

MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CIENCIAS SOCIALES

TEMA 5: PROBABILIDAD

- Junio, Ejercicio 3, Opción A
- Junio, Ejercicio 3, Opción B
- Reserva 1, Ejercicio 3, Opción A
- Reserva 1, Ejercicio 3, Opción B
- Reserva 2, Ejercicio 3, Opción A
- Reserva 2, Ejercicio 3, Opción B
- Reserva 3, Ejercicio 3, Opción A
- Reserva 3, Ejercicio 3, Opción B
- Reserva 4, Ejercicio 3, Opción A
- Reserva 4, Ejercicio 3, Opción B
- Septiembre, Ejercicio 3, Opción A
- Septiembre, Ejercicio 3, Opción B

Marta tiene dos trajes rojos, un traje azul y uno blanco. Además, tiene un par de zapatos de color rojo, otro de color azul y dos pares blancos. Si decide aleatoriamente qué ponerse, determine las probabilidades de los siguientes sucesos:

a) Llevar un traje rojo y unos zapatos blancos.

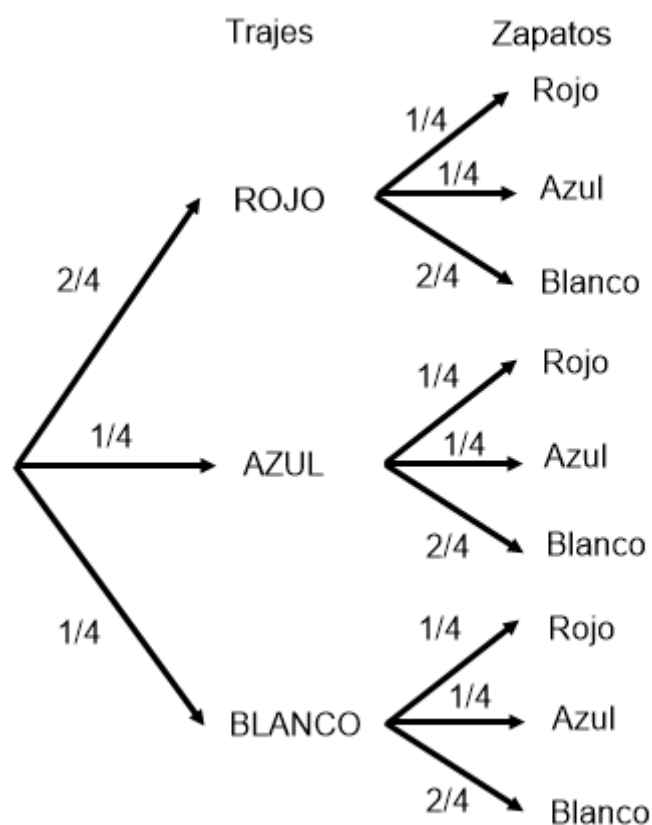
b) No ir toda vestida de blanco.

c) Calzar zapatos azules o blancos.

SOCIALES II. 2016. JUNIO. EJERCICIO 3. OPCIÓN A

R E S O L U C I Ó N

Hacemos un diagrama de árbol



a) $p = \frac{2}{4} \cdot \frac{2}{4} = \frac{1}{4}$

b) $p = 1 - \frac{1}{4} \cdot \frac{2}{4} = 1 - \frac{1}{8} = \frac{7}{8}$

c) $p = 1 - \frac{2}{4} \cdot \frac{1}{4} - \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{4} - \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{4} = 1 - \frac{1}{8} - \frac{1}{16} - \frac{1}{16} = \frac{3}{4}$

En una encuesta sobre la nacionalidad de los veraneantes en un municipio de la costa andaluza, se ha observado que el 40% de los encuestados son españoles y el 60% extranjeros, que el 30% de los españoles y el 80% de los extranjeros residen en un hotel y el resto en otro tipo de residencia.

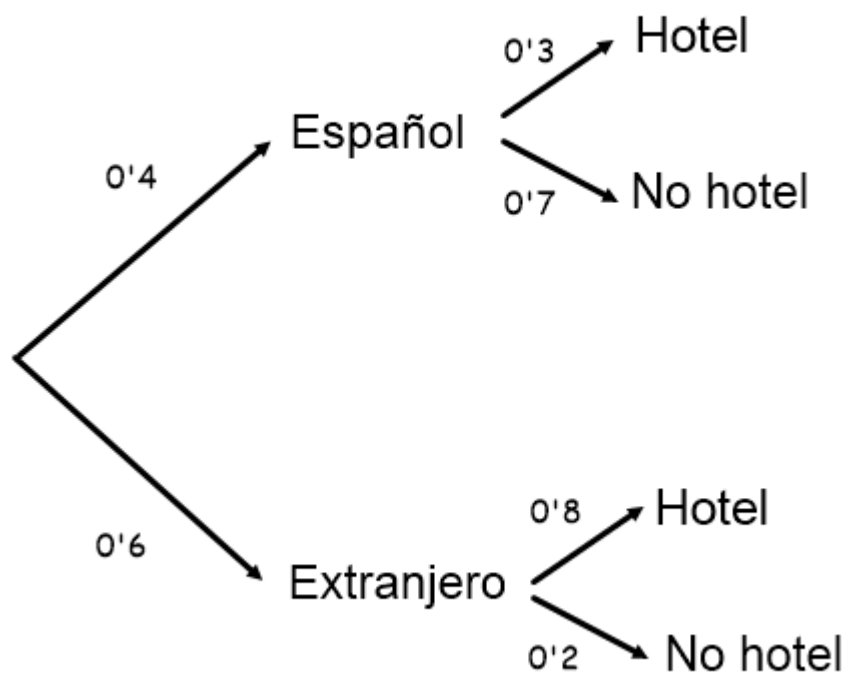
Se elige al azar un veraneante del municipio

- ¿Cuál es la probabilidad de que no resida en un hotel?
- Si no reside en un hotel, ¿cuál es la probabilidad de que sea español?
- ¿Son independientes los sucesos “ser extranjero” y “residir en un hotel”?

SOCIALES II. 2016. JUNIO. EJERCICIO 3. OPCIÓN B

RESOLUCIÓN

Hacemos un diagrama de árbol



a) $p(\text{no hotel}) = 0'4 \cdot 0'7 + 0'6 \cdot 0'2 = 0'4$

b) $p(\text{español} / \text{no hotel}) = \frac{0'4 \cdot 0'7}{0'4 \cdot 0'7 + 0'6 \cdot 0'2} = \frac{0'28}{0'4} = 0'7$

c) Son independientes si se cumple que: $p(Ex \cap H) = p(Ex) \cdot p(H)$

$$\left. \begin{array}{l} p(Ex \cap H) = 0'6 \cdot 0'8 = 0'48 \\ p(Ex) \cdot p(H) = 0'6 \cdot (1 - 0'4) = 0'36 \end{array} \right\} 0'48 \neq 0'36 \Rightarrow \text{Dependientes}$$

El 55% de los asistentes a un concierto son menores de 20 años. El 30% de los menores de 20 años y el 25% de los mayores de esa edad son chicas. Se elige uno de los asistentes al azar

a) ¿Cuál es la probabilidad de que sea chica?

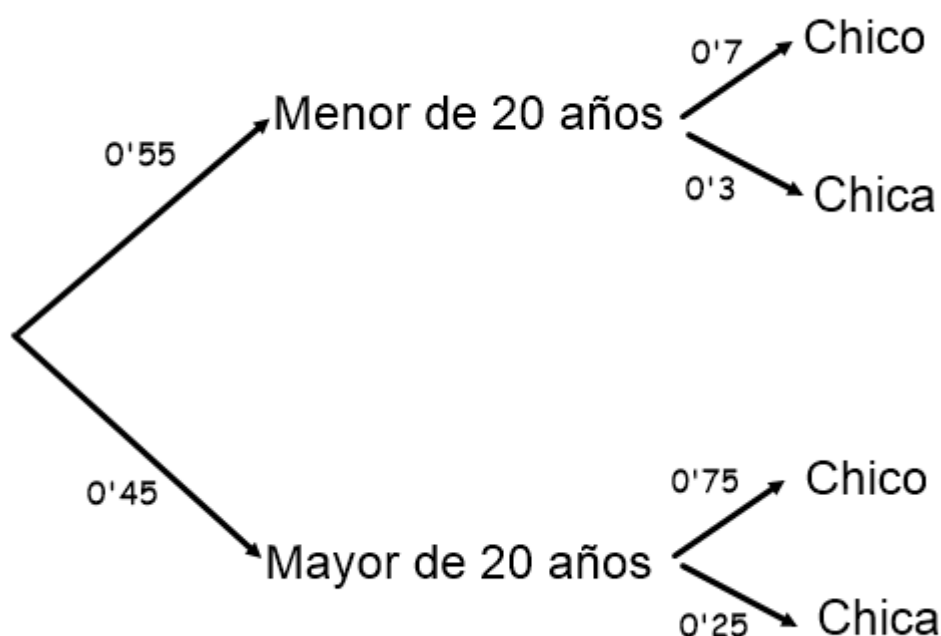
b) ¿Cuál es la probabilidad de que sea mayor de 20 años, sabiendo que es una chica?

c) ¿Cuál es la probabilidad de que sea menor de 20 años, sabiendo que es un chico?

SOCIALES II. 2016. RESERVA 1. EJERCICIO 3. OPCIÓN A

RESOLUCIÓN

Hacemos un diagrama de árbol



$$a) p(chica) = 0'55 \cdot 0'3 + 0'45 \cdot 0'25 = 0'2775$$

$$b) p(mayor\ de\ 20 / chica) = \frac{0'45 \cdot 0'25}{0'55 \cdot 0'3 + 0'45 \cdot 0'25} = \frac{0'1125}{0'2775} = 0'4054$$

$$c) p(menor\ de\ 20 / chico) = \frac{0'55 \cdot 0'7}{0'55 \cdot 0'7 + 0'45 \cdot 0'75} = \frac{0'385}{0'7225} = 0'5328$$

Disponemos de tres dados. Dos de ellos tienen sus caras numeradas del 1 al 6 y el tercero tiene cinco caras numeradas con el 3 y la otra con el 1. Se elige al azar uno de los tres dados y se realiza el lanzamiento

a) Determina la probabilidad de que se obtenga un 3.

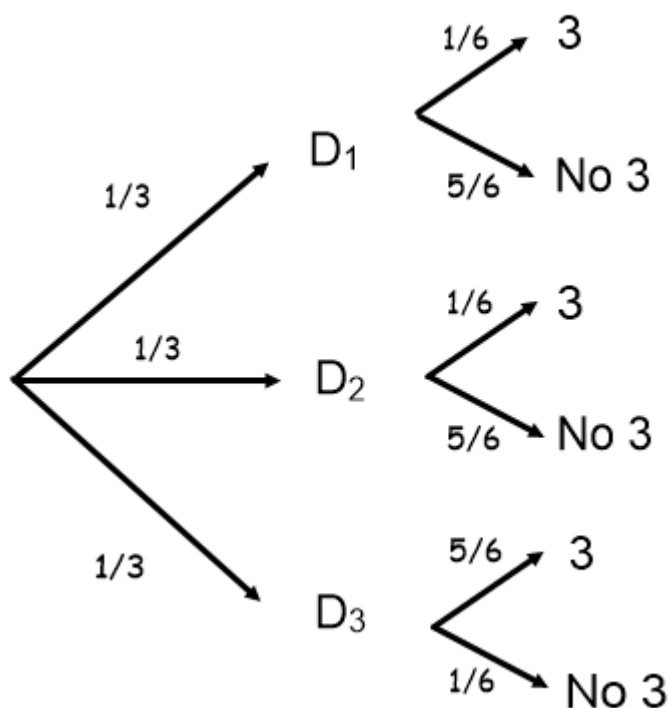
b) Determina la probabilidad de que se obtenga un número par.

c) Si se ha obtenido un 3, ¿cuál es la probabilidad de que hayamos elegido el tercer dado?

SOCIALES II. 2016. RESERVA 1. EJERCICIO 3. OPCIÓN B

RESOLUCIÓN

Hacemos un diagrama de árbol



$$a) p(3) = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{6} + \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{6} + \frac{1}{3} \cdot \frac{5}{6} = \frac{7}{18} = 0'3888$$

$$b) p(par) = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} + \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} + \frac{1}{3} \cdot 0 = \frac{1}{3} = 0'3333$$

$$c) p(D_3 / 3) = \frac{\frac{1}{3} \cdot \frac{5}{6}}{\frac{1}{3} \cdot \frac{1}{6} + \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{6} + \frac{1}{3} \cdot \frac{5}{6}} = \frac{\frac{5}{18}}{\frac{7}{18}} = \frac{5}{7} = 0'7142$$

El 60% de los jóvenes de una ciudad usa Facebook, el 80% usa WhatsApp y el 4% usa Facebook pero no WhatsApp.

- Halle el porcentaje de jóvenes de esa ciudad que usa ambas aplicaciones.
- Calcule el porcentaje de esos jóvenes que usa WhatsApp pero no Facebook.
- Entre los jóvenes que usan WhatsApp, ¿qué porcentaje usa también Facebook?
- Los sucesos “usar Facebook” y “usar WhatsApp”, ¿son independientes?

SOCIALES II. 2016. RESERVA 2. EJERCICIO 3. OPCION A

R E S O L U C I Ó N

Datos del problema: $p(F) = 0'6$; $p(W) = 0'8$; $p(F \cap W^c) = 0'04$

$$a) \quad p(F \cap W^c) = p(F) - p(F \cap W) \Rightarrow p(F \cap W) = p(F) - p(F \cap W^c) = 0'6 - 0'04 = 0'56 = 56\%$$

$$b) \quad p(W \cap F^c) = p(W) - p(F \cap W) = 0'8 - 0'56 = 0'24 = 24\%$$

$$c) \quad p(F / W) = \frac{p(F \cap W)}{p(W)} = \frac{0'56}{0'8} = 0'7 = 70\%$$

$$c) \quad \text{Si } F \text{ y } W \text{ son independientes se tiene que cumplir: } p(F \cap W) = p(F) \cdot p(W)$$

$$0'56 \neq 0'6 \cdot 0'8 \Rightarrow \text{Dependientes}$$

De los sucesos A y B de un experimento aleatorio se conocen las siguientes probabilidades:

$$P(A) = 0.4 \quad , \quad P(B) = 0.5 \quad , \quad P((A \cup B)^c) = 0.1$$

- a) Razone si A y B son sucesos compatibles.
- b) Razone si A y B son sucesos independientes.
- c) Calcule $P(A \cap B^c)$
- d) Calcule $P(A/B^c)$.

SOCIALES II. 2016. RESERVA 2. EJERCICIO 3. OPCION B

R E S O L U C I Ó N

Datos del problema: $p(A) = 0'4$; $p(B) = 0'5$; $p((A \cup B)^c) = 0'1$

$$a) \quad p((A \cup B)^c) = 1 - p(A \cup B) \Rightarrow 0'1 = 1 - p(A \cup B) \Rightarrow p(A \cup B) = 0'9$$

Sabemos que:

$$p(A \cup B) = p(A) + p(B) - p(A \cap B) \Rightarrow 0'9 = 0'4 + 0'5 - p(A \cap B) \Rightarrow p(A \cap B) = 0 \Rightarrow \text{Incompatibles}$$

b) Si A y B son independientes se tiene que cumplir: $p(A \cap B) = p(A) \cdot p(B)$

$$0 \neq 0'4 \cdot 0'5 \Rightarrow \text{Dependientes}$$

$$c) \quad p(A \cap B^c) = p(A) - p(A \cap B) = 0'4 - 0 = 0'4$$

$$d) \quad p(A/B^c) = \frac{p(A \cap B^c)}{p(B^c)} = \frac{0'4}{0'5} = 0'8$$

En un centro de estudios que tiene 250 estudiantes, hay 50 que tienen problemas visuales y 20 que tienen problemas auditivos. Los sucesos “tener problemas visuales” y “tener problemas auditivos” son independientes.

Se elige un estudiante al azar, calcule las probabilidades de los sucesos siguientes:

- a) Tener problemas visuales y auditivos.
- b) No tener problemas visuales ni auditivos.
- c) Tener algún problema auditivo si no tiene problemas visuales.

SOCIALES II. 2016. RESERVA 3. EJERCICIO 3. OPCION A

R E S O L U C I Ó N

Datos del problema: $p(V) = \frac{50}{250} = 0'2$; $p(A) = \frac{20}{250} = 0'08$; $p(V \cap A) = p(V) \cdot p(A)$

a) $p(V \cap A) = p(V) \cdot p(A) = 0'2 \cdot 0'08 = 0'016$

b)

$$p(V^c \cap A^c) = p((V \cup A)^c) = 1 - p(V \cup A) = 1 - [p(V) + p(A) - p(V \cap A)] = 1 - (0'2 + 0'08 - 0'016) = 0'736$$

c) $p(A/V^c) = \frac{p(A \cap V^c)}{p(V^c)} = \frac{p(A) - p(A \cap V)}{1 - p(V)} = \frac{0'08 - 0'016}{1 - 0'2} = 0'08$

En un aeropuerto internacional operaron 300000 vuelos en un determinado año, distribuidos de la siguiente forma: 150000 en la terminal A, 100000 en la B y 50000 en la C. En ese año se sabe que sufrieron retrasos el 10% de los vuelos de la terminal A, el 8% de la B y el 5% de la C. Determine, para un vuelo elegido al azar, las probabilidades de los siguientes sucesos:

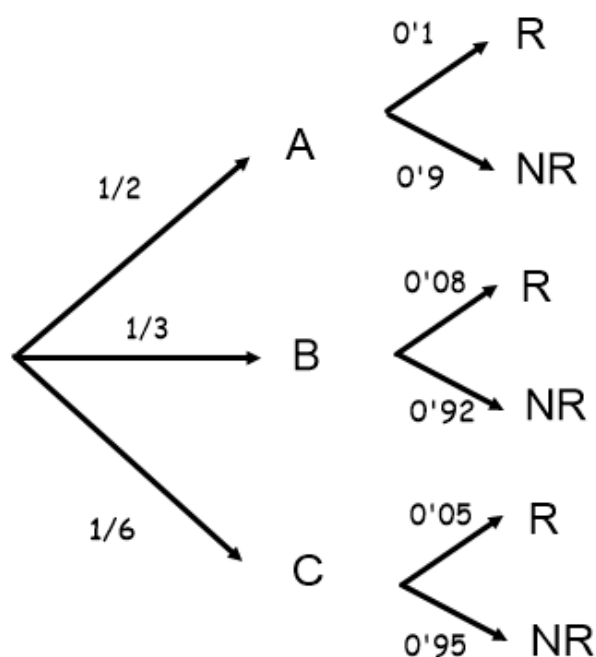
a) Que no sufriera retraso.

b) Que operase en la terminal A, sabiendo que tuvo retraso.

SOCIALES II. 2016. RESERVA 3. EJERCICIO 3. OPCION B

RESOLUCIÓN

Hacemos un diagrama de árbol con los datos del problema



$$a) p(NR) = \frac{1}{2} \cdot 0'9 + \frac{1}{3} \cdot 0'92 + \frac{1}{6} \cdot 0'95 = 0'915$$

$$b) p(A/R) = \frac{\frac{1}{2} \cdot 0'1}{\frac{1}{2} \cdot 0'1 + \frac{1}{3} \cdot 0'08 + \frac{1}{6} \cdot 0'05} = \frac{0'05}{0'085} = \frac{10}{17} = 0'588$$

Disponemos de tres monedas: 1 dólar, 1 libra y 1 euro.

La moneda de 1 dólar está trucada y la probabilidad de que salga cara es el doble de la probabilidad de que salga cruz. La moneda de 1 libra también está trucada y tiene dos caras y la de 1 euro es correcta. Se escoge una de las tres monedas al azar y se lanza.

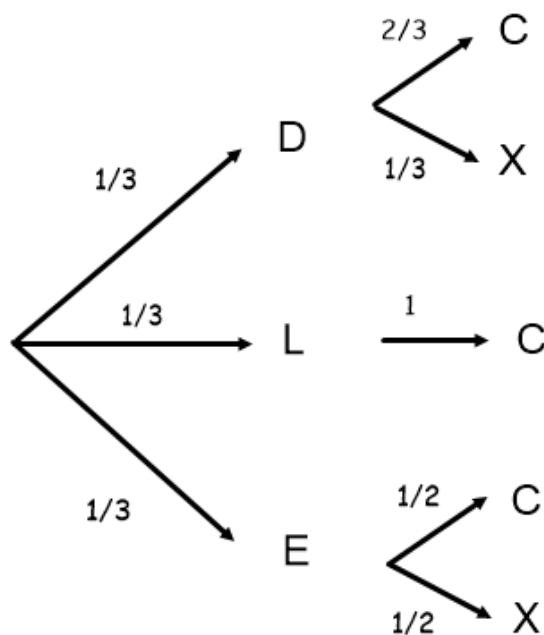
a) ¿Cuál es la probabilidad de que salga cara?

b) Sabiendo que salió cruz, ¿cuál es la probabilidad de que la moneda lanzada fuera la de 1 dólar?

SOCIALES II. 2016. RESERVA 4. EJERCICIO 3. OPCION A

RESOLUCIÓN

Hacemos un diagrama de árbol con los datos del problema



$$a) p(C) = \frac{1}{3} \cdot \frac{2}{3} + \frac{1}{3} \cdot 1 + \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} = \frac{13}{18} = 0'722$$

$$b) p(D/X) = \frac{\frac{1}{3} \cdot \frac{1}{3}}{\frac{1}{3} \cdot \frac{1}{3} + \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2}} = \frac{\frac{1}{9}}{\frac{5}{18}} = \frac{2}{5} = 0'4$$

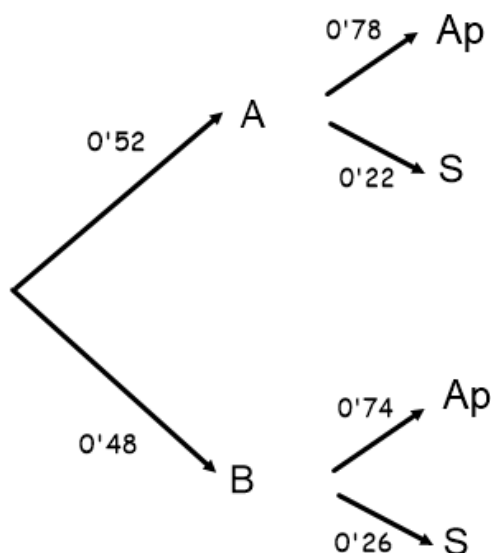
De los alumnos que se presentaron a las pruebas de selectividad de una provincia, 1150 se examinaron de Geografía; de estos, 598 eligieron la opción A. Se sabe que aprobaron esa asignatura el 78% de los que eligieron la opción A y el 74% de los que eligieron la opción B. Se ha escogido al azar uno de los alumnos que se examinaron de Geografía.

- a) ¿Cuál es la probabilidad de que este alumno haya aprobado esta asignatura?
b) Si se sabe que este alumno ha aprobado Geografía, ¿cuál es la probabilidad de que haya elegido la opción A?

SOCIALES II. 2016. RESERVA 4. EJERCICIO 3. OPCION B

R E S O L U C I Ó N

Hacemos un diagrama de árbol con los datos del problema



a) $p(Ap) = 0'52 \cdot 0'78 + 0'48 \cdot 0'74 = 0'7608$

b) $p(A / Ap) = \frac{0'52 \cdot 0'78}{0'7608} = \frac{169}{317} = 0'533$

Sean A y B dos sucesos aleatorios tales que $p(A) = 0.3$, $p(B) = 0.6$, $p(A^c \cap B^c) = 0.28$

a) Halle la probabilidad de que ocurran ambos sucesos a la vez.

b) Calcule la probabilidad de que ocurra A sabiendo que no ha ocurrido B .

c) ¿Son A y B independientes?

SOCIALES II. 2016 SEPTIEMBRE EJERCICIO 3. OPCION A

R E S O L U C I Ó N

a) Aplicamos Morgan

$$p(A^c \cap B^c) = p(A \cup B)^c = 1 - p(A \cup B) \Rightarrow p(A \cup B) = 1 - 0.28 = 0.72$$

Sabemos que:

$$p(A \cup B) = p(A) + p(B) - p(A \cap B) \Rightarrow p(A \cap B) = p(A) + p(B) - p(A \cup B) = 0.3 + 0.6 - 0.72 = 0.18$$

$$b) \quad p(A/B^c) = \frac{p(A \cap B^c)}{p(B^c)} = \frac{p(A) - p(A \cap B)}{p(B^c)} = \frac{0.3 - 0.18}{1 - 0.6} = 0.3$$

c)

$$\left. \begin{array}{l} p(A \cap B) = 0.18 \\ p(A) \cdot p(B) = 0.3 \cdot 0.6 = 0.18 \end{array} \right\} \Rightarrow p(A \cap B) = p(A) \cdot p(B) \Rightarrow \text{Independientes}$$

El aparcamiento de una sala de conciertos está completo el 85% de los días. El 90% de los días que el aparcamiento está completo, la sala de conciertos está llena, y el 22% de los días que el aparcamiento no está completo, la sala de conciertos no está llena. Elegido un día al azar,

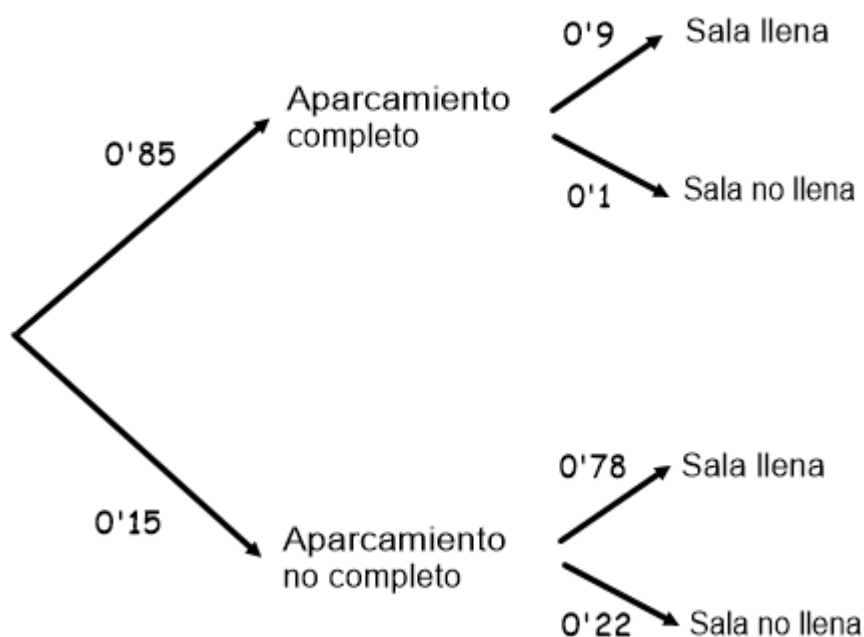
a) ¿cuál es la probabilidad de que la sala de conciertos esté llena?

b) Si se sabe que la sala de conciertos está llena, ¿cuál es la probabilidad de que el aparcamiento esté completo?.

SOCIALES II. 2016. SEPTIEMBRE. EJERCICIO 3. OPCIÓN B

R E S O L U C I Ó N

Hacemos un diagrama de árbol con los datos del problema



a) $p(\text{sala llena}) = 0'85 \cdot 0'9 + 0'15 \cdot 0'78 = 0'882$

b) $p(\text{aparcamiento completo} / \text{sala llena}) = \frac{0'85 \cdot 0'9}{0'882} = 0'8673$