PROBLEMAS RESUELTOS
SELECTIVIDAD ANDALUCÍA
2009

MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CIENCIAS SOCIALES

TEMA 7: CONTRASTE DE HIPÓTESIS

emestrada

La altura en cm. de las cañas producidas por una variedad de carrizo en cada cosecha es una variable aleatoria que sigue una ley normal con desviación típica $\sigma = 16\ cm$. Para contrastar si la altura media de las cañas de la última cosecha es de 170 *cm*, se ha tomado una muestra aleatoria de 64 de estas cañas y se han medido sus longitudes, resultando como media muestral $\overline{x} = 166\ cm$.

¿Son suficientes estos datos para rechazar que la altura media de las cañas de la última cosecha es de 170 *cm*, a un nivel de significación $\alpha = 0'05$?.

SOCIALES II. PONENCIA 2009. EJERCICIO 1

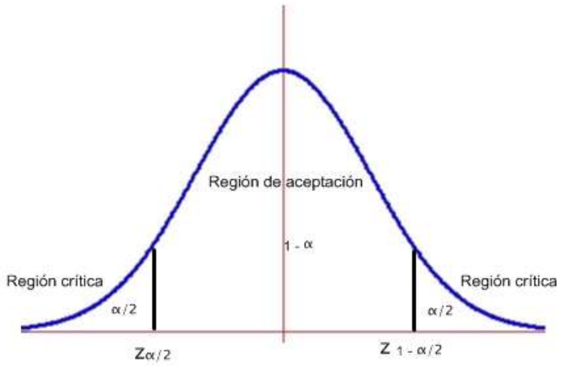
R E S O L U C I Ó N

Etapa 1: Hipótesis nula $H_0 : \mu = 170$; Hipótesis alternativa $H_1 : \mu \neq 170$.

Etapa 2: La prueba es bilateral y para un nivel de significación

$$\alpha = 0'05 \Rightarrow \frac{\alpha}{2} = 0'025 \Rightarrow 1 - \frac{\alpha}{2} = 0'975 \Rightarrow z_{1-\frac{\alpha}{2}} = 1'96$$

luego, los valores críticos son: $z_{1-\frac{\alpha}{2}} = 1'96$ y $z_{\frac{\alpha}{2}} = -z_{1-\frac{\alpha}{2}} = -1'96$ que separa las zonas de aceptación y de rechazo.



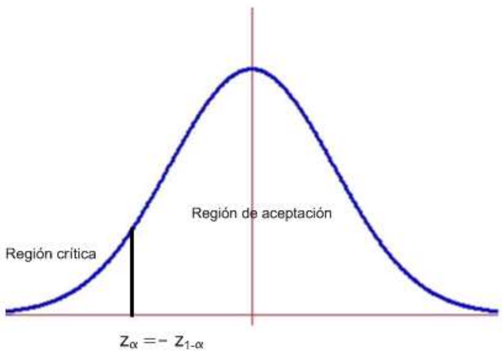
Etapa 3 y 4: El estadístico de prueba es: $Z = \dfrac{\overline{X} - \mu}{\dfrac{\sigma}{\sqrt{n}}}$ y el valor observado del estadístico de prueba es: $z_0 = \dfrac{166 - 170}{\dfrac{16}{\sqrt{64}}} = -2$

Etapa 5: Como el valor observado del estadístico de prueba $z_0 = -2$ es menor que el valor crítico $z_{\frac{\alpha}{2}} = -z_{1-\frac{\alpha}{2}} = -1'96$, vemos que se encuentra en la zona de rechazo o región crítica. Por lo tanto, rechazamos la hipótesis nula y aceptamos la alternativa. Con lo cual, aceptamos que la altura de las cañas de carrizo no miden 170 cm, sino menos, al nivel de significación 0'05, pudiendo haber cometido un error del tipo I.

Un comerciante ha observado durante un largo periodo de tiempo que sus beneficios semanales se distribuyen según una ley normal con una media de 5000 euros y una desviación típica de 520 euros. A finales del año pasado se abrió un supermercado frente a su comercio y él cree que su beneficio semanal medio ha disminuido desde entonces. Para contrastar esta suposición, ha tomado una muestra aleatoria de 16 semanas del año actual y ha encontrado que el beneficio semanal medio de esa muestra es de 4700 euros. ¿Puede afirmarse, a un nivel de significación $\alpha = 0'01$, que estos datos avalan la creencia del comerciante?.
SOCIALES II. PONENCIA 2009. EJERCICIO 2

R E S O L U C I Ó N

Etapa 1: Hipótesis nula $H_0 : \mu \geq 5000$; Hipótesis alternativa $H_1 : \mu < 5000$ La región crítica está a la izquierda.
Etapa 2: El nivel de significación es $\alpha = 0'01 \Rightarrow 1 - \alpha = 0'99$, que corresponde a $z_{1-\alpha} = 2'33$, con lo cual el valor crítico es $z_{\alpha} = -z_{1-\alpha} = -2'33$ que separa las zonas de aceptación y de rechazo.



Etapa 3 y 4: El estadístico de prueba es: $Z = \dfrac{\overline{X} - \mu}{\dfrac{\sigma}{\sqrt{n}}}$ y el valor observado del estadístico de prueba es: $z_0 = \dfrac{4700 - 5000}{\dfrac{520}{\sqrt{16}}} = -2'30$

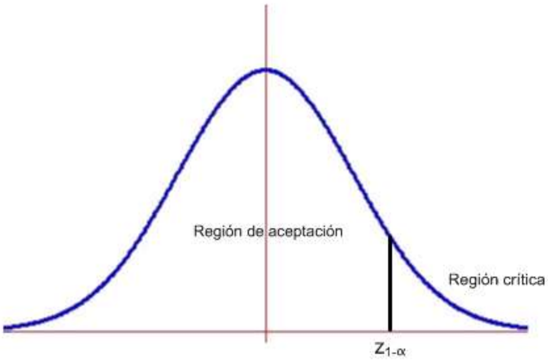
Etapa 5: Como el valor observado del estadístico de prueba $z_0 = -2'30$ es mayor que el valor crítico $z_{\alpha} = -z_{1-\alpha} = -2'33$, vemos que se encuentra en la zona de aceptación. Por lo tanto, aceptamos la hipótesis nula y rechazamos la alternativa. Con lo cual, no se puede afirmar, al nivel 0’01, que los datos de la muestra apoyen la creencia de que el nuevo supermercado ha disminuido el beneficio semanal medio del comerciante.

Sólo el 75% de los alumnos de un centro de enseñanza realizan correctamente un test psicotécnico que lleva utilizándose mucho tiempo. Para tratar de mejorar este resultado, se modificó la redacción del test, y se propuso a un grupo de 120 alumnos de ese centro, elegidos al azar. De los 120 alumnos a los que se le pasó el nuevo test, lo realizaron correctamente 107. ¿Podemos afirmar que la nueva redacción del test ha aumentado la proporción de respuestas correctas, a un nivel de significación $\alpha = 0'025$?.
SOCIALES II. PONENCIA 2009. EJERCICIO 3

R E S O L U C I Ó N

Etapa 1: Hipótesis nula $H_0 : p \leq 0'75$; Hipótesis alternativa $H_1 : p > 0'75 \Rightarrow$ La región crítica está a la derecha del punto crítico.

Etapa 2: El nivel de significación es $\alpha = 0'025 \Rightarrow 1-\alpha = 0'975$, con lo cual el valor crítico es $z_{1-\alpha} = 1'96$, que separa las zonas de aceptación y de rechazo.



Etapa 3 y 4: El estadístico de prueba es: $Z = \dfrac{\hat{p} - p_0}{\sqrt{\dfrac{p_0 \cdot (1-p_0)}{n}}}$ y el valor observado del estadístico de prueba es: $z_0 = \dfrac{\dfrac{107}{120} - 0'75}{\sqrt{\dfrac{0'75 \cdot 0'25}{120}}} = 3'58$

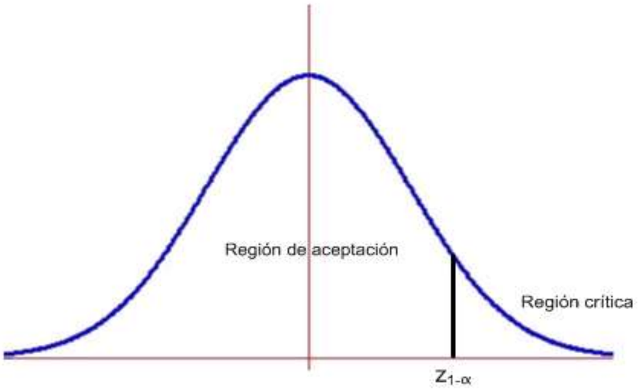
Etapa 5: Como el valor observado del estadístico de prueba $z_0 = 3'58$ es mayor que el valor crítico $z_{1-\alpha} = 1'96$, vemos que se encuentra en la zona de rechazo o región crítica. Por lo tanto, rechazamos la hipótesis nula y aceptamos la alternativa. Con lo cual, podemos afirmar que la nueva redacción del test ha aumentado la proporción de respuestas correctas, a un nivel de significación $\alpha = 0'025$.

El peso en vacío de los envases fabricados por una empresa, según su método usual, es una variable aleatoria que sigue una ley normal con media 20 gramos y una desviación típica de 1 gramo.
Se desea contrastar si un nuevo proceso de fabricación no aumenta dicho peso medio. Para ello, se eligen al azar 25 envases fabricados por la nueva técnica y se encuentra que la media de su peso en vacío es de 20;5 gramos. ¿Se puede afirmar, a un nivel de significación $\alpha = 0'02$, que el nuevo proceso ha aumentado el peso medio de los envases?
SOCIALES II. PONENCIA 2009. EJERCICIO 4

R E S O L U C I Ó N

Etapa 1: Hipótesis nula $H_0 : \mu_0 \leq 20$; Hipótesis alternativa $H_1 : \mu_0 > 20$, la cual nos indica la dirección del contraste, es decir, la región crítica está a la derecha del punto crítico $z_{1-\alpha}$

Etapa 2: Calculamos el punto o puntos críticos que nos darán las regiones críticas y de aceptación. Para el nivel de significación de $\alpha = 0'02 \Rightarrow 1-\alpha = 0'98 \Rightarrow \textit{valor crítico } z_{1-\alpha} = 2'06$



Etapa 3 y 4: Ponemos el estadístico del contraste y calculamos el valor observado.

Estadístico: $Z = \dfrac{\overline{X} - \mu_0}{\dfrac{\sigma}{\sqrt{n}}}$

Valor observado: $z_0 = \dfrac{\overline{x} - \mu_0}{\dfrac{\sigma}{\sqrt{n}}} = \dfrac{20'5 - 20}{\dfrac{1}{\sqrt{25}}} = 2'5$

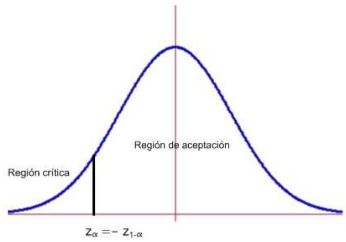
Etapa 5: Comparamos el valor observado con el punto crítico para tomar la decisión adecuada.

El valor observado $z_0 = 2'5$, está a la derecha del punto crítico 2’06, por lo tanto, estamos en la zona de rechazo o crítica. Luego, rechazamos la hipótesis nula y aceptamos la alternativa. Por lo tanto, a la vista de los datos obtenidos en la muestra, se puede afirmar, al nivel $\alpha = 0'02$, que el nuevo proceso ha aumentado el peso medio de los envases.

En unas elecciones municipales de una ciudad, el 42% de los votantes dieron su voto al partido A. En una encuesta realizada un año después a 500 personas con derecho a voto, sólo 184 votarían al partido A. Con estos datos, ¿puede afirmarse que ha disminuido la proporción de votantes a ese partido? Responder a la pregunta anterior con niveles de significación $\alpha = 0'01$, $\alpha = 0'025$ y $\alpha = 0'001$.
SOCIALES II. PONENCIA 2009. EJERCICIO 5

R E S O L U C I Ó N

Etapa 1: Hipótesis nula $H_0 : p \geq 0'42$; Hipótesis alternativa $H_1 : p < 0'42$ La región crítica está a la izquierda.
Etapa 2:
a) El nivel de significación es $\alpha = 0'01 \Rightarrow 1-\alpha = 0'99$, que corresponde a $z_{1-\alpha} = 2'33$, con lo cual el valor crítico es $z_{\alpha} = -z_{1-\alpha} = -2'33$ que separa las zonas de aceptación y de rechazo.
b) El nivel de significación es $\alpha = 0'025 \Rightarrow 1-\alpha = 0'975$, que corresponde a $z_{1-\alpha} = 1'96$, con lo cual el valor crítico es $z_{\alpha} = -z_{1-\alpha} = -1'96$ que separa las zonas de aceptación y de rechazo.
c) El nivel de significación es $\alpha = 0'001 \Rightarrow 1-\alpha = 0'999$, que corresponde a $z_{1-\alpha} = 3'09$, con lo cual el valor crítico es $z_{\alpha} = -z_{1-\alpha} = -3'09$ que separa las zonas de aceptación y de rechazo.



Etapa 3 y 4: El estadístico de prueba es: $Z = \dfrac{\hat{p} - p_0}{\sqrt{\dfrac{p_0 \cdot (1-p_0)}{n}}}$ y el valor observado del estadístico de prueba es: $z_0 = \dfrac{\dfrac{184}{500} - 0'42}{\sqrt{\dfrac{0'42 \cdot 0'58}{500}}} = -2'355$

Etapa 5:
a) Como el valor observado del estadístico de prueba $z_0 = -2'355$ es menor que el valor crítico $z_{\alpha} = -z_{1-\alpha} = -2'33$, vemos que se encuentra en la zona de rechazo. Por lo tanto, rechazamos la hipótesis nula y aceptamos la alternativa.
b) Como el valor observado del estadístico de prueba $z_0 = -2'355$ es menor que el valor crítico $z_{\alpha} = -z_{1-\alpha} = -1'96$, vemos que se encuentra en la zona de rechazo. Por lo tanto, rechazamos la hipótesis nula y aceptamos la alternativa.
c) Como el valor observado del estadístico de prueba $z_0 = -2'355$ es mayor que el valor crítico $z_{\alpha} = -z_{1-\alpha} = -3'09$, vemos que se encuentra en la zona de aceptación. Por lo tanto, aceptamos la hipótesis nula y rechazamos la alternativa.
Los datos permiten afirmar que ha disminuido la proporción de votantes al partido A a los niveles 0,025 y 0,01, pero no ha disminuido la proporción al nivel 0,001.

En una ciudad, donde la proporción de fumadores con edad comprendida entre 18 y 20 años es del 30 %, el ayuntamiento ha realizado una campaña contra el consumo de tabaco. Dos meses después de terminar dicha campaña, se ha realizado una encuesta a 400 personas de estas edades, elegidas al azar, y se ha encontrado entre ellos a 92 fumadores. ¿Podemos afirmar, a un nivel de significación $\alpha = 0'05$, que esta campaña ha modificado la proporción de fumadores entre 18 y 25 años?
SOCIALES II. PONENCIA 2009. EJERCICIO 6

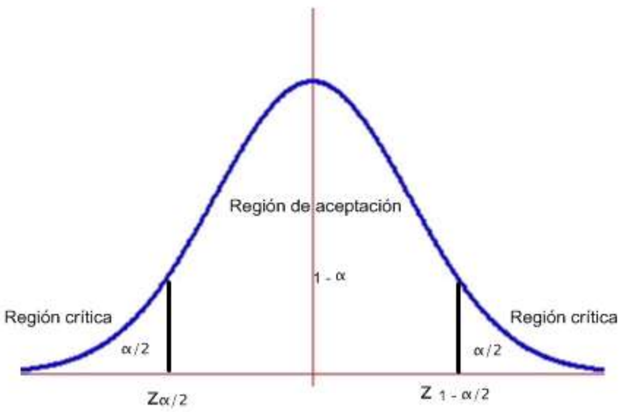
R E S O L U C I Ó N

Etapa 1: Hipótesis nula $H_0 : p = 0'3$; Hipótesis alternativa $H_1 : p \neq 0'3$.

Etapa 2: La prueba es bilateral y para un nivel de significación

$$\alpha = 0'05 \Rightarrow \frac{\alpha}{2} = 0'025 \Rightarrow 1 - \frac{\alpha}{2} = 0'975 \Rightarrow z_{1-\frac{\alpha}{2}} = 1'96$$

luego, los valores críticos son: $z_{1-\frac{\alpha}{2}} = 1'96$ y $z_{\frac{\alpha}{2}} = -z_{1-\frac{\alpha}{2}} = -1'96$ que separa las zonas de aceptación y de rechazo.



Etapa 3 y 4: El estadístico de prueba es: $Z = \dfrac{\hat{p} - p_0}{\sqrt{\dfrac{p_0 \cdot (1-p_0)}{n}}}$ y el valor observado del estadístico de prueba es: $z_0 = \dfrac{\dfrac{92}{400} - 0'3}{\sqrt{\dfrac{0'3 \cdot 0'7}{400}}} = -3'055$

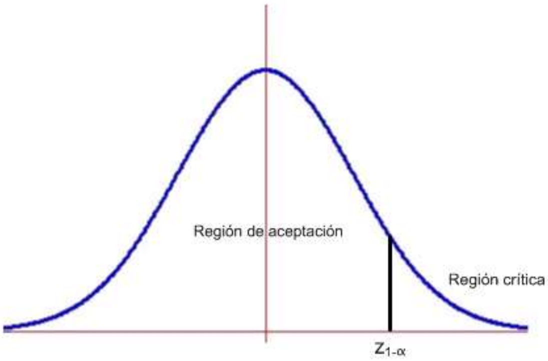
Etapa 5: Como el valor observado del estadístico de prueba $z_0 = -3'055$ es menor que el valor crítico $z_{\frac{\alpha}{2}} = -z_{1-\frac{\alpha}{2}} = -1'96$, vemos que se encuentra en la zona de rechazo. Por lo tanto, rechazamos la hipótesis nula y aceptamos la alternativa. Con lo cual, aceptamos que la proporción de fumadores entre 18 y 25 años ha disminuido al nivel de significación 0'05, pudiendo haber cometido un error del tipo I.

Un fabricante de automóviles produce dos tipos de un determinado modelo de turismo: el tipo A, con motor de gasolina, y el tipo B, con motor de gasoil. De una muestra aleatoria de 200 turismos de este modelo, 112 son del tipo B. ¿Proporcionan estos datos suficiente evidencia, a un nivel de significación $\alpha = 0'01$, de que los clientes prefieren el modelo del tipo B al del tipo A?
SOCIALES II. PONENCIA 2009. EJERCICIO 7

R E S O L U C I Ó N

Etapa 1: Hipótesis nula $H_0 : p \leq 0'5$ (no eligen el modelo B) ; Hipótesis alternativa $H_1 : p > 0'5 \Rightarrow$ La región crítica está a la derecha del punto crítico.

Etapa 2: El nivel de significación es $\alpha = 0'01 \Rightarrow 1 - \alpha = 0'99$, con lo cual el valor crítico es $z_{1-\alpha} = 2'33$, que separa las zonas de aceptación y de rechazo.



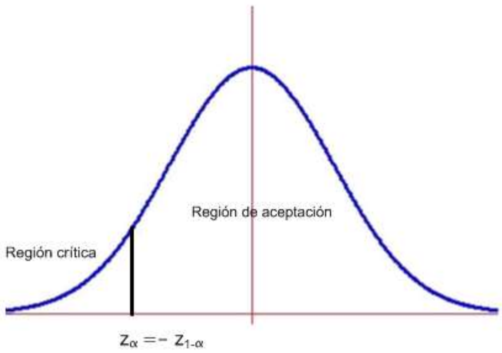
Etapa 3 y 4: El estadístico de prueba es: $Z = \dfrac{\hat{p} - p_0}{\sqrt{\dfrac{p_0 \cdot (1-p_0)}{n}}}$ y el valor observado del estadístico de prueba es: $z_0 = \dfrac{\dfrac{112}{200} - 0'5}{\sqrt{\dfrac{0'5 \cdot 0'5}{200}}} = 1'697$

Etapa 5: Como el valor observado del estadístico de prueba $z_0 = 1'697$ es menor que el valor crítico $z_{1-\alpha} = 2'33$, vemos que se encuentra en la zona de aceptación. Por lo tanto, aceptamos la hipótesis nula y rechazamos la alternativa. Con lo cual, con una probabilidad de equivocarnos del 1%, no podemos afirmar que prefieren el coche modelo B.

Supongamos que 100 neumáticos de cierta marca duraron en promedio 21431 kilómetros. Si se supone que la población es normal con una desviación típica poblacional de 1295 km, utilizando $\alpha = 0'05$, ¿podemos considerar que la duración media de los neumáticos es inferior a 22000 km?
SOCIALES II. PONENCIA 2009. EJERCICIO 8

R E S O L U C I Ó N

Etapa 1: Nos dicen que si podemos considerar que la duración media de los neumáticas es inferior a 22.000 km, es decir, la hipótesis nula es lo contrario. Hipótesis nula $H_0 : \mu \geq 22000$; Hipótesis alternativa $H_1 : \mu < 22000$ La región crítica está a la izquierda.
Etapa 2: El nivel de significación es $\alpha = 0'05 \Rightarrow 1-\alpha = 0'95$, que corresponde a $z_{1-\alpha} = 1'645$, con lo cual el valor crítico es $z_\alpha = -z_{1-\alpha} = -1'645$ que separa las zonas de aceptación y de rechazo.



Etapa 3 y 4: El estadístico de prueba es: $Z = \dfrac{\overline{X} - \mu}{\dfrac{\sigma}{\sqrt{n}}}$ y el valor observado del estadístico de prueba

es: $z_0 = \dfrac{21431 - 22000}{\dfrac{1295}{\sqrt{100}}} = -4'39$

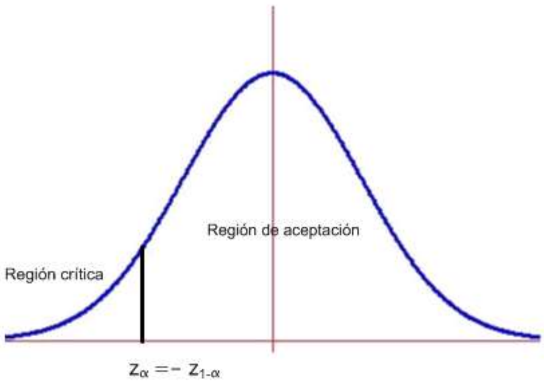
Etapa 5: Como el valor observado del estadístico de prueba $z_0 = -4'39$ es menor que el valor crítico $z_\alpha = -z_{1-\alpha} = -1'645$, vemos que se encuentra en la zona de rechazo. Por lo tanto, rechazamos la hipótesis nula y aceptamos la alternativa. Con lo cual, se puede afirmar, al nivel 0’05, que los neumáticos no llegan a durar 22000 Km.

Un constructor afirma que por lo menos el 75% de las casas que construye tienen calefacción. ¿Se estaría de acuerdo con tal afirmación si una inspección aleatoria muestra que 72 de 135 casas cuentan con calefacción?. (Usar $\alpha = 0'01$)
SOCIALES II. PONENCIA 2009. EJERCICIO 9

R E S O L U C I Ó N

Etapa 1: Hipótesis nula $H_0 : p \geq 0'75$; Hipótesis alternativa $H_1 : p < 0'75$ La región crítica está a la izquierda.

Etapa 2:
El nivel de significación es $\alpha = 0'01 \Rightarrow 1-\alpha = 0'99$, que corresponde a $z_{1-\alpha} = 2'33$, con lo cual el valor crítico es $z_\alpha = -z_{1-\alpha} = -2'33$ que separa las zonas de aceptación y de rechazo.



Etapa 3 y 4: El estadístico de prueba es: $Z = \dfrac{\hat{p} - p_0}{\sqrt{\dfrac{p_0 \cdot (1-p_0)}{n}}}$ y el valor observado del estadístico de prueba es: $z_0 = \dfrac{\dfrac{72}{135} - 0'75}{\sqrt{\dfrac{0'75 \cdot 0'25}{135}}} = -5'81$

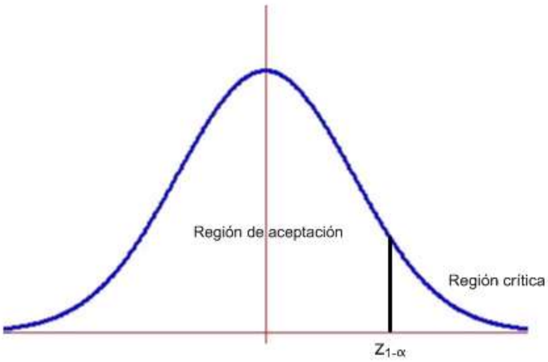
Etapa 5: Como el valor observado del estadístico de prueba $z_0 = -5'81$ es menor que el valor crítico $z_\alpha = -z_{1-\alpha} = -2'33$, vemos que se encuentra en la zona de rechazo. Por lo tanto, rechazamos la hipótesis nula y aceptamos la alternativa. Con lo cual, con una probabilidad de equivocarnos del 1%, afirmamos que menos del 75% de las casas tienen calefacción.

Una compañía textil afirma que a lo sumo el 20% del público compra ropa de lana. Verifica esta afirmación para $\alpha = 0'01$, si una encuesta aleatoria indica que 46 de 200 clientes compran ropa de lana.
SOCIALES II. PONENCIA 2009. EJERCICIO 10

R E S O L U C I Ó N

Etapa 1: Hipótesis nula $H_0 : p \leq 0'2$; Hipótesis alternativa $H_1 : p > 0'2 \Rightarrow$ La región crítica está a la derecha del punto crítico.

Etapa 2: El nivel de significación es $\alpha = 0'01 \Rightarrow 1-\alpha = 0'99$, con lo cual el valor crítico es $z_{1-\alpha} = 2'33$, que separa las zonas de aceptación y de rechazo.



Etapa 3 y 4: El estadístico de prueba es: $Z = \dfrac{\hat{p} - p_0}{\sqrt{\dfrac{p_0 \cdot (1-p_0)}{n}}}$ y el valor observado del estadístico de prueba es: $z_0 = \dfrac{\dfrac{46}{200} - 0'2}{\sqrt{\dfrac{0'2 \cdot 0'8}{200}}} = 1'06$

Etapa 5: Como el valor observado del estadístico de prueba $z_0 = 1'06$ es menor que el valor crítico $z_{1-\alpha} = 2'33$, vemos que se encuentra en la zona de aceptación. Por lo tanto, aceptamos la hipótesis nula y rechazamos la alternativa. Con lo cual, se puede afirmar que menos del 20% compra ropa de lana.

Se sabe que la longitud en cm de una determinada especie de coleópteros sigue una distribución normal de varianza 0,25 cm^2. Capturados 6 ejemplares de dicha especie, sus longitudes (en cm) fueron:

2,75 1,72 2,91 2,6 2,64 3,34

¿Se puede aceptar la hipótesis de que la población tiene una longitud media de 2,656 cm? (Usar $\alpha = 0'05$)

SOCIALES II. PONENCIA 2009. EJERCICIO 11

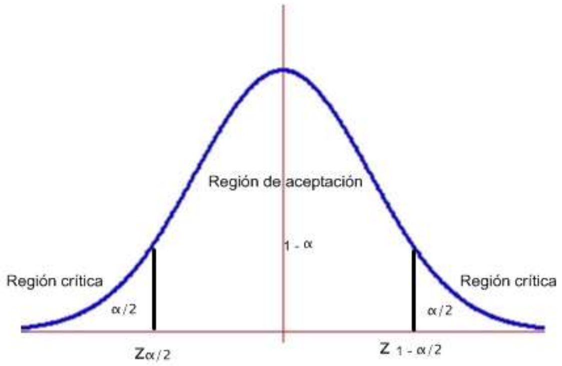
R E S O L U C I Ó N

Etapa 1: Hipótesis nula $H_0 : \mu = 2'656$; Hipótesis alternativa $H_1 : \mu \neq 2'656$.

Etapa 2: La prueba es bilateral y para un nivel de significación

$$\alpha = 0'05 \Rightarrow \frac{\alpha}{2} = 0'025 \Rightarrow 1 - \frac{\alpha}{2} = 0'975 \Rightarrow z_{1-\frac{\alpha}{2}} = 1'96$$

luego, los valores críticos son: $z_{1-\frac{\alpha}{2}} = 1'96$ y $z_{\frac{\alpha}{2}} = -z_{1-\frac{\alpha}{2}} = -1'96$ que separa las zonas de aceptación y de rechazo.



Etapa 3 y 4: $\overline{X} = \dfrac{2'75 + 1'72 + 2'91 + 2'6 + 2'64 + 3'34}{6} = 2'66$

El estadístico de prueba es: $Z = \dfrac{\overline{X} - \mu}{\dfrac{\sigma}{\sqrt{n}}}$ y el valor observado del estadístico de prueba es:

$$z_0 = \frac{2'66 - 2'656}{\dfrac{0'5}{\sqrt{6}}} = 0'019$$

Etapa 5: El valor observado del estadístico de prueba $z_0 = 0'019$ se encuentra en la región de aceptación. Por lo tanto, aceptamos la hipótesis nula y que la longitud media de los coleópteros es de 2’656 al nivel de significación 0’05, pudiendo haber cometido un error del tipo I.

La edad de la población que vive en residencias de mayores en Cádiz sigue una distribución normal de desviación típica 7,3 años. Se toma una muestra aleatoria simple de tamaño 50, y se obtiene una media muestral de 69 años. ¿Se puede asegurar que la edad media de la población que vive en residencias de mayores en Cádiz es mayor de 70 años con un nivel de significación del 5% ?
SOCIALES II. PONENCIA 2009. EJERCICIO 12

R E S O L U C I Ó N

Etapa 1: Hipótesis nula $H_0 : \mu_0 \leq 70$ (contrastamos que la edad es menor o igual a 70 años);
Hipótesis alternativa $H_1 : \mu_0 > 70$, la cual nos indica la dirección del contraste, es decir, la región crítica está a la derecha del punto crítico $z_{1-\alpha}$

Etapa 2: Calculamos el punto o puntos críticos que nos darán las regiones críticas y de aceptación.
Para el nivel de significación de $\alpha = 0'05 \Rightarrow 1-\alpha = 0'95 \Rightarrow \textit{valor crítico } z_{1-\alpha} = 1'645$

Etapa 3 y 4: Ponemos el estadístico del contraste y calculamos el valor observado.

Estadístico: $Z = \dfrac{\overline{X} - \mu_0}{\dfrac{\sigma}{\sqrt{n}}}$

Valor observado: $z_0 = \dfrac{\overline{x} - \mu_0}{\dfrac{\sigma}{\sqrt{n}}} = \dfrac{69-70}{\dfrac{7'3}{\sqrt{50}}} = -0'9686$

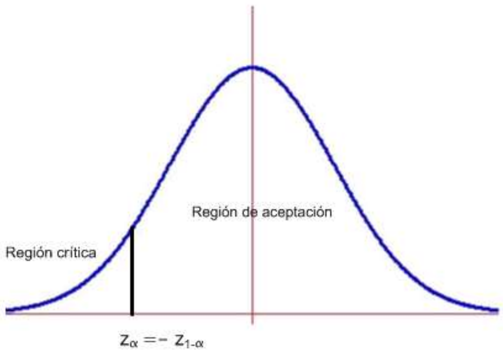
Etapa 5: Comparamos el valor observado con el punto crítico para tomar la decisión adecuada.

El valor observado $z_0 = -0'9686$, está a la izquierda del punto crítico 1'645, por lo tanto, estamos en la zona de aceptación. Luego, aceptamos la hipótesis nula y rechazamos la alternativa. Por lo tanto, con una probabilidad de equivocarnos del 5%, afirmamos que la edad no supera los 70 años.

Para conocer la producción media de sus olivos, un olivarero escoge al azar 10 de ellos, pesa su producción de aceitunas, y obtiene los siguientes valores, expresados en kg: 175, 180, 210, 215, 186, 213, 190, 213, 184, 195. Sabemos que la producción sigue una distribución normal con desviación típica igual a 15.3 kg. Con la información obtenida, ¿se puede asegurar que la producción media de un olivo de ese agricultor es menor de 200 kg? (Usar $\alpha = 0'05$)
SOCIALES II. PONENCIA 2009. EJERCICIO 13

R E S O L U C I Ó N

Etapa 1: Hipótesis nula $H_0 : \mu \geq 200$ (las aceitunas superan los 200 Kg por olivo); Hipótesis alternativa $H_1 : \mu < 200$ La región crítica está a la izquierda.
Etapa 2: El nivel de significación es $\alpha = 0'05 \Rightarrow 1 - \alpha = 0'95$, que corresponde a $z_{1-\alpha} = 1'645$, con lo cual el valor crítico es $z_{\alpha} = -z_{1-\alpha} = -1'645$ que separa las zonas de aceptación y de rechazo.



Etapa 3 y 4: $\overline{X} = \dfrac{175+180+210+215+186+213+190+213+184+195}{10} = 196'1$

El estadístico de prueba es: $Z = \dfrac{\overline{X} - \mu}{\dfrac{\sigma}{\sqrt{n}}}$ y el valor observado del estadístico de prueba es:

$$z_0 = \frac{196'1 - 200}{\dfrac{15'3}{\sqrt{10}}} = -0'806$$

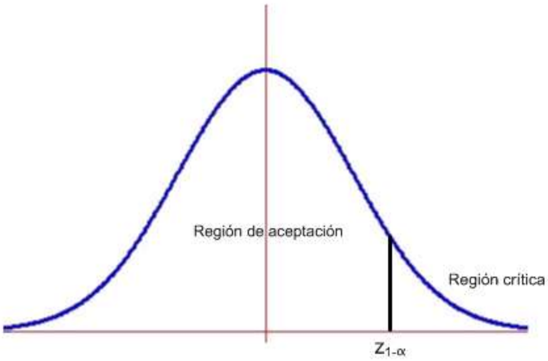
Etapa 5: Como el valor observado del estadístico de prueba $z_0 = -0'806$ es mayor que el valor crítico $z_{\alpha} = -z_{1-\alpha} = -1'645$ nos encontramos en la región de aceptación. Por lo tanto, aceptamos la hipótesis nula y rechazamos la alternativa. Con lo cual, se puede afirmar, al nivel 0'05, que la media de Kg de aceitunas por olivo supera los 200 Kg.

El 40% de los escolares de cierto país suelen perder al menos un día de clase a causa de gripes y catarros. Sin embargo, un estudio sobre 1000 escolares revela que en el último curso hubo 450 en tales circunstancias. Las autoridades defienden que el porcentaje del 40% para toda la población de escolares se ha mantenido. Contrastar con un nivel de significación del 5% la hipótesis defendida por las autoridades sanitarias, frente a que el porcentaje ha aumentado, como parecen indicar los datos, explicando claramente a qué conclusión se llega.
SOCIALES II. PONENCIA 2009. EJERCICIO 14

R E S O L U C I Ó N

Etapa 1: Hipótesis nula $H_0 : p \leq 0'4$; Hipótesis alternativa $H_1 : p > 0'4 \Rightarrow$ La región crítica está a la derecha del punto crítico.

Etapa 2: El nivel de significación es $\alpha = 0'05 \Rightarrow 1-\alpha = 0'95$, con lo cual el valor crítico es $z_{1-\alpha} = 1'645$, que separa las zonas de aceptación y de rechazo.



Etapa 3 y 4: El estadístico de prueba es: $Z = \dfrac{\hat{p} - p_0}{\sqrt{\dfrac{p_0 \cdot (1-p_0)}{n}}}$ y el valor observado del estadístico de prueba es: $z_0 = \dfrac{\dfrac{450}{1000} - 0'4}{\sqrt{\dfrac{0'4 \cdot 0'6}{1000}}} = 3'227$

Etapa 5: Como el valor observado del estadístico de prueba $z_0 = 3'227$ es mayor que el valor crítico $z_{1-\alpha} = 1'645$, vemos que se encuentra en la zona de rechazo. Por lo tanto, rechazamos la hipótesis nula y aceptamos la alternativa. Con lo cual, con una probabilidad del 5% de equivocarnos, afirmamos que más del 40% de los alumnos falta un día a clase por la gripe.

Una de las entradas a cierta ciudad andaluza sufría constantemente retenciones de tráfico, de forma que el tiempo de espera en la cola formada por el semáforo allí instalado seguía una distribución Normal de media 10 minutos y desviación típica 4 minutos. Con el fin de descongestionar ese punto y bajar la media de tiempo de espera, se habilitó una vía de acceso auxiliar. Transcurrida una semana se hizo un estudio sobre 36 vehículos y se obtuvo que el tiempo medio de espera en el citado semáforo fue de 8.5 minutos. Las autoridades municipales mostraron su satisfacción y dijeron que la medida había funcionado, pero la opinión pública, sin embargo, defiende que la situación sigue igual. Suponiendo que la desviación típica se ha mantenido:
a) Plantee un test para contrastar la hipótesis defendida por la opinión pública frente a la de los responsables municipales. Si se concluye que la media de tiempo de espera bajó y realmente no lo hizo, ¿cómo se llama el error cometido?
b) ¿A qué conclusión se llega con un nivel de significación del 5% ?
c) ¿A qué conclusión se llega con un nivel de significación del 1% ?
SOCIALES II. PONENCIA 2009. EJERCICIO 15

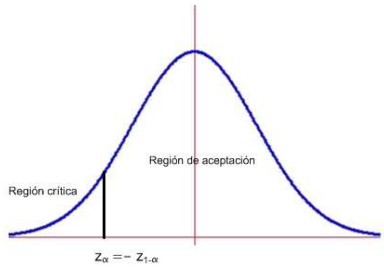
R E S O L U C I Ó N

Error del tipo I

Etapa 1: Hipótesis nula $H_0 : \mu \geq 10$; Hipótesis alternativa $H_1 : \mu < 10$ La región crítica está a la izquierda.

Etapa 2: El nivel de significación es $\alpha = 0'05 \Rightarrow 1 - \alpha = 0'95$, que corresponde a $z_{1-\alpha} = 1'645$, con lo cual el valor crítico es $z_\alpha = -z_{1-\alpha} = -1'645$ que separa las zonas de aceptación y de rechazo.

El nivel de significación es $\alpha = 0'01 \Rightarrow 1 - \alpha = 0'99$, que corresponde a $z_{1-\alpha} = 2'33$, con lo cual el valor crítico es $z_\alpha = -z_{1-\alpha} = -2'33$ que separa las zonas de aceptación y de rechazo.



Etapa 3 y 4: El estadístico de prueba es: $Z = \dfrac{\overline{X} - \mu}{\dfrac{\sigma}{\sqrt{n}}}$ y el valor observado del estadístico de prueba es: $z_0 = \dfrac{8'5 - 10}{\dfrac{4}{\sqrt{36}}} = -2'25$

Etapa 5: Como el valor observado del estadístico de prueba $z_0 = -2'25$ está a la derecha del valor crítico $z_\alpha = -z_{1-\alpha} = -2'33$ al nivel de significación del 1%, y a la izquierda del valor crítico $z_\alpha = -z_{1-\alpha} = -1'645$ al nivel de significación del 5%. Por lo tanto, rechazamos la hipótesis nula al nivel del 1% y la aceptamos al nivel del 5%. Con lo cual, se puede afirmar, al nivel 0'01, que las autoridades llevan razón y el nivel de espera no supera los 10 minutos; sin embargo los conductores llevan razón y tienen que esperara más de 10 minutos al nivel del 5%.

En un hospital se observó que los pacientes abusaban del servicio de urgencias, de forma que un 30% de las consultas podían perfectamente haber esperado a concertar una cita con el médico de cabecera, porque no eran realmente urgencias. Puesto que esta situación ralentizaba el servicio, se realizó una campaña intensiva de concienciación. Transcurridos unos meses se ha recogido información de 120 consultas al servicio, de las cuales sólo 30 no eran realmente urgencias:

a) Hay personal del hospital que defiende que la campaña no ha mejorado la situación. Plantee un test para contrastar esta hipótesis frente a que sí la mejoró. Si se concluye que la situación no ha mejorado y realmente sí lo hizo, ¿cómo se llama el error cometido?

b) ¿A qué conclusión se llega en el test planteado en el apartado anterior con un nivel de significación del 1 %?

SOCIALES II. PONENCIA 2009. EJERCICIO 16

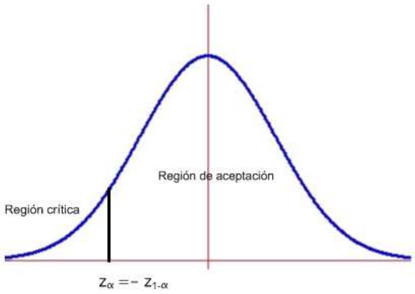
R E S O L U C I Ó N

a) Es un error del tipo II.

b) Planteamos las 5 etapas

Etapa 1: Hipótesis nula $H_0 : p \geq 0'30$; Hipótesis alternativa $H_1 : p < 0'30$ La región crítica está a la izquierda.

Etapa 2: El nivel de significación es $\alpha = 0'01 \Rightarrow 1-\alpha = 0'99$, que corresponde a $z_{1-\alpha} = 2'33$, con lo cual el valor crítico es $z_\alpha = -z_{1-\alpha} = -2'33$ que separa las zonas de aceptación y de rechazo.



Etapa 3 y 4: El estadístico de prueba es: $Z = \dfrac{\hat{p} - p_0}{\sqrt{\dfrac{p_0 \cdot (1-p_0)}{n}}}$ y el valor observado del estadístico de prueba es: $z_0 = \dfrac{\dfrac{30}{120} - 0'30}{\sqrt{\dfrac{0'3 \cdot 0'7}{120}}} = -1'195$

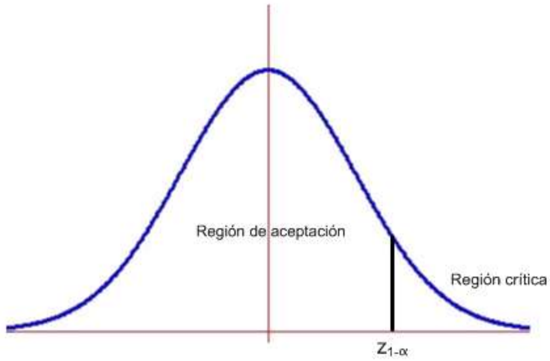
Etapa 5: Como el valor observado del estadístico de prueba $z_0 = -1'195$ es mayor que el valor crítico $z_\alpha = -z_{1-\alpha} = -2'33$, vemos que se encuentra en la zona de aceptación. Por lo tanto, aceptamos la hipótesis nula y rechazamos la alternativa. Con lo cual, con una probabilidad de equivocarnos del 1%, afirmamos que por lo menos el 30% de los pacientes continúan yendo a urgencias.

El alcalde de una ciudad prometió, en su programa electoral, oponerse a la construcción de una central de tratamiento de ciertos residuos, puesto que en aquel momento sólo un 10% de los ciudadanos estaban a favor de la central de tratamiento de residuos. En los últimos días se ha encuestado a 100 personas de las cuales 14 están a favor de la central. El alcalde afirma sin embargo que el porcentaje de ciudadanos a favor sigue siendo del 10% o incluso ha disminuido. ¿Tiene razón el alcalde con un nivel de significación del 2%?
SOCIALES II. PONENCIA 2009. EJERCICIO 17

R E S O L U C I Ó N

Etapa 1: Hipótesis nula $H_0 : p \leq 0'10$; Hipótesis alternativa $H_1 : p > 0'10 \Rightarrow$ La región crítica está a la derecha del punto crítico.

Etapa 2: El nivel de significación es $\alpha = 0'02 \Rightarrow 1-\alpha = 0'98$, con lo cual el valor crítico es $z_{1-\alpha} = 2'06$, que separa las zonas de aceptación y de rechazo.



Etapa 3 y 4: El estadístico de prueba es: $Z = \dfrac{\hat{p} - p_0}{\sqrt{\dfrac{p_0 \cdot (1-p_0)}{n}}}$ y el valor observado del estadístico de prueba es: $z_0 = \dfrac{\dfrac{14}{100} - 0'1}{\sqrt{\dfrac{0'1 \cdot 0'9}{100}}} = 1'333$

Etapa 5: Como el valor observado del estadístico de prueba $z_0 = 1'333$ es menor que el valor crítico $z_{1-\alpha} = 2'06$, vemos que se encuentra en la zona de aceptación. Por lo tanto, aceptamos la hipótesis nula y rechazamos la alternativa. Con lo cual, para un nivel de significación del 0'02, el alcalde acierta en que el porcentaje de ciudadanos a favor sigue siendo del 10% o incluso ha disminuido.

Se desea estudiar el gasto mensual de los teléfonos móviles, en euros, de los estudiantes universitarios andaluces. Para ello, se ha elegido una muestra aleatoria de 10 de estos estudiantes, resultando los valores siguientes para el gasto mensual en móvil:

30 , 60 , 25 , 20 , 25 , 30 , 35 , 45 , 50 , 40

Se supone que la variable aleatoria objeto de estudio sigue una distribución normal de media desconocida y de desviación típica igual a 12 euros.

a) ¿Se puede asegurar que los estudiantes universitarios andaluces gastan menos de 50 euros mensuales en teléfono móvil? (Usar $\alpha = 0'01$)

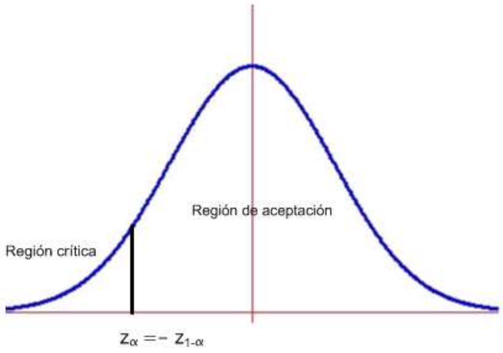
b) ¿Cuál es la desviación típica de la media muestral?

SOCIALES II. PONENCIA 2009. EJERCICIO 18

R E S O L U C I Ó N

Etapa 1: Hipótesis nula $H_0 : \mu \geq 50$; Hipótesis alternativa $H_1 : \mu < 50$ La región crítica está a la izquierda.

Etapa 2: El nivel de significación es $\alpha = 0'01 \Rightarrow 1 - \alpha = 0'99$, que corresponde a $z_{1-\alpha} = 2'33$, con lo cual el valor crítico es $z_\alpha = -z_{1-\alpha} = -2'33$ que separa las zonas de aceptación y de rechazo.



Etapa 3 y 4: $\overline{X} = \dfrac{30+60+25+20+25+30+35+45+50+40}{10} = 36$

El estadístico de prueba es: $Z = \dfrac{\overline{X} - \mu}{\dfrac{\sigma}{\sqrt{n}}}$ y el valor observado del estadístico de prueba es:

$$z_0 = \frac{36-50}{\dfrac{12}{\sqrt{10}}} = -3'689$$

Etapa 5: Como el valor observado del estadístico de prueba $z_0 = -3'689$ es menor que el valor crítico $z_\alpha = -z_{1-\alpha} = -2'33$ nos encontramos en la región de rechazo. Por lo tanto, rechazamos la hipótesis nula y aceptamos la alternativa. Con lo cual, no se puede afirmar, al nivel 0’01, que los estudiantes gastan menos de 50 € en el móvil.

Una máquina de envasado automático llena en cada saco una cierta cantidad de determinado producto. Se seleccionan 20 sacos, se pesa su contenido y se obtienen los siguientes resultados (en kilos):

49; 50; 49; 50; 50; 50; 49; 50; 50; 50; 49; 50; 50; 51; 52; 48; 50; 51; 51; 51

A partir de esta información y suponiendo que la variable, peso de cada saco, se distribuye normalmente con desviación típica 1 kg:

a) ¿Se puede admitir que el peso medio de los sacos que llena la máquina es de aproximadamente 51 kg? (Usar $\alpha = 0'01$)

b) ¿Se puede admitir que el peso medio de los sacos que llena la máquina es menor de 50 kg? (Usar $\alpha = 0'05$)

SOCIALES II. PONENCIA 2009. EJERCICIO 19

R E S O L U C I Ó N

Etapa 1: Hipótesis nula $H_0 : \mu = 51\ Kg$; Hipótesis alternativa $H_1 : \mu \neq 51\ kg$.

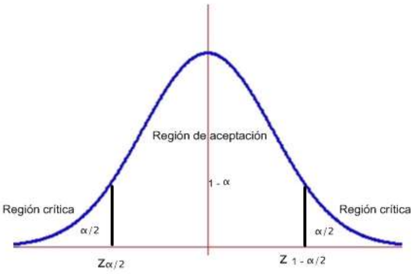
Etapa 2: La prueba es bilateral y para un nivel de significación

$$\alpha = 0'01 \Rightarrow \frac{\alpha}{2} = 0'005 \Rightarrow 1 - \frac{\alpha}{2} = 0'995 \Rightarrow z_{1-\frac{\alpha}{2}} = 2'57$$

luego, los valores críticos son: $z_{1-\frac{\alpha}{2}} = 2'57$ y $z_{\frac{\alpha}{2}} = -z_{1-\frac{\alpha}{2}} = -2'57$ que separa las zonas de aceptación y de rechazo. La prueba es bilateral y para un nivel de significación

$$\alpha = 0'05 \Rightarrow \frac{\alpha}{2} = 0'025 \Rightarrow 1 - \frac{\alpha}{2} = 0'975 \Rightarrow z_{1-\frac{\alpha}{2}} = 1'96$$

luego, los valores críticos son: $z_{1-\frac{\alpha}{2}} = 1'96$ y $z_{\frac{\alpha}{2}} = -z_{1-\frac{\alpha}{2}} = -1'96$ que separa las zonas de aceptación y de rechazo.



Etapa 3 y 4: $\overline{X} = \dfrac{49+50+49+50+50+50+49+50+50+50+49+50+50+51+52+48+50+51+51+51}{20} = 50$

El estadístico de prueba es: $Z = \dfrac{\overline{X} - \mu}{\dfrac{\sigma}{\sqrt{n}}}$ y el valor observado del estadístico de prueba es:

$$z_0 = \frac{50 - 51}{\dfrac{1}{\sqrt{20}}} = -4'47$$

Etapa 5: El valor observado del estadístico de prueba $z_0 = -4'47$ se encuentra en la zona de rechazo para ambos niveles de significación. Por lo tanto, tomamos la decisión de rechazar la hipótesis nula y aceptamos la alternativa. En consecuencia, aceptamos la hipótesis alternativa, el peso de la máquina de envasado no es de 51 Kg para los dos niveles de significación.

El consumo de cierto producto sigue una distribución normal con varianza 300. A partir de una muestra de tamaño 25 se ha obtenido una media muestral igual a 180.
a) Halle un intervalo de confianza al 95% para la media del consumo.
b) ¿Se podría afirmar que el consumo medio de este producto no llega a 200? (Usar $\alpha = 0'05$)
SOCIALES II. PONENCIA 2009. EJERCICIO 20

R E S O L U C I Ó N

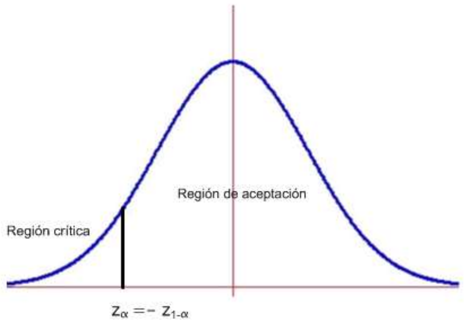
a) Como el nivel de confianza es del 95%, podemos calcular $z_{\frac{\alpha}{2}}$

$$\frac{1+0'95}{2} = 0'975 \Rightarrow z_{\frac{\alpha}{2}} = 1'96$$

Aplicando la fórmula, tenemos: $I.C. = \left(180 \pm 1'96 \cdot \frac{\sqrt{300}}{\sqrt{25}}\right) = (173'2104 \ ; 186'7896)$

b) Etapa 1: Hipótesis nula $H_0 : \mu \geq 200$; Hipótesis alternativa $H_1 : \mu < 200$ La región crítica está a la izquierda.

Etapa 2: El nivel de significación es $\alpha = 0'05 \Rightarrow 1-\alpha = 0'95$, que corresponde a $z_{1-\alpha} = 1'645$, con lo cual el valor crítico es $z_{\alpha} = -z_{1-\alpha} = -1'645$ que separa las zonas de aceptación y de rechazo.



Etapa 3 y 4: El estadístico de prueba es: $Z = \frac{\overline{X} - \mu}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}}$ y el valor observado del estadístico de prueba

es: $z_0 = \frac{180-200}{\frac{\sqrt{300}}{\sqrt{25}}} = -5'773$

Etapa 5: Como el valor observado del estadístico de prueba $z_0 = -5'773$ es menor que el valor crítico $z_{\alpha} = -z_{1-\alpha} = -1'645$ nos encontramos en la región de rechazo. Por lo tanto, rechazamos la hipótesis nula y aceptamos la alternativa. Con lo cual, se puede afirmar al nivel 0'05, que el consumo del producto no llega a los 200.

EMESTRADA
EXÁMENES DE
SELECTIVIDAD

Los estudiantes universitarios de cierto país dedican al estudio un número de horas semanales que sigue una distribución normal de media desconocida y de desviación típica 7 horas. Si en una muestra de 200 estudiantes se obtuvo una media muestral de 30 horas de estudio semanal.
a) Halle un intervalo de confianza al 95% para el número de horas de estudio semanales de los estudiantes universitarios de dicho país.
b) ¿Se podría afirmar que los estudiantes universitarios de ese país estudian menos de 35 horas semanales?.(Usar $\alpha = 0'01$)
SOCIALES II. PONENCIA 2009. EJERCICIO 21

R E S O L U C I Ó N

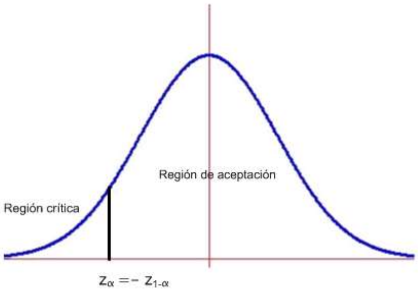
a) Como el nivel de confianza es del 95%, podemos calcular $z_{\frac{\alpha}{2}}$

$$\frac{1+0'95}{2} = 0'975 \Rightarrow z_{\frac{\alpha}{2}} = 1'96$$

Aplicando la fórmula, tenemos: $I.C. = \left(30 \pm 1'96 \cdot \frac{7}{\sqrt{200}}\right) = (29'0299\ ;\ 30'9701)$

b) Etapa 1: Hipótesis nula $H_0 : \mu \geq 35$; Hipótesis alternativa $H_1 : \mu < 35$ La región crítica está a la izquierda.

Etapa 2: El nivel de significación es $\alpha = 0'01 \Rightarrow 1-\alpha = 0'99$, que corresponde a $z_{1-\alpha} = 2'33$, con lo cual el valor crítico es $z_{\alpha} = -z_{1-\alpha} = -2'33$ que separa las zonas de aceptación y de rechazo.



Etapa 3 y 4: El estadístico de prueba es: $Z = \frac{\overline{X} - \mu}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}}$ y el valor observado del estadístico de prueba

es: $z_0 = \frac{30-35}{\frac{7}{\sqrt{200}}} = -10'1015$

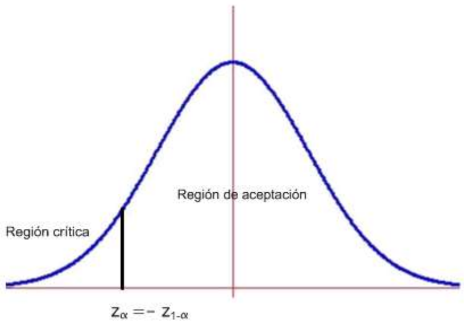
Etapa 5: Como el valor observado del estadístico de prueba $z_0 = -10'1015$ es menor que el valor crítico $z_{\alpha} = -z_{1-\alpha} = -2'33$ nos encontramos en la región de rechazo. Por lo tanto, rechazamos la hipótesis nula y aceptamos la alternativa. Con lo cual, se puede afirmar al nivel 0'01, que los estudiantes estudian menos de 35 horas semanales.

La talla de los individuos de una población sigue una distribución normal de desviación típica 8 cm. Se han determinado las tallas de 25 individuos, encontrándose una media de 168 cm. ¿Se podría afirmar que la talla media de la población es menor de 170 cm? (Usar $\alpha = 0'03$)
SOCIALES II. PONENCIA 2009. EJERCICIO 22

R E S O L U C I Ó N

Etapa 1: Hipótesis nula $H_0 : \mu \geq 170$; Hipótesis alternativa $H_1 : \mu < 170$ La región crítica está a la izquierda.

Etapa 2: El nivel de significación es $\alpha = 0'03 \Rightarrow 1 - \alpha = 0'97$, que corresponde a $z_{1-\alpha} = 1'88$, con lo cual el valor crítico es $z_\alpha = -z_{1-\alpha} = -1'88$ que separa las zonas de aceptación y de rechazo.



Etapa 3 y 4: El estadístico de prueba es: $Z = \dfrac{\overline{X} - \mu}{\dfrac{\sigma}{\sqrt{n}}}$ y el valor observado del estadístico de prueba

es: $z_0 = \dfrac{168 - 170}{\dfrac{8}{\sqrt{25}}} = -1'25$

Etapa 5: Como el valor observado del estadístico de prueba $z_0 = -1'25$ es mayor que el valor crítico $z_\alpha = -z_{1-\alpha} = -1'88$ nos encontramos en la región de aceptación. Por lo tanto, aceptamos la hipótesis nula y rechazamos la alternativa. Con lo cual, se puede afirmar al nivel 0'03, que los estudiantes miden 170 cm ó más.

Los estudiantes de Bachillerato de una cierta comunidad autónoma duermen un número de horas diarias que se distribuye según una ley normal de media desconocida y desviación típica 3 horas. A partir de una muestra aleatoria de tamaño 30 se ha obtenido una media igual a 7 horas. ¿Se podría afirmar que el número medio de horas de sueño de los estudiantes de Bachillerato de dicha comunidad autónoma es mayor de 6 horas? (Usar $\alpha = 0'04$)
SOCIALES II. PONENCIA 2009. EJERCICIO 23

R E S O L U C I Ó N

Etapa 1: Hipótesis nula $H_0 : \mu_0 \leq 6$; Hipótesis alternativa $H_1 : \mu_0 > 6$, la cual nos indica la dirección del contraste, es decir, la región crítica está a la derecha del punto crítico $z_{1-\alpha}$

Etapa 2: Calculamos el punto o puntos críticos que nos darán las regiones críticas y de aceptación.
Para el nivel de significación de $\alpha = 0'04 \Rightarrow 1-\alpha = 0'96 \Rightarrow \textit{valor crítico } z_{1-\alpha} = 1'75$

Etapa 3 y 4: Ponemos el estadístico del contraste y calculamos el valor observado.

Estadístico: $Z = \dfrac{\overline{X} - \mu_0}{\dfrac{\sigma}{\sqrt{n}}}$

Valor observado: $z_0 = \dfrac{\overline{x} - \mu_0}{\dfrac{\sigma}{\sqrt{n}}} = \dfrac{7-6}{\dfrac{3}{\sqrt{30}}} = 1'8257$

Etapa 5: El valor observado $z_0 = 1'8257$, está a la derecha del punto crítico 1'75, por lo tanto, estamos en la zona de rechazo o crítica. Luego, rechazamos la hipótesis nula y aceptamos la alternativa. Por lo tanto, a la vista de los datos obtenidos en la muestra, se puede afirmar, al nivel $\alpha = 0'04$, que los estudiantes duermen más de 6 horas.

Las autoridades educativas publican en un estudio que el 25% de los estudiantes de Bachillerato de una cierta comunidad autónoma tienen ordenador portátil. A partir de una muestra aleatoria de tamaño 300 se ha obtenido que sólo 70 de ellos tienen ordenador portátil. ¿Se podría asegurar que las autoridades dicen la verdad? (Usar $\alpha = 0'06$)
SOCIALES II. PONENCIA 2009. EJERCICIO 24

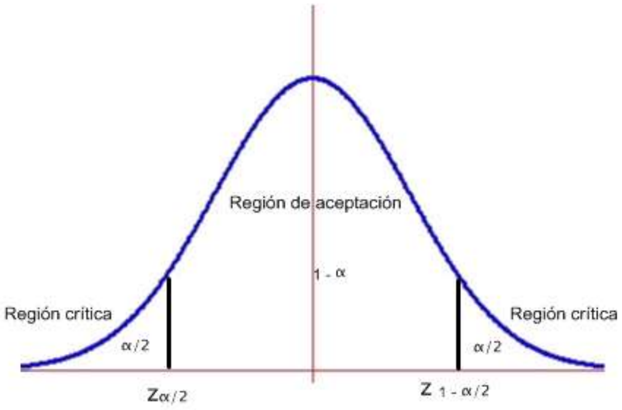
R E S O L U C I Ó N

Etapa 1: Hipótesis nula $H_0 : p = 0'25$; Hipótesis alternativa $H_1 : p \neq 0'25$.

Etapa 2: La prueba es bilateral y para un nivel de significación

$$\alpha = 0'06 \Rightarrow \frac{\alpha}{2} = 0'03 \Rightarrow 1 - \frac{\alpha}{2} = 0'97 \Rightarrow z_{1-\frac{\alpha}{2}} = 1'88$$

luego, los valores críticos son: $z_{1-\frac{\alpha}{2}} = 1'88$ y $z_{\frac{\alpha}{2}} = -z_{1-\frac{\alpha}{2}} = -1'88$ que separa las zonas de aceptación y de rechazo.



Etapa 3 y 4: El estadístico de prueba es: $Z = \dfrac{\hat{p} - p_0}{\sqrt{\dfrac{p_0 \cdot (1 - p_0)}{n}}}$ y el valor observado del estadístico de prueba es: $z_0 = \dfrac{\dfrac{70}{300} - 0'25}{\sqrt{\dfrac{0'25 \cdot 0'75}{300}}} = -0'664$

Etapa 5: Como el valor observado del estadístico de prueba $z_0 = -0'664$ es mayor que el valor crítico $z_{\frac{\alpha}{2}} = -z_{1-\frac{\alpha}{2}} = -1'88$, vemos que se encuentra en la zona de aceptación. Por lo tanto, aceptamos la hipótesis nula y rechazamos la alternativa. Con lo cual, aceptamos que el 25% de los estudiantes tiene un portátil en casa al nivel de significación 0'06, pudiendo haber cometido un error del tipo I.

emestrada

Un laboratorio farmacéutico fabrica un producto para la caída del cabello que envasa en botes, y en el etiquetado indica que su contenido aproximado es de 100 cc. Se eligen, al azar, 7 de estos botes y se miden sus contenidos dando el siguiente resultado (en cc):

97 ; 101 ; 102 ; 99 ; 98 , 100 , 103

¿Podemos asegurar que la capacidad media de los botes que se fabrican es la indicada en el bote? (Usar $\alpha = 0'01$). (Se sabe que el contenido es una variable aleatoria normal de desviación típica 2 c.c.)

SOCIALES II. PONENCIA 2009. EJERCICIO 25

R E S O L U C I Ó N

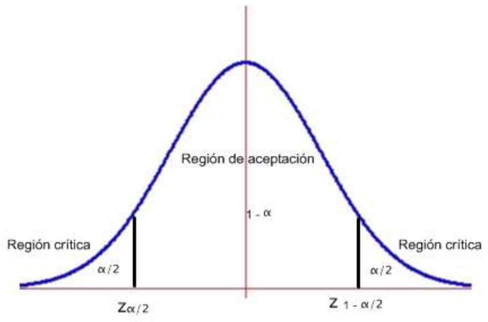
$$\overline{X} = \frac{97+101+102+99+98+100+103}{7} = 100$$

Etapa 1: Hipótesis nula $H_0 : \mu = 100$; Hipótesis alternativa $H_1 : \mu \neq 100$.

Etapa 2: La prueba es bilateral y para un nivel de significación

$$\alpha = 0'01 \Rightarrow \frac{\alpha}{2} = 0'005 \Rightarrow 1 - \frac{\alpha}{2} = 0'995 \Rightarrow z_{1-\frac{\alpha}{2}} = 2'575$$

luego, los valores críticos son: $z_{1-\frac{\alpha}{2}} = 2'575$ y $z_{\frac{\alpha}{2}} = -z_{1-\frac{\alpha}{2}} = -2'575$ que separa las zonas de aceptación y de rechazo.



Etapa 3 y 4: El estadístico de prueba es: $Z = \dfrac{\overline{X} - \mu}{\dfrac{\sigma}{\sqrt{n}}}$ y el valor observado del estadístico de prueba es: $z_0 = \dfrac{100-100}{\dfrac{2}{\sqrt{7}}} = 0$

Etapa 5: Como el valor observado del estadístico de prueba $z_0 = 0$ es mayor que el valor crítico $z_{\frac{\alpha}{2}} = -z_{1-\frac{\alpha}{2}} = -2'575$, vemos que se encuentra en la zona de aceptación. Por lo tanto, aceptamos la hipótesis nula y rechazamos la alternativa. Con lo cual, aceptamos que el contenido medio de los botes es de 100 cc, al nivel de significación 0'01.

Se ha tomado una muestra de precios de un mismo producto en 16 comercios, elegidos al azar en una ciudad, y se han encontrado los siguientes precios (en euros):

95 ; 108 ; 97 ; 112 ; 99 ; 106 ; 105 ; 100 ; 99 ; 98 ; 104 ; 110 ; 107 ; 111 ; 103 ; 110

Suponiendo que los precios de este producto se distribuyen según una ley normal de varianza 25 y media desconocida:

a) ¿Cuál es la distribución de la media muestral?

b) ¿Se puede afirmar que el precio medio de dicho producto es menor de 105 euros? (Usar $\alpha = 0'03$)

SOCIALES II. PONENCIA 2009. EJERCICIO 26

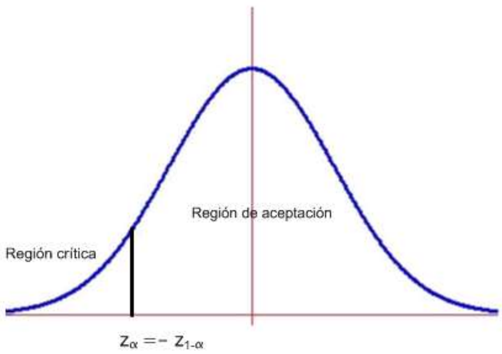
R E S O L U C I Ó N

Calculamos

$$\bar{x} = \frac{95+108+97+112+99+106+105+100+99+98+104+110+107+111+103+110}{16} = 104$$

a) Etapa 1: Hipótesis nula $H_0 : \mu \geq 105$; Hipótesis alternativa $H_1 : \mu < 105$ La región crítica está a la izquierda.

Etapa 2: El nivel de significación es $\alpha = 0'03 \Rightarrow 1-\alpha = 0'97$, que corresponde a $z_{1-\alpha} = 1'88$, con lo cual el valor crítico es $z_\alpha = -z_{1-\alpha} = -1'88$ que separa las zonas de aceptación y de rechazo.



Etapa 3 y 4: El estadístico de prueba es: $Z = \dfrac{\overline{X} - \mu}{\dfrac{\sigma}{\sqrt{n}}}$ y el valor observado del estadístico de prueba

es: $z_0 = \dfrac{104-105}{\dfrac{8}{\sqrt{25}}} = -0'8$

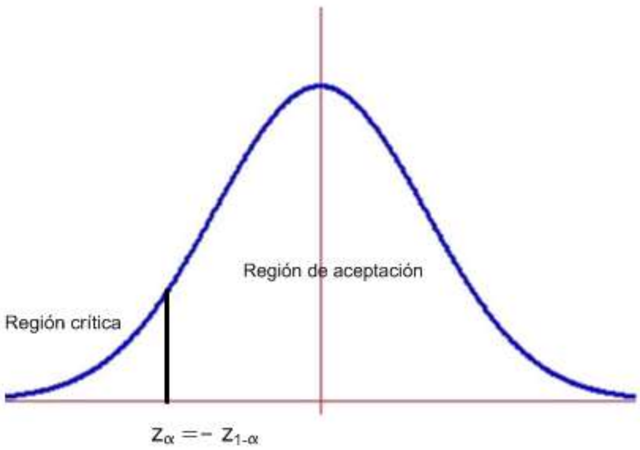
Etapa 5: Como el valor observado del estadístico de prueba $z_0 = -0'8$ es mayor que el valor crítico $z_\alpha = -z_{1-\alpha} = -1'88$ nos encontramos en la región de aceptación. Por lo tanto, aceptamos la hipótesis nula y rechazamos la alternativa. Con lo cual, se puede afirmar al nivel 0'03, que el precio del producto es mayor o igual a 105 €.

Los alumnos de preescolar de Andalucía tienen una estatura que es una variable aleatoria de media desconocida y desviación típica 16 cm. Si seleccionamos una muestra aleatoria de 100 de tales alumnos y obtenemos una estatura media de 95 cm,
a) ¿Se puede afirmar que la estatura media de los alumnos de preescolar de Andalucía es menor de 95 cm? (Usar $\alpha = 0'01$).
b) ¿Se puede afirmar que la estatura media de los alumnos de preescolar de Andalucía es mayor de 100 cm? (Usar $\alpha = 0'05$)
SOCIALES II. PONENCIA 2009. EJERCICIO 27

R E S O L U C I Ó N

a) Etapa 1: Hipótesis nula $H_0 : \mu \geq 95$; Hipótesis alternativa $H_1 : \mu < 95$ La región crítica está a la izquierda.

Etapa 2: El nivel de significación es $\alpha = 0'01 \Rightarrow 1 - \alpha = 0'99$, que corresponde a $z_{1-\alpha} = 2'33$, con lo cual el valor crítico es $z_\alpha = -z_{1-\alpha} = -2'33$ que separa las zonas de aceptación y de rechazo.



Etapa 3 y 4: El estadístico de prueba es: $Z = \dfrac{\overline{X} - \mu}{\dfrac{\sigma}{\sqrt{n}}}$ y el valor observado del estadístico de prueba es: $z_0 = \dfrac{95 - 95}{\dfrac{16}{\sqrt{100}}} = 0$

Etapa 5: Como el valor observado del estadístico de prueba $z_0 = 0$ es mayor que el valor crítico $z_\alpha = -z_{1-\alpha} = -2'33$ nos encontramos en la región de aceptación. Por lo tanto, aceptamos la hipótesis nula y rechazamos la alternativa. Con lo cual, se puede afirmar al nivel 0'01, que miden igual o más de 95 cm.

b) Etapa 1: Hipótesis nula $H_0 : \mu_0 \leq 100$; Hipótesis alternativa $H_1 : \mu_0 > 100$, la cual nos indica la dirección del contraste, es decir, la región crítica está a la derecha del punto crítico $z_{1-\alpha}$

Etapa 2: Calculamos el punto o puntos críticos que nos darán las regiones críticas y de aceptación.
Para el nivel de significación de $\alpha = 5\% = 0'05 \Rightarrow 1-\alpha = 0'95 \Rightarrow valor\, crítico\ z_{1-\alpha} = 1'645$

Etapa 3 y 4: El estadístico de prueba es: $Z = \dfrac{\overline{X} - \mu}{\dfrac{\sigma}{\sqrt{n}}}$ y el valor observado del estadístico de prueba es: $z_0 = \dfrac{95-100}{\dfrac{16}{\sqrt{100}}} = -3'125$

Etapa 5: El valor observado $z_0 = -3'125$, está a la izquierda del punto crítico 1'645, por lo tanto, estamos en la zona de aceptación. Luego, aceptamos la hipótesis nula y rechazamos la alternativa. Por lo tanto, con una probabilidad de equivocarnos del 5%, afirmamos que los estudiantes miden igual o menos de 95 cm.