

MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CIENCIAS SOCIALES

TEMA 3: PROGRAMACIÓN LINEAL

- Junio, Ejercicio 1, Opción A
- Reserva 1, Ejercicio 1, Opción A
- Reserva 2, Ejercicio 1, Opción A
- Reserva 3, Ejercicio 1, Opción A
- Reserva 4, Ejercicio 1, Opción A
- Septiembre, Ejercicio 1, Opción B
- Ponencia 9
- Ponencia 10
- Ponencia 11
- Ponencia 12
- Ponencia 13
- Ponencia 14
- Ponencia 15

emestrada

Una empresa textil quiere fabricar dos tipos de camisetas, lisas y estampadas. Para fabricar una camiseta lisa necesita 70 g de algodón y 20 g de poliéster y para cada camiseta estampada 60 g de algodón y 10 g de poliéster. La empresa dispone para ello de 4200 g de algodón y 800 g de poliéster. Para que sea rentable debe fabricar al menos 10 estampadas y además, el doble de las estampadas debe ser al menos igual al número de lisas. Sabiendo que cada camiseta lisa da un beneficio de 5 euros y cada estampada de 4 euros, ¿cuántas camisetas de cada tipo debería fabricar para obtener el máximo beneficio? ¿Cuál es ese beneficio?.

SOCIALES II. 2019 JUNIO. EJERCICIO 1 OPCIÓN A

R E S O L U C I Ó N

a) Lo primero que hacemos es plantear el sistema de inecuaciones que define el problema. Para ello vamos a poner en una tabla los datos del problema.

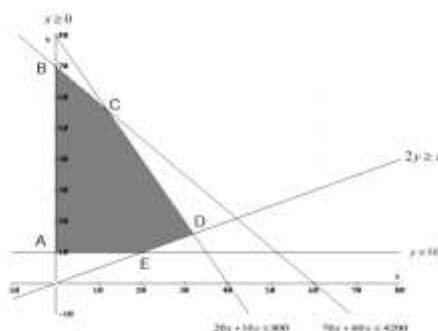
	Algodón	Poliéster	Beneficio
$x = \text{Lisas}$	70 g	20 g	5 €
$y = \text{Estampadas}$	60 g	10 g	4 €
Total	4200 g	800 g	

Las inecuaciones del problema son:

$$\left. \begin{array}{l} 70x + 60y \leq 4200 \\ 20x + 10y \leq 800 \\ y \geq 10 \\ 2y \geq x \\ x \geq 0 \end{array} \right\}$$

La función que tenemos que maximizar es: $F(x, y) = 5x + 4y$.

b) Dibujamos el recinto y calculamos sus vértices.



Los vértices del recinto son los puntos:

$$A = (0, 10) ; B = (0, 70) ; C = (12, 56) ; D = (32, 16) ; E = (20, 10)$$

Calculamos los valores que toma la función $F(x, y) = 5x + 4y$ en dichos puntos

$$F(A) = F(0, 10) = 40 \quad F(B) = F(0, 70) = 280 \quad F(C) = F(12, 56) = 284$$

$$F(D) = F(32, 16) = 224 \quad F(E) = F(20, 10) = 140$$

Luego vemos que el máximo se alcanza en el punto $C = (12, 56)$, es decir, 12 camisetas lisas y 56 estampadas y el beneficio máximo es 284 €.

Consideremos el recinto definido por las siguientes desigualdades:

$$7y \leq 15 + 3x \quad y \geq x - 3 \quad 3y \geq -x + 11$$

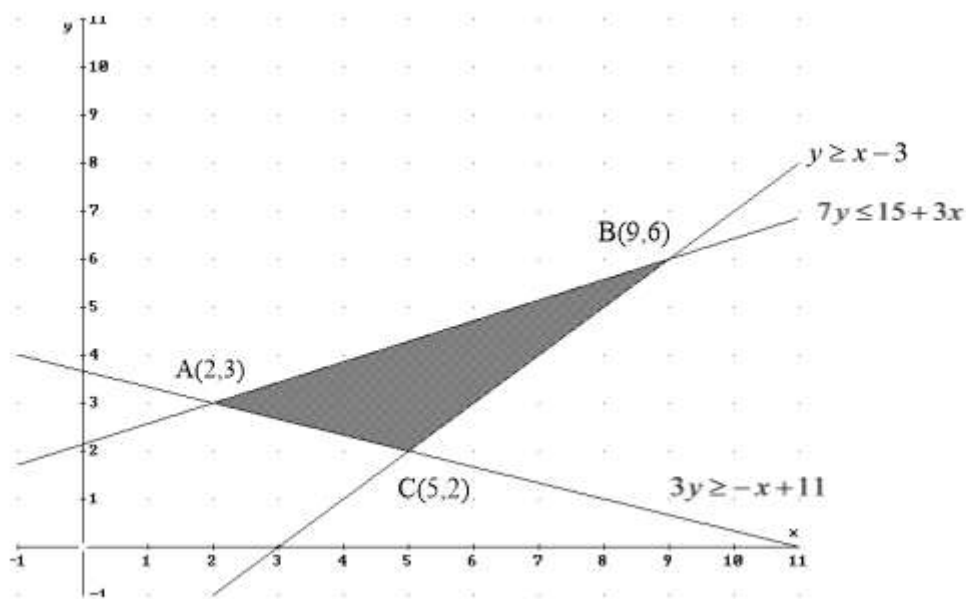
a) Represente gráficamente el recinto anterior y calcule sus vértices.

b) Calcule en qué puntos se alcanzan los valores máximo y mínimo de la función $H(x, y) = 4x - y - 16$ restringida al anterior recinto y obtenga dichos valores.

SOCIALES II. 2019 RESERVA 1. EJERCICIO 1. OPCION A

R E S O L U C I Ó N

a) Lo primero que hacemos es dibujar el recinto y calcular los vértices del mismo



Los vértices del recinto son los puntos: $A = (2, 3)$; $B = (9, 6)$; $C = (5, 2)$.

b) Calculamos los valores que toma la función $H(x, y) = 4x - y - 16$ en dichos puntos

$$F(A) = F(2, 3) = -11$$

$$F(B) = F(9, 6) = 14$$

$$F(C) = F(5, 2) = 2$$

Luego vemos que el máximo está en el punto $B = (9, 6)$ y vale 14. El mínimo está en el punto $A = (2, 3)$ y vale -11.

Una granja elabora una dieta mezclando dos tipos de pienso *A* y *B*. El pienso *A* aporta 2 unidades de Calcio y 1 de Hierro por cada kilogramo, mientras que el *B* aporta 1 de Calcio y 2 de Hierro. El coste por kilogramo tanto del pienso *A* como del pienso *B* es 1 euro por kilogramo. La dieta deberá aportar al menos 2 unidades de Calcio y 2 de Hierro. Determine los kilogramos que se han de mezclar de cada tipo de pienso para que el coste de la dieta sea mínimo. ¿Cuál sería dicho coste? ¿Cuántas unidades de Hierro y de Calcio se administrarían a los animales con esta dieta?
SOCIALES II. 2019 RESERVA 2. EJERCICIO 1. OPCION A

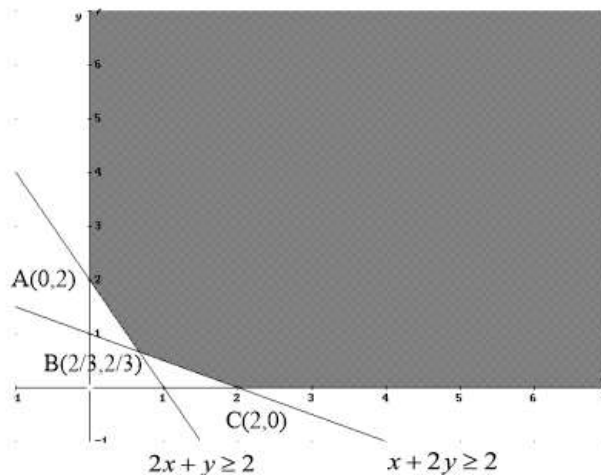
R E S O L U C I Ó N

Lo primero que hacemos es plantear el sistema de inecuaciones que define el problema. Si llamamos x al pienso *A* e y al pienso *B*, tenemos:

$$\left. \begin{array}{l} 2x + y \geq 2 \\ x + 2y \geq 2 \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{array} \right\}$$

La función que tenemos que minimizar es: $F(x, y) = x + y$.

A continuación dibujamos el recinto y calculamos sus vértices.



Los vértices del recinto son los puntos: $A = (0, 2)$; $B\left(\frac{2}{3}, \frac{2}{3}\right)$; $C = (2, 0)$.

Calculamos los valores que toma la función $F(x, y) = x + y$ en dichos puntos

$$F(A) = F(0, 2) = 2 \quad F(B) = F\left(\frac{2}{3}, \frac{2}{3}\right) = \frac{4}{3} \quad F(C) = F(2, 0) = 2$$

Luego vemos que el coste mínimo es $\frac{4}{3}$ € y se administran $\frac{2}{3}$ de unidades de hierro y $\frac{2}{3}$ de unidades de calcio.

a) Se considera el recinto cuadrado de vértices $(1,0)$, $(0,1)$, $(-1,0)$ y $(0,-1)$. Indique en qué puntos del recinto se alcanzan el valor máximo de la función $F(x,y) = 3x + 2y + 7$ y el valor mínimo de la función $G(x,y) = x + y + 6$, calculando dichos valores.

b) Resuelva la ecuación matricial $(A - A^t) \cdot X = B$, siendo A y B las matrices

$$A = \begin{pmatrix} 5 & -2 \\ 3 & 1 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} -1 & 3 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}$$

SOCIALES II. 2019 RESERVA 3. EJERCICIO 1. OPCION A

R E S O L U C I Ó N

a) Calculamos el máximo de la función: $F(x,y) = 3x + 2y + 7$

$$F(1,0) = 3 \cdot 1 + 2 \cdot 0 + 7 = 10$$

$$F(0,1) = 3 \cdot 0 + 2 \cdot 1 + 7 = 9$$

$$F(-1,0) = 3 \cdot (-1) + 2 \cdot 0 + 7 = 4$$

$$F(0,-1) = 3 \cdot 0 + 2 \cdot (-1) + 7 = 5$$

La función $F(x,y) = 3x + 2y + 7$ alcanza el máximo en el punto $(1,0)$ y vale 10.

Calculamos el mínimo de la función: $G(x,y) = x + y + 6$

$$G(1,0) = 1 + 0 + 6 = 7$$

$$G(0,1) = 0 + 1 + 6 = 7$$

$$G(-1,0) = -1 + 0 + 6 = 5$$

$$G(0,-1) = 0 - 1 + 6 = 5$$

La función $G(x,y) = x + y + 6$ alcanza el mínimo en todos los puntos del segmento que une los vértices $(-1,0)$ y $(0,-1)$ y vale 5.

b) Despejamos la matriz X

$$(A - A^t) \cdot X = B \Rightarrow (A - A^t)^{-1} \cdot (A - A^t) \cdot X = (A - A^t)^{-1} \cdot B \Rightarrow X = (A - A^t)^{-1} \cdot B$$

$$\text{Calculamos } A - A^t = \begin{pmatrix} 5 & -2 \\ 3 & 1 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 5 & 3 \\ -2 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & -5 \\ 5 & 0 \end{pmatrix}$$

$$(A - A^t)^{-1} = \frac{\left((A - A^t)^d \right)^t}{|A - A^t|} = \frac{\begin{pmatrix} 0 & -5 \\ 5 & 0 \end{pmatrix}^t}{25} = \frac{\begin{pmatrix} 0 & 5 \\ -5 & 0 \end{pmatrix}}{25} = \frac{1}{5} \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\text{Calculamos } X = (A - A^t)^{-1} \cdot B = \frac{1}{5} \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} -1 & 3 \\ 2 & -1 \end{pmatrix} = \frac{1}{5} \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 1 & -3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{2}{5} & -\frac{1}{5} \\ \frac{1}{5} & -\frac{3}{5} \end{pmatrix}$$

Se quiere elaborar dos suplementos alimenticios UNAL y DOSAL con idea de completar la dieta de ciertos individuos. Cada comprimido de UNAL aporta 5 unidades de calcio, 5 de proteínas y 1 caloría y tiene un coste 0.6 euros, mientras que un comprimido de DOSAL aporta 2 unidades de calcio, 5 de proteínas y 3 calorías, siendo su coste de 1 euro. Sabiendo que los mínimos diarios requeridos son 10 unidades de calcio, 20 de proteínas y 6 calorías, encuentre la combinación de comprimidos de los dos suplementos que satisfacen las necesidades diarias con el menor coste.
SOCIALES II. 2019 RESERVA 4. EJERCICIO 1. OPCION A

R E S O L U C I Ó N

Lo primero que hacemos es plantear el sistema de inecuaciones que define el problema. Para ello vamos a poner en una tabla los datos del problema.

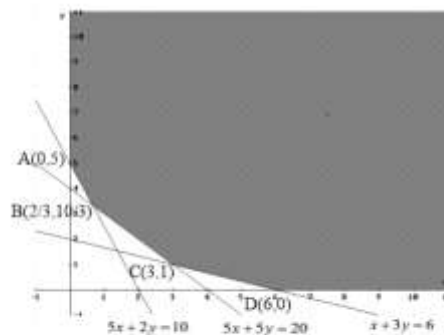
	Calcio	Proteínas	Calorías	Precio
$x = \text{UNAL}$	5	5	1	0'6 €
$y = \text{DOSAL}$	2	5	3	1 €
Total	>10	>20	>6	

Las inecuaciones del problema son:

$$\left. \begin{aligned} 5x + 2y &\geq 10 \\ 5x + 5y &\geq 20 \\ x + 3y &\geq 6 \\ x &\geq 0 \\ y &\geq 0 \end{aligned} \right\}$$

La función que tenemos que minimizar es: $F(x, y) = 0'6x + y$.

A continuación dibujamos el recinto y calculamos sus vértices.



Los vértices del recinto son los puntos: $A = (0,5)$; $B = \left(\frac{2}{3}, \frac{10}{3}\right)$; $C = (3,1)$; $D = (6,0)$

Calculamos los valores que toma la función $F(x, y) = 0'6x + y$ en dichos puntos

$$F(A) = F(0,5) = 5 \text{ €} \qquad F(B) = F\left(\frac{2}{3}, \frac{10}{3}\right) = \frac{56}{15} = 3'73 \text{ €}$$

$$F(C) = F(3,1) = 2'8 \text{ €} \qquad F(D) = F(6,0) = 3'6 \text{ €}$$

Luego vemos que para que el coste sea mínimo se deben tomar 3 comprimidos de UNAL y 1 comprimido de DOSAL. El coste sería de 2'8 €.

Una empresa comercializa dos tipos de concentrado de café, A y B, que se obtienen a partir de tres tipos de grano: de Colombia, de Etiopía y de Costa Rica. Para elaborar 1 kg de concentrado A se necesitan 4.5 kg de grano de Colombia y 3 kg de grano de Etiopía. Por otra parte, se requieren 7.5 kg de grano de Colombia y 1.5 kg de grano de Costa Rica para elaborar 1 kg de concentrado B. Actualmente la empresa dispone de un máximo de 67.5 kg de grano de Colombia, 30 kg de grano de Etiopía y 9 kg de grano de Costa Rica. Además, se exige que el número de kilogramos de concentrado A producidos debe ser mayor o igual que la mitad de los kilogramos de concentrado B.

- a) Represente la región factible que describe el problema anterior y determine sus vértices.
b) Indique de manera razonada si con las condiciones dadas sería posible producir 7 kg del concentrado A y 5 kg del concentrado B.
c) Sabiendo que el beneficio obtenido por la venta de cada kilogramo del tipo A es 2 euros y de cada kilogramo del tipo B es 4 euros, ¿cuántos kilogramos del tipo A y cuántos del tipo B se habrán de producir para que el beneficio sea máximo? ¿Cuál es ese beneficio?.

SOCIALES II. 2019 SEPTIEMBRE. EJERCICIO 1. OPCIÓN B

RESOLUCIÓN

a) Hacemos una tabla con los datos del problema

	Colombia	Etiopía	Costa Rica	Relación	Beneficio
Concentrado A (x)	4'5 kg	3 kg		$x \geq \frac{y}{2}$	2 €
Concentrado B (y)	7'5 kg		1'5 kg		4 €
Total	67'5 kg	30 kg	9 kg		

$$4'5x + 7'5y \leq 67'5$$

$$3x \leq 30$$

$$1'5y \leq 9$$

Las inecuaciones del problema son:

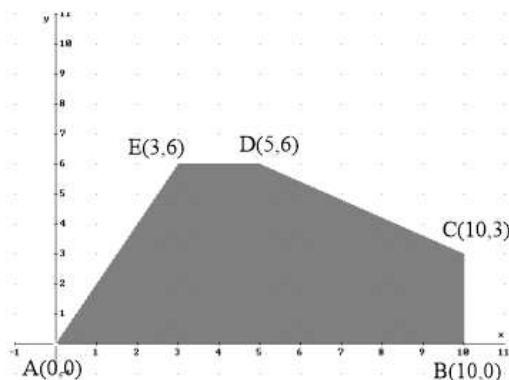
$$x \geq \frac{y}{2}$$

$$x \geq 0$$

$$y \geq 0$$

La función que tenemos que maximizar es: $F(x, y) = 2x + 4y$.

Dibujamos el recinto y calculamos los vértices del mismo



Los vértices del recinto son los puntos: $A = (0,0)$; $B = (10,0)$; $C = (10,3)$; $D = (5,6)$; $E = (3,6)$.

b) El punto $(7,5)$ pertenece a la región factible si verifica las inecuaciones.

$$4'5x + 7'5y \leq 67'5 \Rightarrow 69 \leq 67'5 \Rightarrow \text{Falso}$$

$$3x \leq 30 \Rightarrow 21 \leq 30 \Rightarrow \text{Cierto}$$

$$1'5y \leq 9 \Rightarrow 7'5 \leq 9 \Rightarrow \text{Cierto}$$

$$x \geq \frac{y}{2} \Rightarrow 7 \geq 2'5 \Rightarrow \text{Cierto}$$

$$x \geq 0 \Rightarrow 7 \geq 0 \Rightarrow \text{Cierto}$$

$$y \geq 0 \Rightarrow 5 \geq 0 \Rightarrow \text{Cierto}$$

Por lo tanto, el punto $(7,5)$ no pertenece a la región factible, con lo cual no se pueden producir 7 kg de concentrado A y 5 kg de concentrado B.

c) Calculamos los valores que toma la función $F(x, y) = 2x + 4y$ en dichos puntos

$$F(A) = F(0,0) = 0$$

$$F(B) = F(10,0) = 20$$

$$F(C) = F(10,3) = 32$$

$$F(D) = F(5,6) = 34$$

$$F(E) = F(3,6) = 30$$

Luego, se deben fabricar 5 kg de concentrado A y 6 kg de concentrado B para obtener máximo beneficio. El beneficio máximo es 34 €.

a) Represente el recinto limitado por las siguientes restricciones, calculando sus vértices:

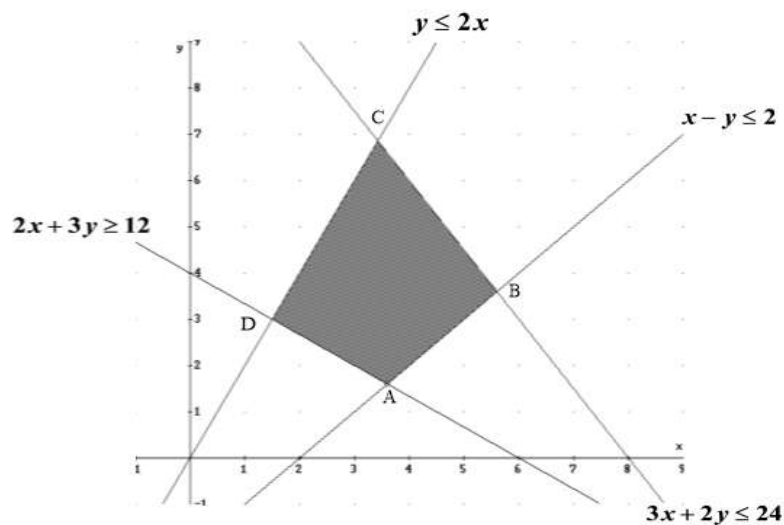
$$y \leq 2x \quad x - y \leq 2 \quad 3x + 2y \leq 24 \quad 2x + 3y \geq 12$$

b) Halle los puntos de esta región donde la función $F(x, y) = x + 2y$ alcanza los valores máximo y mínimo, calculando dichos valores.

SOCIALES II. 2019 PONENCIA 9

R E S O L U C I Ó N

a) Lo primero que hacemos es dibujar el recinto y calcular los vértices del mismo



Los vértices del recinto son los puntos: $A = \left(\frac{18}{5}, \frac{8}{5}\right)$; $B = \left(\frac{28}{5}, \frac{18}{5}\right)$; $C = \left(\frac{24}{7}, \frac{48}{7}\right)$; $D = \left(\frac{3}{2}, 3\right)$.

b) Calculamos los valores que toma la función $F(x, y) = x + 2y$ en dichos puntos

$$F(A) = F\left(\frac{18}{5}, \frac{8}{5}\right) = \frac{34}{5} = 6'8$$

$$F(B) = F\left(\frac{28}{5}, \frac{18}{5}\right) = \frac{64}{5} = 12'8$$

$$F(C) = F\left(\frac{24}{7}, \frac{48}{7}\right) = \frac{120}{7} = 17'14$$

$$F(D) = F\left(\frac{3}{2}, 3\right) = \frac{15}{2} = 7'5$$

Luego vemos que el máximo está en el punto $C = \left(\frac{24}{7}, \frac{48}{7}\right)$ y vale 17'14. El mínimo está en el punto

$A = \left(\frac{18}{5}, \frac{8}{5}\right)$ y vale 6'8.

Una librería necesita al menos 14 cajas de rotuladores, 8 cajas de folios y 18 cajas de bolígrafos. Dos distribuidores pueden proporcionarle los materiales, pero solamente los venden en lotes completos. El distribuidor A envía en cada lote 2 cajas de rotuladores, 4 de folios y 1 de bolígrafos. El distribuidor B envía en cada lote 3 cajas de rotuladores, 1 de folios y 7 de bolígrafos. Los costes por lote que se compra a cada distribuidor son de 60 € y 65 €, respectivamente. ¿Cuántos lotes habrá que comprar a cada distribuidor para que los costes sean mínimos?. ¿Cuáles serían esos costes?.
SOCIALES II. 2018 PONENCIA 10

R E S O L U C I Ó N

Lo primero que hacemos es plantear el sistema de inecuaciones que define el problema. Para ello vamos a poner en una tabla los datos del problema.

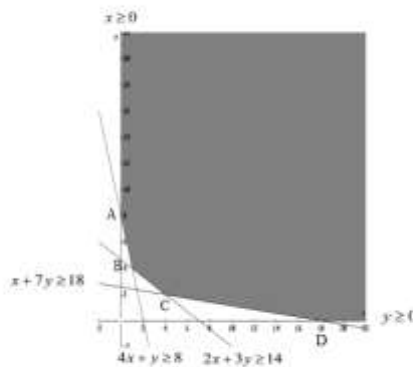
	Rotuladores	Folios	Bolígrafos	Coste
$x =$ Distribuidor A	2	4	1	60 €
$y =$ Distribuidor B	3	1	7	65 €
Al menos	14	8	18	

Las inecuaciones del problema son:

$$\left. \begin{array}{l} 2x + 3y \geq 14 \\ 4x + y \geq 8 \\ x + 7y \geq 18 \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{array} \right\}$$

La función que tenemos que maximizar es: $F(x, y) = 60x + 65y$.

Dibujamos el recinto y calculamos los vértices



Los vértices del recinto son los puntos: $A = (0, 8)$; $B = (1, 4)$; $C = (4, 2)$; $D = (18, 0)$

Calculamos los valores que toma la función $F(x, y) = 60x + 65y$ en dichos puntos

$$\begin{aligned} F(A) = F(0, 8) &= 520 & ; & & F(B) = F(1, 4) &= 320 \\ F(C) = F(4, 2) &= 370 & ; & & F(D) = F(18, 0) &= 1080 \end{aligned}$$

Luego vemos que el mínimo se alcanza en el punto $B = (1, 4)$, es decir, 1 lote en el distribuidor A y 4 lotes en el distribuidor B. El coste mínimo es de 320 €.

Consideremos el recinto definido por las siguientes desigualdades:

$$2y \leq -3x + 3 \quad y \geq x - 6 \quad 2x \leq 7y + 37$$

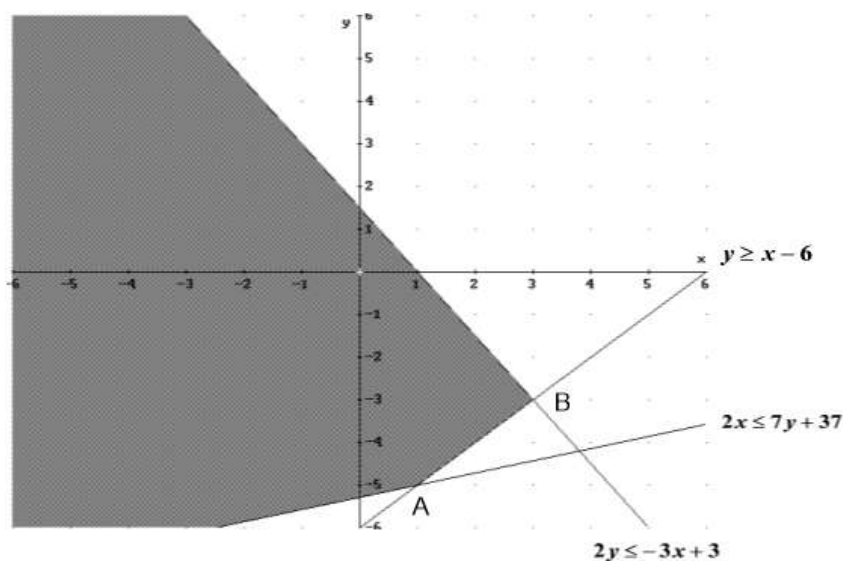
a) Represente gráficamente el recinto anterior y calcule sus vértices.

b) Calcule en qué punto se alcanza el mínimo de la función $H(x, y) = -3x + 3y + 2$ restringida al anterior recinto y cuál es dicho valor.

SOCIALES II. 2019 PONENCIA 11

R E S O L U C I Ó N

a) Dibujamos el recinto y calculamos los vértices del mismo



Los vértices del recinto son los puntos: $A = (1, -5)$; $B = (3, -3)$.

b) Calculamos los valores que toma la función $H(x, y) = -3x + 3y + 2$ en dichos puntos

$$F(A) = F(1, -5) = -16$$

$$F(B) = F(3, -3) = -16$$

Luego vemos que el mínimo está en todos los puntos del segmento AB y vale -16 .

Una agencia de viajes quiere reservar una serie de camarotes para un crucero. Sus previsiones de venta son de al menos 8 camarotes individuales, 10 camarotes dobles y 8 triples. Actualmente hay dos navieras que le ofrecen sendas ofertas por paquetes. La naviera A le ofrece comprar paquetes formados por 3 camarotes individuales, 2 dobles y 2 triples a 7800 euros el paquete. La naviera B ofrece paquetes a 8000 euros, formados por 2 camarotes individuales, 3 dobles y 2 triples. ¿Cuántos paquetes habrá de comprar a cada naviera para que la agencia de viajes tenga un coste mínimo?. ¿A cuánto asciende dicho coste?.
SOCIALES II. 2018 PONENCIA 12

R E S O L U C I Ó N

Lo primero que hacemos es plantear el sistema de inecuaciones que define el problema. Para ello vamos a poner en una tabla los datos del problema.

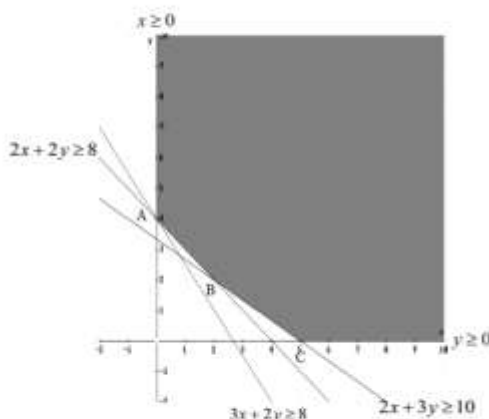
	Individuales	Dobles	Triples	Coste
$x = \text{Naviera A}$	3	2	2	7800 €
$y = \text{Naviera B}$	2	3	2	8000 €
Al menos	8	10	8	

Las inecuaciones del problema son:

$$\left. \begin{array}{l} 3x + 2y \geq 8 \\ 2x + 3y \geq 10 \\ 2x + 2y \geq 8 \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{array} \right\}$$

La función que tenemos que minimizar es: $F(x, y) = 7800x + 8000y$.

Dibujamos el recinto y calculamos los vértices



Los vértices del recinto son los puntos: $A = (0, 4)$; $B = (2, 2)$; $C = (5, 0)$

Calculamos los valores que toma la función $F(x, y) = 7800x + 8000y$ en dichos puntos

$$F(A) = F(0, 4) = 32000 \quad ; \quad F(B) = F(2, 2) = 31600 \quad ; \quad F(C) = F(5, 0) = 39000$$

Luego vemos que el mínimo se alcanza en el punto $B = (2, 2)$, es decir, 2 lotes de la naviera A y 2 lotes de la naviera B. El coste mínimo es de 31.600 €.

Un agricultor quiere abonar su terreno con una mezcla de dos abonos A y B. El abono A aporta por cada kg de producto 3 unidades de Nitrógeno, 1 unidad de Potasio y 1 de Fósforo, mientras que el abono B aporta por cada kg de producto 1 unidad de Nitrógeno, 1 unidad de Potasio y 4 de Fósforo. El terreno a abonar necesita al menos 10 unidades de Nitrógeno, al menos 6 de Potasio y al menos 12 de Fósforo. Por otra parte, se sabe que el precio de cada producto es de 5 €/kg para el abono A y 2 €/kg para el abono B. ¿Cuántos kg de abono se han de mezclar para que, respetando las condiciones indicadas, el coste sea el mínimo posible?.

SOCIALES II. 2018 PONENCIA 13

R E S O L U C I Ó N

Lo primero que hacemos es plantear el sistema de inecuaciones que define el problema. Para ello vamos a poner en una tabla los datos del problema.

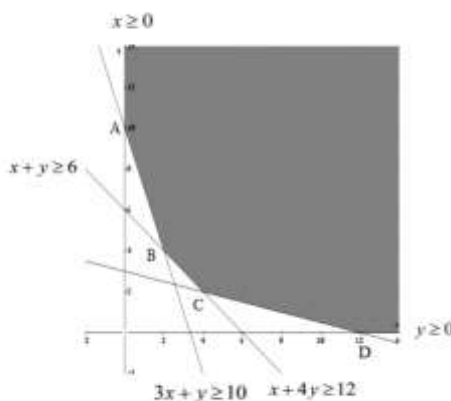
	Nitrógeno	Potasio	Fósforo	Coste
$x = \text{kg abono A}$	3	1	1	5 €
$y = \text{kg abono B}$	1	1	4	2 €
Al menos	10	6	12	

Las inecuaciones del problema son:

$$\left. \begin{array}{l} 3x + y \geq 10 \\ x + y \geq 6 \\ x + 4y \geq 12 \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{array} \right\}$$

La función que tenemos que minimizar es: $F(x, y) = 5x + 2y$.

Dibujamos el recinto y calculamos los vértices



Los vértices del recinto son los puntos: $A = (0,10)$; $B = (2,4)$; $C = (4,2)$; $D = (12,0)$

Calculamos los valores que toma la función $F(x, y) = 5x + 2y$ en dichos puntos

$$F(A) = F(0,10) = 20 \quad ; \quad F(B) = F(2,4) = 18; \quad F(C) = F(4,2) = 24 \quad ; \quad F(D) = F(12,0) = 60$$

Luego vemos que el mínimo se alcanza en el punto $B = (2,4)$, es decir, 2 kg de abono A y 4 kg de abono B. El coste mínimo es de 18 €.

Una empresa dedicada al comercio electrónico, pretende planificar su publicidad diaria en radio y televisión. Se estima que cada espacio publicitario en radio proporciona 2000 nuevos clientes en la sección de electrónica y 4000 en la sección de moda. Por otra parte, la estimación de nuevos clientes por cada espacio publicitario en TV es de 1000 para la sección de electrónica y 10000 para la sección de moda. La empresa desea conseguir diariamente al menos 8000 nuevos clientes en electrónica y 32000 en moda. Se sabe que cada espacio publicitario tiene un coste de 5000 euros en radio y de 12000 euros en TV y que la emisión en TV no puede superar el doble de la emisión en radio.

Determine el número de espacios publicitarios que se deben emitir diariamente para conseguir los objetivos indicados de nuevos clientes con un coste mínimo. ¿Cuál es dicho coste?.
SOCIALES II. 2018 PONENCIA 14

R E S O L U C I Ó N

Lo primero que hacemos es plantear el sistema de inecuaciones que define el problema. Para ello vamos a poner en una tabla los datos del problema.

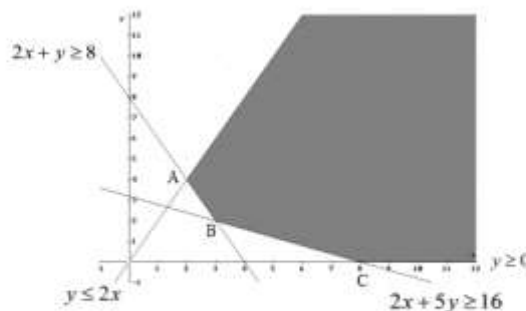
	Electrónica	Moda	Coste
$x = \text{n}^\circ \text{ espacios radio}$	2000	4000	5000 €
$y = \text{n}^\circ \text{ espacios TV}$	1000	10000	12000 €
Al menos	8000	32000	

Las inecuaciones del problema son:

$$\left. \begin{array}{l} 2000x + 1000y \geq 8000 \\ 4000x + 10000y \geq 32000 \\ y \leq 2x \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} 2x + y \geq 8 \\ 2x + 5y \geq 16 \\ y \leq 2x \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{array} \right\}$$

La función que tenemos que minimizar es: $F(x, y) = 5000x + 12000y$.

Dibujamos el recinto y calculamos los vértices



Los vértices del recinto son los puntos: $A = (2, 4)$; $B = (3, 2)$; $C = (8, 0)$

Calculamos los valores que toma la función $F(x, y) = 5000x + 12000y$ en dichos puntos

$$F(A) = F(2, 4) = 58000 \quad ; \quad F(B) = F(3, 2) = 39000 \quad ; \quad F(C) = F(8, 0) = 40000$$

Luego vemos que el mínimo se alcanza en el punto $B = (3, 2)$, es decir, 3 espacios publicitarios en radio y 2 espacios publicitarios en TV. El coste mínimo es de 39.000 €.

a) Represente gráficamente la región factible definida por las siguientes restricciones, calculando sus vértices:

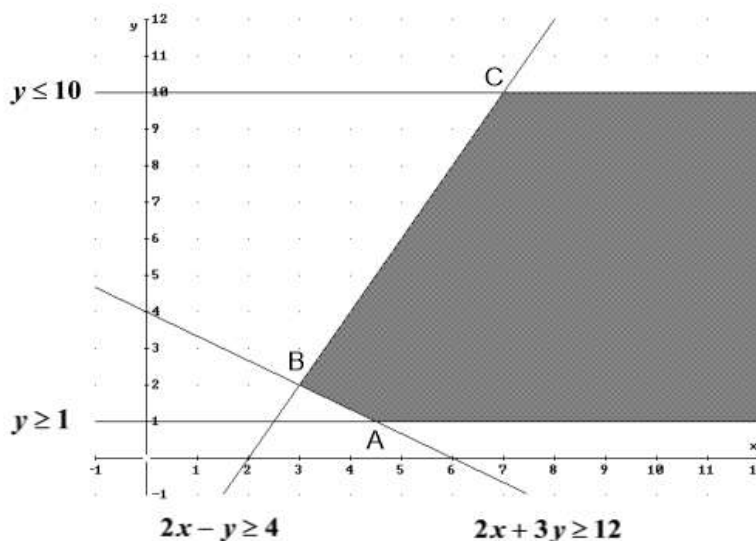
$$2x - y \geq 4 \quad 2x + 3y \geq 12 \quad y \geq 1 \quad y \leq 10$$

b) Calcule el mínimo de $F(x, y) = 3x + 4y$ en la región anterior.

SOCIALES II. 2019 PONENCIA 15

R E S O L U C I Ó N

a) Lo primero que hacemos es dibujar el recinto y calcular los vértices del mismo



Los vértices del recinto son los puntos: $A = \left(\frac{9}{2}, 1\right)$; $B = (3, 2)$; $C = (7, 10)$.

b) Calculamos los valores que toma la función $F(x, y) = 3x + 4y$ en dichos puntos

$$F(A) = F\left(\frac{9}{2}, 1\right) = \frac{35}{2} = 17'5$$

$$F(B) = F(3, 2) = \frac{64}{5} = 17$$

$$F(C) = F(7, 10) = 61$$

Luego vemos que el mínimo está en el punto $B = (3, 2)$ y vale 17.