle los puntos de esa región en los que la función $F(x, y) = 2x + 3y$ alcanza los valores máximo y mínimo y calcule dichos valores.
c) Justifique si el punto $(5.5, 2)$ pertenece a la región factible.
SOCIALES II. 2018 SEPTIEMBRE. EJERCICIO 1. OPCIÓN A

R E S O L U C I Ó N

a) Lo primero que hacemos es dibujar el recinto y calcular los vértices del mismo



Los vértices del recinto son los puntos: $A = (0,0)$; $B = (6,0)$; $C = (5,3)$; $D = (3,4)$; $E = \left(0, \frac{5}{2}\right)$.

b) Calculamos los valores que toma la función $F(x, y) = 2x + 3y$ en dichos puntos

$$F(A) = F(0,0) = 0$$
$$F(B) = F(6,0) = 12$$
$$F(C) = F(5,3) = 19$$
$$F(D) = F(3,4) = 18$$
$$F(E) = F(0,2'5) = 7'5$$

Luego vemos que el máximo está en el punto $C = (5,3)$ y vale 19. El mínimo está en el punto $A = (0,0)$ y vale 0.

c) El punto $(5.5, 2)$ pertenece a la región factible si verifica las inecuaciones.

$$x + 2y \leq 11 \Rightarrow 9'5 \leq 11 \Rightarrow \textit{Cierto}$$
$$x \geq 2y - 5 \Rightarrow 5'5 \geq -1 \Rightarrow \textit{Cierto}$$
$$3x + y \leq 18 \Rightarrow 18'5 \leq 18 \Rightarrow \textit{Falso}$$
$$x \geq 0 \Rightarrow 5'5 \geq 0 \Rightarrow \textit{Cierto}$$
$$y \geq 0 \Rightarrow 2 \geq 0 \Rightarrow \textit{Cierto}$$

Por lo tanto, el punto $(5.5, 2)$ no pertenece a la región factible.