

MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CIENCIAS SOCIALES

TEMA 5: PROBABILIDAD

- Junio, Ejercicio 3, Parte I, Opción A
- Junio, Ejercicio 3, Parte I, Opción B
- Reserva 1, Ejercicio 3, Parte I, Opción A
- Reserva 1, Ejercicio 3, Parte I, Opción B
- Reserva 2, Ejercicio 3, Parte I, Opción A
- Reserva 2, Ejercicio 3, Parte I, Opción B
- Reserva 3, Ejercicio 3, Parte I, Opción A
- Reserva 3, Ejercicio 3, Parte I, Opción B
- Reserva 4, Ejercicio 3, Parte I, Opción A
- Reserva 4, Ejercicio 3, Parte I, Opción B
- Septiembre, Ejercicio 3, Parte I, Opción A
- Septiembre, Ejercicio 3, Parte I, Opción B

Un turista que realice un crucero tiene un 50% de probabilidad de visitar Cádiz, un 40% de visitar Sevilla y un 30% de visitar ambas. Calcule la probabilidad de que:

- Visite al menos una de las dos ciudades.
- Visite únicamente una de las dos ciudades.
- Visite Cádiz pero no visite Sevilla.
- Visite Sevilla, sabiendo que ha visitado Cádiz.

SOCIALES II. 2009. JUNIO 4. EJERCICIO 3. PARTE I. OPCIÓN A

R E S O L U C I Ó N

Datos del problema: $p(C) = 0'5$; $p(S) = 0'4$; $p(C \cap S) = 0'3$

a) $p(C \cup S) = p(C) + p(S) - p(C \cap S) = 0'5 + 0'4 - 0'3 = 0'6$

b)

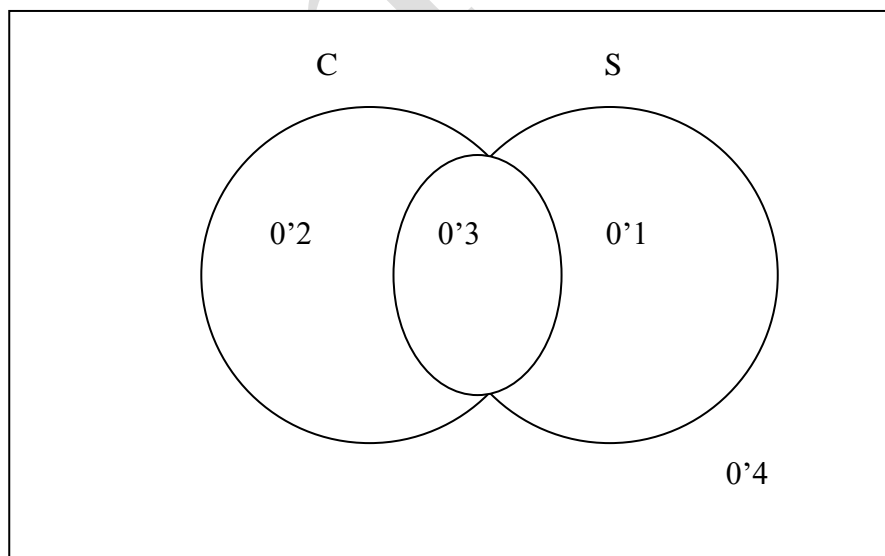
$$\begin{aligned}
 p[(C \cup \bar{S}) \cup (\bar{C} \cup S)] &= p(C \cup \bar{S}) + p(\bar{C} \cup S) = p(C) - p(C \cap S) + p(S) - p(C \cap S) = \\
 &= 0'5 - 0'3 + 0'4 - 0'3 = 0'3
 \end{aligned}$$

c) $p(C \cap \bar{S}) = p(C) - p(C \cap S) = 0'5 - 0'3 = 0'2$

d)

$$p(S/C) = \frac{p(C \cap S)}{p(C)} = \frac{0'3}{0'5} = 0'6$$

Otra forma de hacer el problema:



En un centro escolar, los alumnos de 2º Bachillerato pueden cursar, como asignaturas optativas, Estadística o Diseño Asistido por Ordenador (DAO). El 70% de los alumnos estudia Estadística y el resto DAO. Además, el 60% de los alumnos que estudia Estadística son mujeres y, de los alumnos que estudian DAO son hombres el 70%.

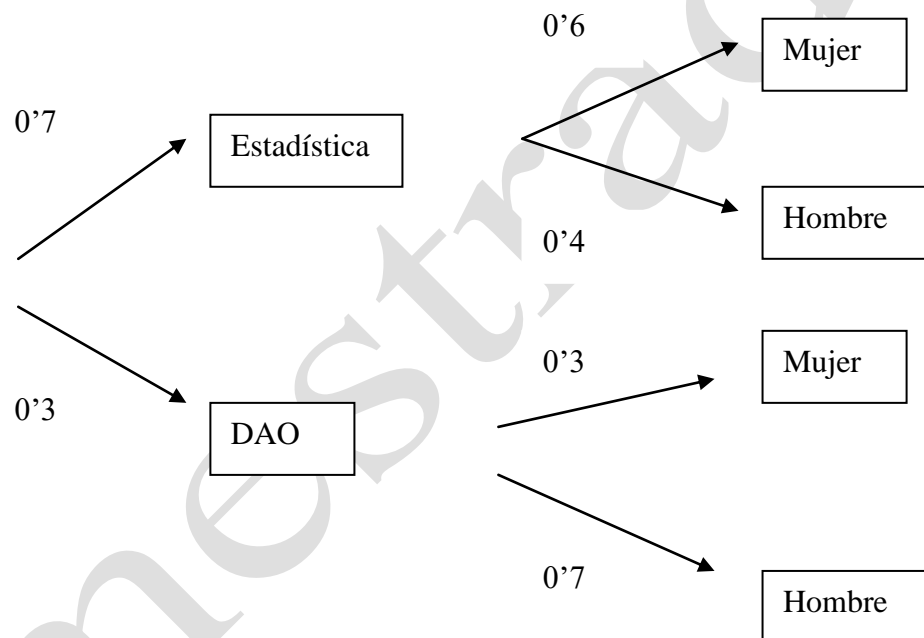
a) Elegido un alumno al azar, ¿cuál es la probabilidad de que sea hombre?.

b) Sabiendo que se ha seleccionado una mujer, ¿cuál es la probabilidad de que estudie Estadística?.

SOCIALES II. 2009. JUNIO. EJERCICIO 3. PARTE I. OPCIÓN B

RESOLUCIÓN

Hacemos un diagrama de árbol



a) $p(\text{Hombre}) = 0'7 \cdot 0'4 + 0'3 \cdot 0'7 = 0'49$

b) $p(\text{Estadística} / \text{Mujer}) = \frac{0'7 \cdot 0'6}{0'7 \cdot 0'6 + 0'3 \cdot 0'3} = \frac{0'42}{0'51} = \frac{14}{17}$

Lena y Adrián son aficionados al tiro con arco. Lena da en el blanco con probabilidad $\frac{7}{11}$ y

Adrián con probabilidad $\frac{9}{13}$. Si ambos sucesos son independientes, calcule la probabilidad de los

siguientes sucesos:

- a) “Ambos dan en el blanco”.
- b) “Sólo Lena da en el blanco”.
- c) “Al menos uno da en el blanco”.

SOCIALES II. 2009. RESERVA 1. EJERCICIO 3. PARTE I. OPCIÓN A

R E S O L U C I Ó N

$$a) p(L \cap A) = p(L) \cdot p(A) = \frac{7}{11} \cdot \frac{9}{13} = \frac{63}{143}$$

$$b) p(L \cap \bar{A}) = p(L) - p(L \cap A) = \frac{7}{11} - \frac{63}{143} = \frac{28}{143}$$

$$c) p(L \cup A) = p(L) + p(A) - p(L \cap A) = \frac{7}{11} + \frac{9}{13} - \frac{7}{11} \cdot \frac{9}{13} = \frac{127}{143}$$

Una encuesta realizada por un banco muestra que el 60% de sus clientes tiene un préstamo hipotecario, el 50% tiene un préstamo personal y el 20% tiene un préstamo de cada tipo. Se elige, al azar, un cliente de ese banco.

- Calcule la probabilidad de que no tenga ninguno de los dos préstamos.
- Calcule la probabilidad de que tenga un préstamo hipotecario, sabiendo que no tiene un préstamo personal.

SOCIALES II. 2009. RESERVA 1. EJERCICIO 3. PARTE I. OPCIÓN B

R E S O L U C I Ó N

Los datos son: $p(H) = 0'6$; $p(P) = 0'5$; $p(H \cap P) = 0'2$

$$a) p(\overline{H} \cap \overline{P}) = p(\overline{H \cup P}) = 1 - p(H \cup P) = 1 - p(H) - p(P) + p(H \cap P) = 1 - 0'6 - 0'5 + 0'2 = 0'1$$

$$b) p\left(\frac{H}{\overline{P}}\right) = \frac{p(H \cap \overline{P})}{p(\overline{P})} = \frac{p(H) - p(H \cap P)}{p(\overline{P})} = \frac{0'6 - 0'2}{0'5} = \frac{4}{5} = 0'8$$

Sean A y B dos sucesos de un experimento aleatorio tales que:

$$p(A^c) = 0.2, \quad p(B) = 0.25, \quad p(A \cup B) = 0.85$$

a) ¿Son los sucesos A y B independientes?.

b) Calcule $p(A^c / B^c)$.

SOCIALES II. 2009. RESERVA 2. EJERCICIO 3. PARTE I. OPCIÓN A

R E S O L U C I Ó N

$$a) \quad p(A \cup B) = p(A) + p(B) - p(A \cap B) \Rightarrow p(A \cap B) = 0.8 + 0.25 - 0.85 = 0.2$$

Como $p(A \cap B) = p(A) \cdot p(B) = 0.2 \Rightarrow$ Son independientes

$$b) \quad p(A^c / B^c) = \frac{p(A^c \cap B^c)}{p(B^c)} = \frac{p(A \cup B)^c}{p(B^c)} = \frac{1 - p(A \cup B)}{p(B^c)} = \frac{0.15}{0.75} = 0.2$$

Un polideportivo dispone de 100 bolas de pádel y 120 bolas de tenis. Se sabe que 65 bolas son nuevas. Además, 75 bolas de pádel son usadas. Por un error, todas las bolas se han mezclado.

- a) Calcule la probabilidad de que si elegimos, al azar, una bola de tenis, ésta sea usada.
b) Calcule la probabilidad de que si elegimos, al azar, una bola, sea nueva.

SOCIALES II. 2009. RESERVA 2. EJERCICIO 3. PARTE I. OPCIÓN B

R E S O L U C I Ó N

	Usadas	Nuevas	
Pádel	75	25	100
Tenis	80	40	120
	155	65	220

a) $p = \frac{80}{120} = \frac{2}{3}$

b) $p = \frac{65}{220} = \frac{13}{44}$

Sean A y B dos sucesos tales que:

$$p(A) = 0.3, \quad p(B) = 0.4, \quad p(A \cup B) = 0.65$$

Conteste razonadamente las siguientes preguntas:

- ¿Son incompatible A y B ?
- ¿Son independientes A y B ?
- Calcule $p(A/B^c)$.

SOCIALES II. 2009. RESERVA 3. EJERCICIO 3. PARTE I. OPCIÓN A

R E S O L U C I Ó N

a) $p(A \cup B) = p(A) + p(B) - p(A \cap B) \Rightarrow p(A \cap B) = 0.3 + 0.4 - 0.65 = 0.05$

Luego, son compatibles, ya que, $p(A \cap B) \neq \emptyset$

b) $p(A \cap B) = 0.05 \neq 0.3 \cdot 0.4 \Rightarrow$ Son dependientes.

c)
$$p(A/B^c) = \frac{p(A \cap B^c)}{p(B^c)} = \frac{p(A) - p(A \cap B)}{p(B^c)} = \frac{0.3 - 0.05}{0.6} = \frac{0.25}{0.6} = \frac{5}{12}$$

Sean A y B dos sucesos independientes de un mismo experimento aleatorio, tales que:

$$p(A) = 0.4, \quad p(B) = 0.6$$

a) Calcule $p(A \cap B)$ y $p(A \cup B)$.

b) Calcule $p(A/B)$ y $p(B/A^c)$.

SOCIALES II. 2009. RESERVA 3. EJERCICIO 3. PARTE I. OPCIÓN B

R E S O L U C I Ó N

a)

$$p(A \cap B) = p(A) \cdot p(B) = 0'4 \cdot 0'6 = 0'24$$

$$p(A \cup B) = p(A) + p(B) - p(A \cap B) = 0'4 + 0'6 - 0'24 = 0'76$$

b)

$$p(A/B) = \frac{p(A \cap B)}{p(B)} = \frac{0'24}{0'6} = 0'4$$

$$p(B/A^c) = \frac{p(B \cap A^c)}{p(A^c)} = \frac{p(B) - p(A \cap B)}{p(A^c)} = \frac{0'6 - 0'24}{0'6} = 0'6$$

Se consideran dos sucesos A y B , asociados a un espacio muestral, tales que:

$$p(A \cup B) = 1, \quad p(A \cap B) = 0.3, \quad p(A/B) = 0.6$$

a) Halle las probabilidades de los sucesos A y B .

b) Determine si el suceso B es independiente del suceso A .

SOCIALES II. 2009. RESERVA 4. EJERCICIO 3. PARTE I. OPCIÓN A

R E S O L U C I Ó N

a)

$$p(A/B) = \frac{p(A \cap B)}{p(B)} \Rightarrow p(B) = \frac{p(A \cap B)}{p(A/B)} = \frac{0.3}{0.6} = 0.5$$

$$p(A \cup B) = p(A) + p(B) - p(A \cap B) \Rightarrow p(A) = 1 - 0.5 + 0.3 = 0.8$$

b)

$$p(A \cap B) = 0.3 \neq 0.8 \cdot 0.5 \Rightarrow \text{Son dependientes.}$$

El 70% de los visitantes de un museo son españoles. El 49% son españoles y mayores de edad. De los que no son españoles, el 40% son menores de edad.

a) Si se escoge, al azar, un visitantes de este museo, ¿cuál es la probabilidad de que sea mayor de edad?.

b) Se ha elegido, aleatoriamente, un visitante de este museo y resulta que es menor de edad, ¿cuál es la probabilidad de que no sea español?.

SOCIALES II. 2009. RESERVA 4. EJERCICIO 3. PARTE I. OPCIÓN B

R E S O L U C I Ó N

	Mayor de edad	Menor de edad	
Españoles	49	21	70
No españoles	18	12	30
	67	33	100

a)

$$p(\text{Mayor de edad}) = 0'67 = 67\%$$

b)

$$p(\text{No español} / \text{Menor de edad}) = \frac{0'12}{0'33} = \frac{4}{11}$$

Una enfermedad afecta al 10% de la población. Una prueba de diagnóstico tiene las siguientes características: si se aplica a una persona con la enfermedad, da positivo en el 98% de los casos; si se aplica a una persona que no tiene la enfermedad, da positivo en el 6% de los casos. Se elige una persona, al azar, y se le aplica la prueba.

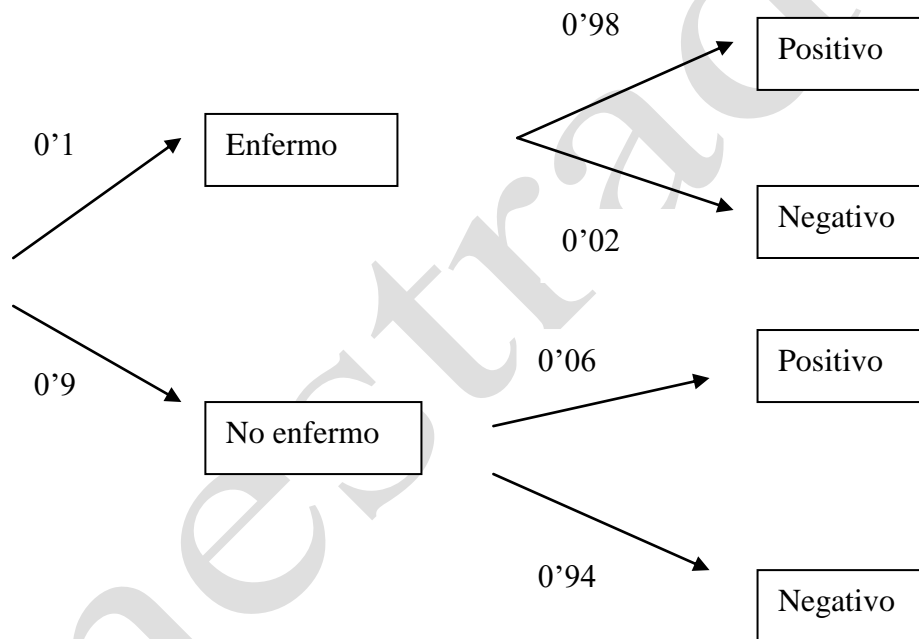
a) ¿Cuál es la probabilidad de que dé positivo?.

b) Si no dá positivo, ¿Cuál es la probabilidad de que tenga la enfermedad?.

SOCIALES II. 2009. SEPTIEMBRE. EJERCICIO 3. PARTE I. OPCIÓN A

R E S O L U C I Ó N

Hacemos un diagrama de árbol



a) $p(\text{positivo}) = 0'1 \cdot 0'98 + 0'9 \cdot 0'06 = 0'152$

b) $p(\text{Enfermedad} / \text{No positivo}) = \frac{0'1 \cdot 0'02}{0'1 \cdot 0'02 + 0'9 \cdot 0'94} = \frac{0'002}{0'848} = 0'0023 = \frac{1}{424}$

En una editorial hay dos máquinas A y B que encuadernan 100 y 900 libros al día, respectivamente. Además, se sabe que la probabilidad de que un libro encuadernado por A tenga algún fallo de encuadernación es del 2% y del 10% si ha sido encuadernado por la máquina B. Se elige, al azar, un libro encuadernado por esa editorial.

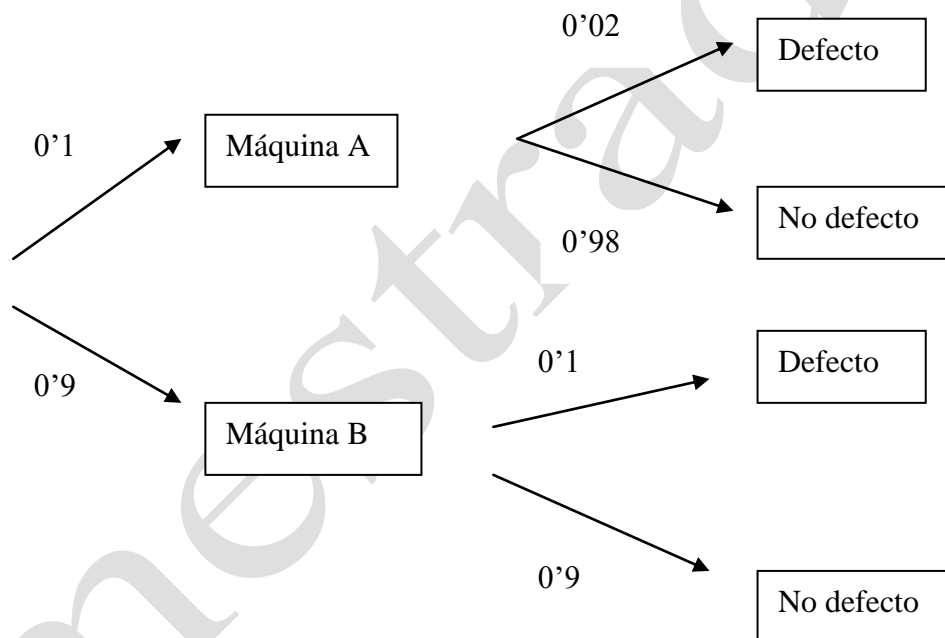
a) Calcule la probabilidad de que no sea defectuoso.

b) Si es defectuoso, halle la probabilidad de haber sido encuadernado por la máquina A.

SOCIALES II. 2009. SEPTIEMBRE. EJERCICIO 3. PARTE I. OPCIÓN B

R E S O L U C I Ó N

Hacemos un diagrama de árbol



a) $p(\text{No defecto}) = 0'1 \cdot 0'98 + 0'9 \cdot 0'9 = 0'908$

b) $p(\text{Máquina A} / \text{Defecto}) = \frac{0'1 \cdot 0'02}{0'1 \cdot 0'02 + 0'9 \cdot 0'1} = \frac{0'002}{0'092} = 0'0217 = \frac{1}{46}$