

MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CIENCIAS SOCIALES

TEMA 5: PROBABILIDAD

- Junio, Ejercicio 3, Opción A
- Junio, Ejercicio 3, Opción B
- Reserva 1, Ejercicio 3, Opción A
- Reserva 1, Ejercicio 3, Opción B
- Reserva 2, Ejercicio 3, Opción A
- Reserva 2, Ejercicio 3, Opción B
- Reserva 3, Ejercicio 3, Opción A
- Reserva 3, Ejercicio 3, Opción B
- Reserva 4, Ejercicio 3, Opción A
- Reserva 4, Ejercicio 3, Opción B
- Septiembre, Ejercicio 3, Opción A
- Septiembre, Ejercicio 3, Opción B

emestrada

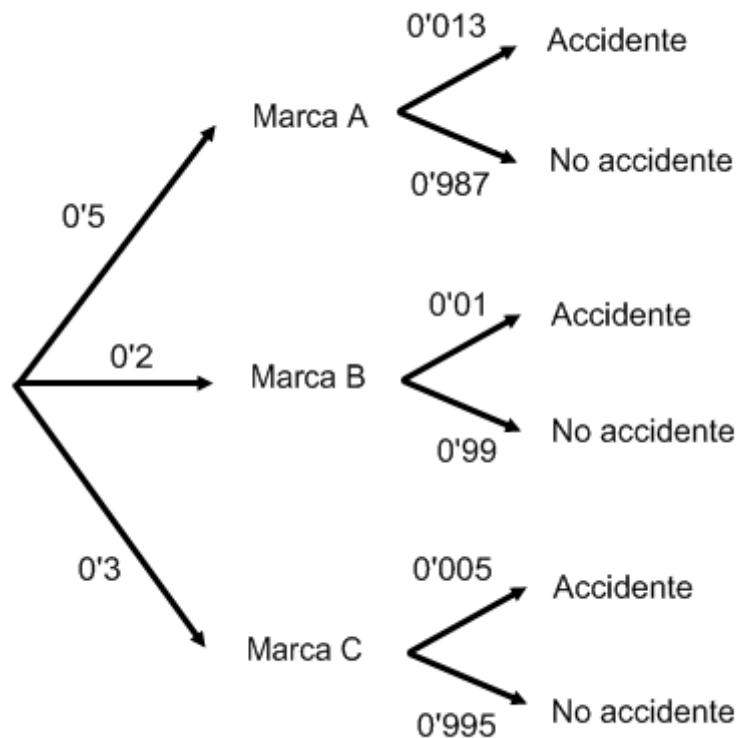
Una compañía de seguros ha hecho un seguimiento durante un año a 50.000 coches de la marca A, a 20.000 de la marca B y a 30.000 de la C, que tenía asegurados, obteniendo que, de ellos, habían tenido accidente 650 coches de la marca A, 200 de la B y 150 de la C. A la vista de estos datos:

- a) ¿Cuál de las tres marcas de coches tiene menos proporción de accidentes?
b) Si, elegido al azar uno de los coches observados, ha tenido un accidentes, ¿cuál es la probabilidad de que sea la marca C?.

SOCIALES II. 2012. JUNIO. EJERCICIO 3. OPCIÓN A

R E S O L U C I Ó N

a) Hacemos un diagrama de árbol con los datos del problema



$$\text{proporción}(\text{accidentes marca A}) = \frac{650}{50.000} = 0'013$$

$$\text{proporción}(\text{accidentes marca B}) = \frac{200}{20.000} = 0'01$$

$$\text{proporción}(\text{accidentes marca C}) = \frac{150}{30.000} = 0'005$$

Luego, la marca que tiene menos proporción de accidentes es la C.

$$b) p(C / \text{Accidente}) = \frac{0'0015}{0'0065 + 0'002 + 0'0015} = 0'15$$

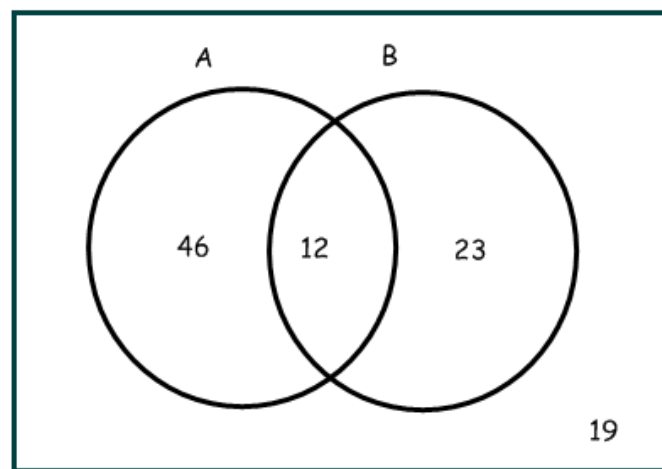
En una localidad hay solamente dos supermercados A y B. El 58% de los habitantes compra en el A, el 35% en el B y el 12% compra en ambos.

Si se elige un ciudadano al azar, calcule la probabilidad de que:

- Compre en algún supermercado.
- No compre en ningún supermercado.
- Compre solamente en un supermercado.
- Compre en el supermercado A, sabiendo que no compra en el B.

SOCIALES II. 2012. JUNIO. EJERCICIO 3. OPCIÓN B

RESOLUCIÓN



$$a) p = 0'81 = 81\% \quad ; \quad b) p = 0'19 = 19\% \quad ; \quad c) p = 0'69 = 69\% \quad ; \quad d) p = \frac{0'46}{0'65} = 0'7076$$

Otra forma:

$$\text{Datos: } p(A) = 0'58 \quad ; \quad p(B) = 0'35 \quad ; \quad p(A \cap B) = 0'12$$

$$a) p(A \cup B) = p(A) + p(B) - p(A \cap B) = 0'58 + 0'35 - 0'12 = 0'81$$

$$b) p(A^c \cap B^c) = p(A \cup B)^c = 1 - p(A \cup B) = 1 - 0'81 = 0'19$$

$$c) p(A \cap B^c) + p(B \cap A^c) = p(A) - p(A \cap B) + p(B) - p(A \cap B) = 0'58 - 0'12 + 0'35 - 0'12 = 0'69$$

$$d) p(A/B^c) = \frac{p(A \cap B^c)}{p(B^c)} = \frac{p(A) - p(A \cap B)}{p(B^c)} = \frac{0'58 - 0'12}{0'65} = 0'7076$$

En un congreso de 200 jóvenes profesionales se pasa una encuesta para conocer los hábitos en cuanto a contratar los viajes por internet. Se observa que 120 son hombres y que, de estos, 84 contratan los viajes por Internet, mientras que 24 de las mujeres no emplean esa vía.

Elegido un congresista al azar, calcule la probabilidad de que:

- No contrate sus viajes por internet.
- Use internet para contratar los viajes, si la persona elegida es una mujer.
- Sea hombre, sabiendo que contrata sus viajes por internet.

SOCIALES II. 2012. RESERVA 1. EJERCICIO 3. OPCIÓN A

R E S O L U C I Ó N

Hacemos una tabla de doble entrada con los datos que nos dan y completamos los que nos faltan.

	Hombre	Mujer	Total
Internet	84	56	140
No internet	36	24	60
Total	120	80	200

$$a) p = \frac{60}{200} = \frac{3}{10}$$

$$b) p = \frac{56}{80} = \frac{7}{10}$$

$$c) p = \frac{84}{140} = \frac{3}{5}$$

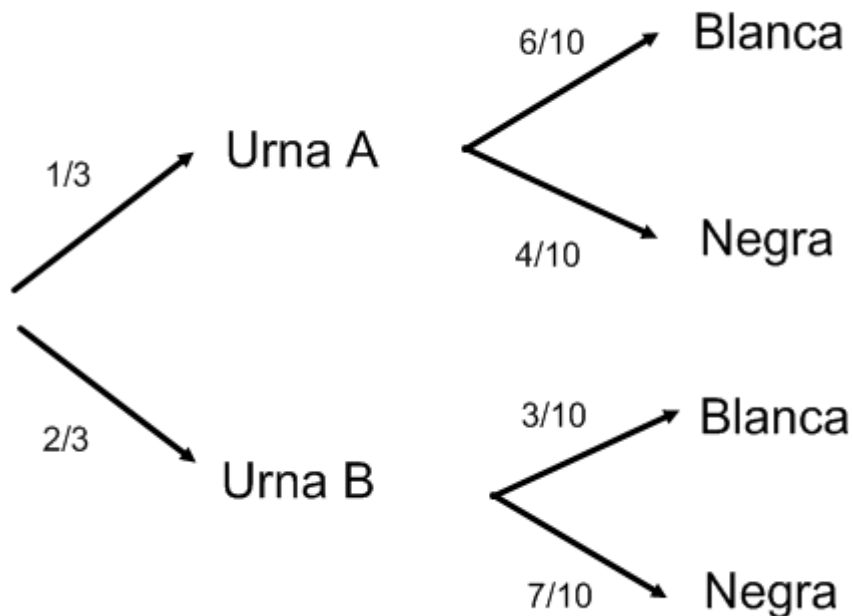
Lanzamos un dado, si sale 5 o 6 extraemos una bola de la urna A, que contiene 6 bolas blancas y 4 negras. Si sale otro resultado se extrae una bola de la urna B, que contiene 3 bolas blancas y 7 negras. Calcule:

- La probabilidad de que la bola extraída sea negra.
- La probabilidad de que la bola sea negra y de la urna B.
- La probabilidad de que haya salido menos de 5 si la bola extraída ha sido blanca.

SOCIALES II. 2012. RESERVA 1. EJERCICIO 3. OPCIÓN B

RESOLUCIÓN

Hacemos un diagrama de árbol



$$a) p(\text{negra}) = \frac{1}{3} \cdot \frac{4}{10} + \frac{2}{3} \cdot \frac{7}{10} = \frac{18}{30} = \frac{3}{5}$$

$$b) p(\text{negra y urna B}) = \frac{2}{3} \cdot \frac{7}{10} = \frac{14}{30} = \frac{7}{15}$$

$$c) p(\text{menos de 5 / blanca}) = \frac{\frac{2}{3} \cdot \frac{3}{10}}{1 - p(\text{negra})} = \frac{\frac{6}{30}}{1 - \frac{3}{5}} = \frac{\frac{1}{5}}{\frac{2}{5}} = \frac{1}{2}$$

Una empresa dispone de tres máquinas A , B y C , que fabrican, respectivamente, el 60%, 30% y 10% de los artículos que comercializa.

El 5% de los artículos que fabrica A , el 4% de los de B y el 3% de los de C son defectuosos.

Elegido, al azar, un artículo de los que se fabrican en la empresa:

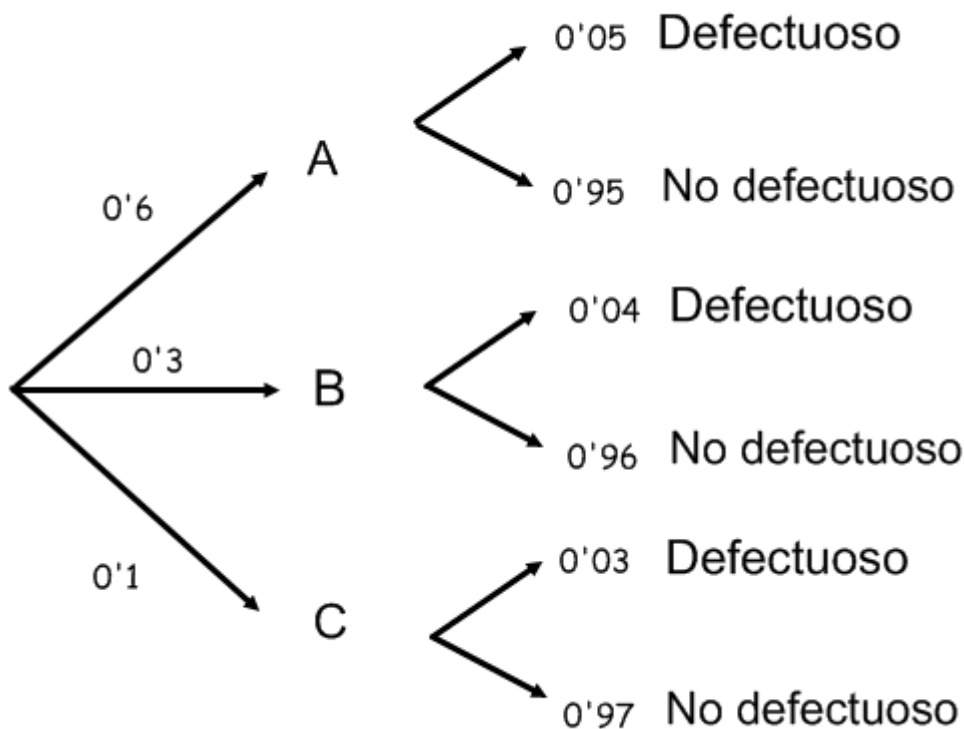
a) ¿Cuál es la probabilidad de que sea defectuoso y esté fabricado por la máquina C ?

b) ¿Cuál es la probabilidad de que no sea defectuoso?

c) Si sabemos que no es defectuoso, ¿cuál es la probabilidad de que proceda de la máquina A ?

SOCIALES II. 2012. RESERVA 2. EJERCICIO 3. OPCIÓN A

RESOLUCIÓN



a) $p(\text{defectuoso y } C) = 0'1 \cdot 0'03 = 0'003$

b) $p(\text{no defectuoso}) = 0'6 \cdot 0'95 + 0'3 \cdot 0'96 + 0'1 \cdot 0'97 = 0'955$

c)

$$p(A/\text{no defectuoso}) = \frac{0'6 \cdot 0'95}{0'955} = \frac{0'57}{0'955} = \frac{114}{191} = 0'596$$

Se sabe que el 90% de los estudiantes del último curso de una Universidad está preocupado por sus posibilidades de encontrar trabajo, el 30% está preocupado por sus notas y el 25% por ambas cosas.

a) Si hay 400 alumnos matriculados en el último curso de dicha Universidad, ¿cuántos de ellos no están preocupados por ninguna de las dos cosas?.

b) Si un alumno del último curso, elegido al azar, no está preocupado por encontrar trabajo, ¿cuál es la probabilidad de que esté preocupado por sus notas?.

SOCIALES II. 2012. RESERVA 2. EJERCICIO 3. OPCIÓN B

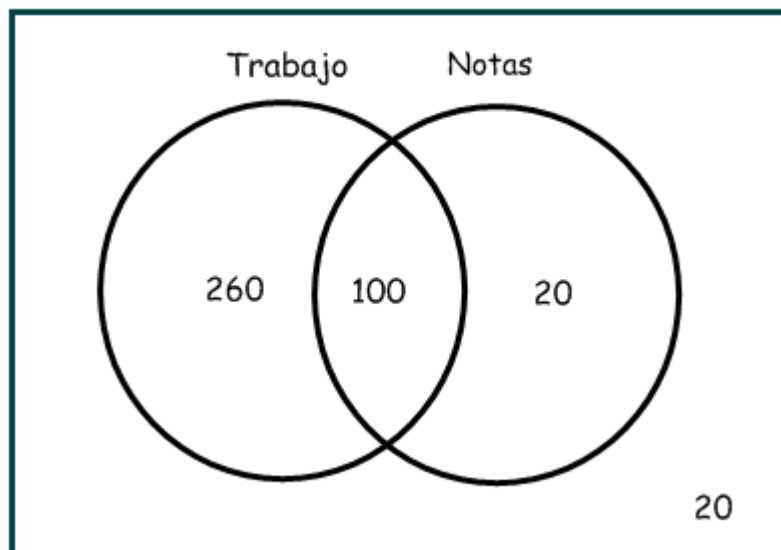
R E S O L U C I Ó N

Hacemos un diagrama de Venn con los datos del problema.

Alumnos preocupados por encontrar trabajo = $0'9 \cdot 400 = 360$

Alumnos preocupados por las notas = $0'3 \cdot 400 = 120$

Alumnos preocupados por ambas cosas = $0'25 \cdot 400 = 100$



a) *Alumnos No preocupados* = 20

b) $p(\text{si notas / no trabajo}) = \frac{20}{40} = \frac{1}{2}$

Se ha impartido un curso de “conducción eficiente” a 200 personas. De los asistentes al curso, 60 son profesionales de autoescuela y, de ellos, el 95% han mejorado su conducción. Este porcentaje baja al 80% en el resto de los asistentes. Halle la probabilidad de que, elegido un asistente al azar:

a) No haya mejorado su conducción.

b) No sea profesor de autoescuela, sabiendo que ha mejorado su conducción.

SOCIALES II. 2012. RESERVA 3. EJERCICIO 3. OPCIÓN A

R E S O L U C I Ó N

Hacemos una tabla de doble entrada con los datos que nos dan y completamos los que nos faltan

	Mejora	No mejora	Total
Profesor	57	3	60
No profesor	112	28	140
Total	169	31	200

$$a) p = \frac{\text{casos favorables}}{\text{casos posibles}} = \frac{31}{200} = 0'155$$

$$b) p = \frac{\text{casos favorables}}{\text{casos posibles}} = \frac{112}{169} = 0'6627$$

Se sabe que el 44% de la población activa de cierta provincia está formada por mujeres. También se sabe que, de ellas, el 25% está en paro y que el 20% de los hombres de la población activa también están en paro.

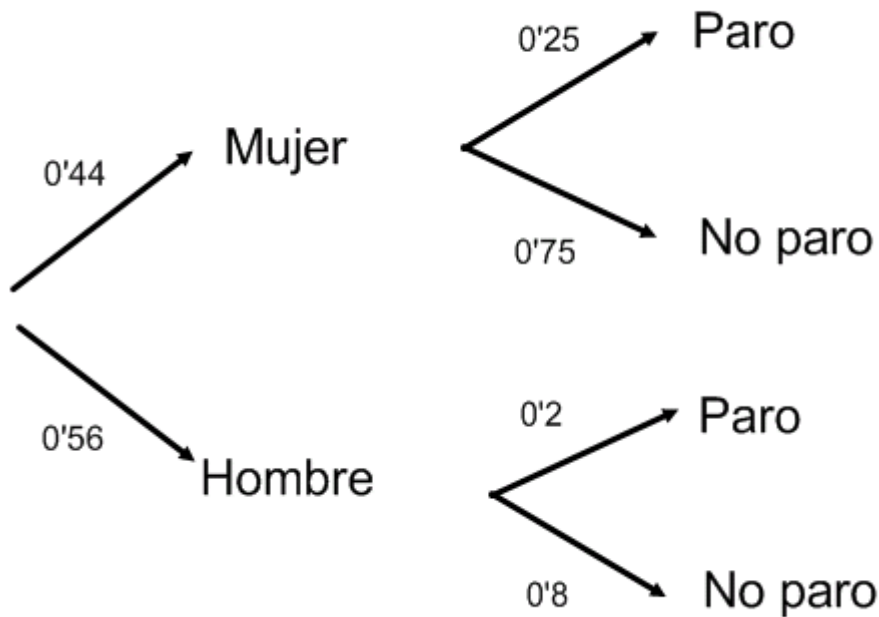
a) Elegida, al azar, una persona de la población activa de esa provincia, calcule la probabilidad de que esté en paro.

b) Si hemos elegido, al azar, una persona que trabaja, ¿cuál es la probabilidad de que sea hombre?.

SOCIALES II. 2012. RESERVA 3. EJERCICIO 3. OPCIÓN B

RESOLUCIÓN

Hacemos un diagrama de árbol



a) $p(\text{paro}) = 0'44 \cdot 0'25 + 0'56 \cdot 0'2 = 0'222$

b) $p(\text{hombre} / \text{trabaja}) = \frac{0'56 \cdot 0'8}{1 - 0'222} = \frac{0'448}{0'778} = \frac{224}{389} = 0'5758$

Una urna contiene 25 bolas blancas sin marcar, 75 bolas blancas marcadas, 125 bolas negras sin marcar y 175 bolas negras marcadas. Se extrae una bola al azar.

- Calcule la probabilidad de que sea blanca.
- ¿Cuál es la probabilidad de que sea blanca sabiendo que está marcada?.
- ¿cuál es la probabilidad de que sea negra y esté marcada?.
- Son independientes los sucesos “sacar bola marcada” y “sacar bola blanca”.

SOCIALES II. 2012. RESERVA 4. EJERCICIO 3. OPCIÓN A

R E S O L U C I Ó N

	Blanca	Negra	Total
Marcada	75	175	250
No marcada	25	125	150
Total	100	300	400

$$a) p(\text{Blanca}) = \frac{100}{400} = \frac{1}{4} = 0'25$$

$$b) p(\text{Blanca} / \text{Marcada}) = \frac{75}{250} = \frac{3}{10} = 0'3$$

$$c) p(\text{Negra y Marcada}) = \frac{175}{400} = \frac{7}{16} = 0'4375$$

$$d) \text{Calculamos: } p(B) = 0'25$$

$$p(\text{Marcada}) = \frac{250}{400} = \frac{5}{8} = 0'625$$

$$p(\text{Blanca y marcada}) = \frac{75}{400} = \frac{3}{16} = 0'1875$$

Como: $0'1875 \neq 0'25 \cdot 0'625 \Rightarrow$ Los sucesos son dependientes.

Se consideran dos sucesos A y B asociados a un experimento aleatorio. Se sabe que $p(A) = 0.8$, $p(B) = 0.7$ y $p(A \cup B) = 0.94$

a) ¿Son A y B sucesos independientes?.

b) Calcule $p(A/B)$

c) Calcule $p(A^c \cup B^c)$

SOCIALES II. 2012. RESERVA 4. EJERCICIO 3. OPCIÓN B

RESOLUCIÓN

a) Calculamos $p(A \cap B)$:

$$p(A \cup B) = p(A) + p(B) - p(A \cap B) \Rightarrow p(A \cap B) = 0.8 + 0.7 - 0.94 = 0.56$$

Los sucesos son independientes si se cumple: $p(A \cap B) = p(A) \cdot p(B)$

$$\left. \begin{array}{l} p(A \cap B) = 0.56 \\ p(A) \cdot p(B) = 0.8 \cdot 0.7 = 0.56 \end{array} \right\} \Rightarrow p(A \cap B) = p(A) \cdot p(B) \Rightarrow \text{Son independientes}$$

b) Aplicamos la fórmula:

$$p(A/B) = \frac{p(A \cap B)}{p(B)} = \frac{0.56}{0.7} = 0.8$$

c) Aplicamos Morgan:

$$p(A^c \cup B^c) = p(A \cap B)^c = 1 - p(A \cap B) = 1 - 0.56 = 0.44$$

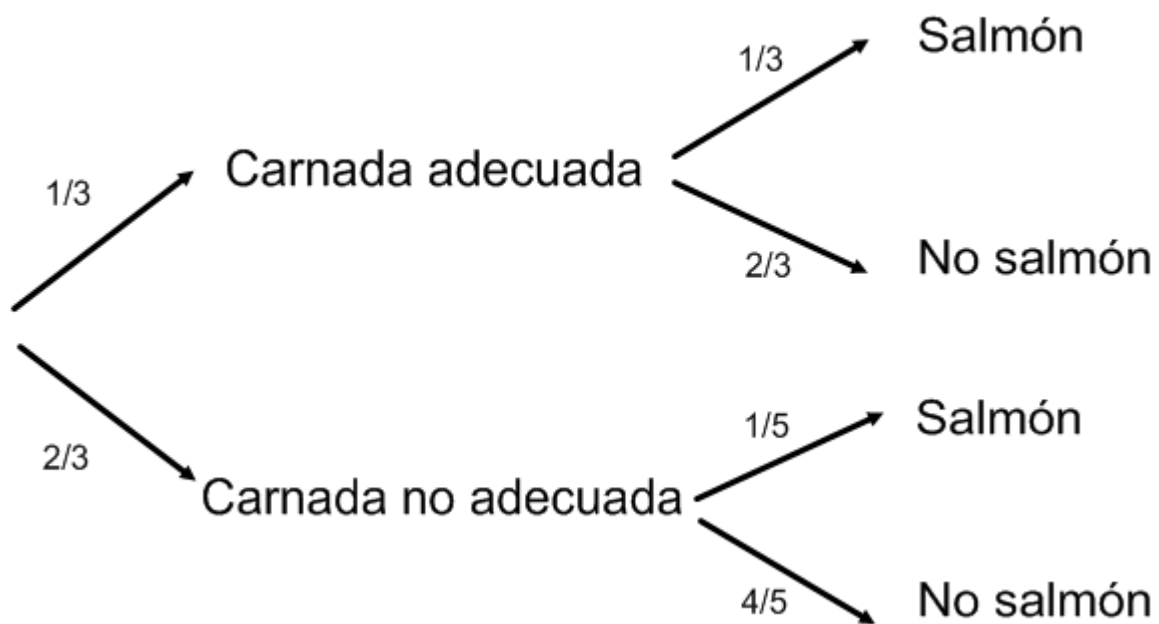
Un pescador tiene tres tipos de carnada de las que sólo una es adecuada para pescar salmón. Si utiliza la carnada correcta la probabilidad de que pesque un salmón es $\frac{1}{3}$, mientras que si usa una de las inadecuadas esa probabilidad se reduce a $\frac{1}{5}$.

- a) Si elige aleatoriamente la carnada, ¿cuál es la probabilidad de que pesque un salmón?
 b) Si ha pescado un salmón, ¿cuál es la probabilidad de que lo haya hecho con la carnada adecuada?

SOCIALES II. 2012. SEPTIEMBRE. EJERCICIO 3. OPCIÓN A

RESOLUCIÓN

Hacemos un diagrama de árbol con los datos del problema



a) $p(\text{Salmón}) = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{3} + \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{5} = \frac{11}{45}$

b) $p = \frac{\frac{1}{3} \cdot \frac{1}{3}}{\frac{11}{45}} = \frac{5}{11}$

Sean A y B dos sucesos de un espacio muestral, de los que se conocen las probabilidades $p(A) = 0.60$ y $p(B) = 0.25$. Determine las probabilidades que deben asignarse a los sucesos $A \cup B$ y $A \cap B$ en cada uno de los siguientes supuestos:

- Si A y B fuesen incompatibles.
- Si A y B fueran independientes.
- Si $p(A/B) = 0.40$.

SOCIALES II. 2012. SEPTIEMBRE. EJERCICIO 3. OPCIÓN B

R E S O L U C I Ó N

a) Si A y B son incompatibles $\Rightarrow \begin{cases} p(A \cap B) = 0 \\ p(A \cup B) = p(A) + p(B) = 0.6 + 0.25 = 0.85 \end{cases}$

b) Si A y B son independientes $\Rightarrow \begin{cases} p(A \cap B) = p(A) \cdot p(B) = 0.6 \cdot 0.25 = 0.15 \\ p(A \cup B) = p(A) + p(B) - p(A \cap B) = 0.6 + 0.25 - 0.15 = 0.70 \end{cases}$

c) Si $p(A/B) = 0.4 \Rightarrow \begin{cases} p(A \cap B) = p(B) \cdot p(A/B) = 0.25 \cdot 0.4 = 0.1 \\ p(A \cup B) = p(A) + p(B) - p(A \cap B) = 0.6 + 0.25 - 0.1 = 0.75 \end{cases}$