EMESTRADA
EXÁMENES DE
SELECTIVIDAD

PROBLEMAS RESUELTOS
SELECTIVIDAD ANDALUCÍA
2015

MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CIENCIAS SOCIALES

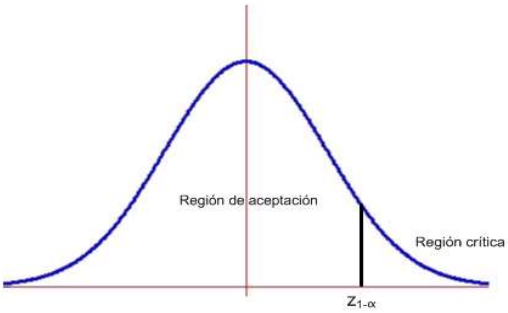
TEMA 7: CONTRASTE DE HIPÓTESIS

- Junio, Ejercicio 4, Opción A
- Reserva 1, Ejercicio 4, Opción A
- Reserva 2, Ejercicio 4, Opción A
- Reserva 3, Ejercicio 4, Opción A
- Reserva 4, Ejercicio 4, Opción B
- Septiembre, Ejercicio 4, Opción B

La calificación en Matemáticas de los alumnos de un centro docente es una variable aleatoria que sigue una distribución Normal de desviación típica 1'2. Una muestra de 10 alumnos ha dado las siguientes calificaciones: 3 8 6 3 9 1 7 7 5 6
a) Se tiene la creencia de que la calificación media de los alumnos del centro en Matemáticas es a lo sumo 5 puntos. Con un nivel de significación del 5%, plantee el contraste unilateral correspondiente ($H_0 : \mu \leq 5$), determine la región crítica y razone si la creencia es fundada o no.
b) ¿Obtendría la misma respuesta si el nivel de significación fuese del 15%?.
SOCIALES II. 2015 JUNIO. EJERCICIO 4 OPCIÓN A

R E S O L U C I Ó N

Etapa 1: Hipótesis nula $H_0 : \mu_0 \leq 5$; Hipótesis alternativa $H_1 : \mu_0 > 5$, la cual nos indica la dirección del contraste, es decir, la región crítica está a la derecha del punto crítico $z_{1-\alpha}$
Etapa 2: Calculamos el punto o puntos críticos que nos darán las regiones críticas y de aceptación.
Para el nivel de significación de $\alpha = 0'05 \Rightarrow 1-\alpha = 0'95 \Rightarrow \textit{valor crítico } z_{1-\alpha} = 1'645$



Etapa 3 y 4: Ponemos el estadístico del contraste y calculamos el valor observado.

Estadístico: $Z = \dfrac{\overline{X} - \mu_0}{\dfrac{\sigma}{\sqrt{n}}}$

Valor observado: $z_0 = \dfrac{\overline{x} - \mu_0}{\dfrac{\sigma}{\sqrt{n}}} = \dfrac{5'5 - 5}{\dfrac{1'2}{\sqrt{10}}} = 1'317$

Etapa 5: Comparamos el valor observado con el punto crítico para tomar la decisión adecuada.
El valor observado $z_0 = 1'317$, está a la izquierda del punto crítico 1'645, por lo tanto, estamos en la zona de aceptación. Luego, aceptamos la hipótesis nula y rechazamos la alternativa. Por lo tanto, afirmamos que la calificación media de los alumnos en Matemáticas es a lo sumo de 5 puntos, con una probabilidad de equivocarnos del 5 %.

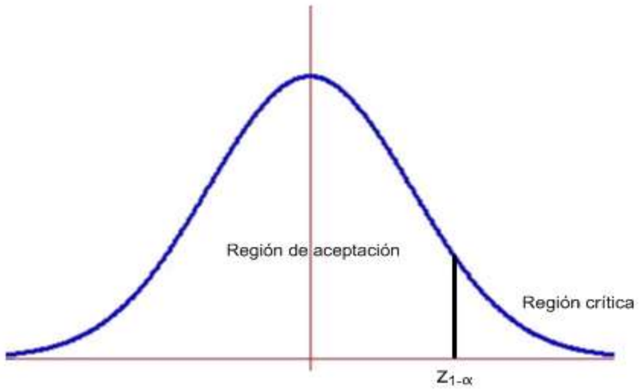
b) Para el nivel de significación de $\alpha = 0'15 \Rightarrow 1-\alpha = 0'85 \Rightarrow \textit{valor crítico } z_{1-\alpha} = 1'04$
El valor observado $z_0 = 1'317$, está a la derecha del punto crítico 1'04, por lo tanto, estamos en la zona de rechazo. Luego, rechazamos la hipótesis nula y aceptamos la alternativa. Por lo tanto, afirmamos que la calificación media de los alumnos en Matemáticas es mayor de 5 puntos, con una probabilidad de equivocarnos del 15 %.

La talla media de los alumnos de una Universidad sigue una distribución Normal de media 170 cm y desviación típica 6 cm. Estudios recientes hacen sospechar que dicha talla media ha aumentado. Para confirmar, o no, esa sospecha se ha tomado una muestra de 64 estudiantes de esa Universidad, cuya talla media ha resultado ser de 172 cm. Con un nivel de significación del 1%, plantee un contraste de hipótesis $(H_0 : \mu \leq 170)$, determine la región crítica de ese contraste y razone si se puede concluir que la talla media poblacional ha aumentado.
SOCIALES II. 2015 RESERVA 1 EJERCICIO 4. OPCION A

R E S O L U C I Ó N

Etapa 1: Hipótesis nula $H_0 : \mu_0 \leq 170$; Hipótesis alternativa $H_1 : \mu_0 > 170$, la cual nos indica la dirección del contraste, es decir, la región crítica está a la derecha del punto crítico $z_{1-\alpha}$

Etapa 2: Calculamos el punto o puntos críticos que nos darán las regiones críticas y de aceptación.
Para el nivel de significación de $\alpha = 0'01 \Rightarrow 1-\alpha = 0'99 \Rightarrow$ *valor crítico* $z_{1-\alpha} = 2'33$



Etapa 3 y 4: Ponemos el estadístico del contraste y calculamos el valor observado.

Estadístico: $Z = \dfrac{\overline{X} - \mu_0}{\dfrac{\sigma}{\sqrt{n}}}$

Valor observado: $z_0 = \dfrac{\overline{x} - \mu_0}{\dfrac{\sigma}{\sqrt{n}}} = \dfrac{172 - 170}{\dfrac{6}{\sqrt{64}}} = 2'66$

Etapa 5: Comparamos el valor observado con el punto crítico para tomar la decisión adecuada.
El valor observado $z_0 = 2'66$, está a la derecha del punto crítico 2'33, por lo tanto, estamos en la zona de rechazo o crítica. Luego, rechazamos la hipótesis nula y aceptamos la alternativa. Con lo cual con un nivel de significación del 1%, afirmamos que la talla media de los alumnos ha aumentado.

Una característica poblacional X sigue una distribución Normal $N(\mu, 2.1)$. Sobre ella se formula un contraste de hipótesis bilateral con $H_0 : \mu = 5.5$ a un nivel de significación del 8%. Se extrae una muestra aleatoria simple de tamaño 25 que proporciona una media muestral de 6.3. Plantee dicho contraste, determine su región crítica y razone si se puede aceptar la hipótesis nula.
SOCIALES II. 2015 RESERVA 2 EJERCICIO 4. OPCION A

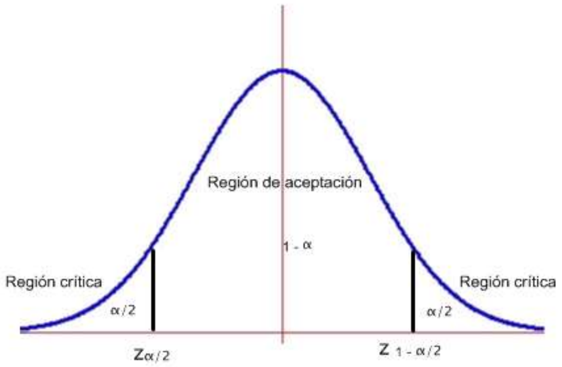
R E S O L U C I Ó N

Etapa 1: Hipótesis nula $H_0 : \mu = 5'5$; Hipótesis alternativa $H_1 : \mu \neq 5'5$.

Etapa 2: La prueba es bilateral y para un nivel de significación

$$\alpha = 0'08 \Rightarrow \frac{\alpha}{2} = 0'04 \Rightarrow 1 - \frac{\alpha}{2} = 0'96 \Rightarrow z_{1-\frac{\alpha}{2}} = 1'75$$

luego, los valores críticos son: $z_{1-\frac{\alpha}{2}} = 1'75$ y $z_{\frac{\alpha}{2}} = -z_{1-\frac{\alpha}{2}} = -1'75$ que separa las zonas de aceptación y de rechazo.



Etapa 3 y 4: El estadístico de prueba es: $Z = \dfrac{\overline{X} - \mu}{\dfrac{\sigma}{\sqrt{n}}}$ y el valor observado del estadístico de prueba es: $z_0 = \dfrac{6'3 - 5'5}{\dfrac{2'1}{\sqrt{25}}} = 1'904$

Etapa 5: Como el valor observado del estadístico de prueba $z_0 = 1'904$ es mayor que el valor crítico $z_{\frac{\alpha}{2}} = 1'75$, vemos que se encuentra en la zona de rechazo o región crítica. Por lo tanto, rechazamos la hipótesis nula y aceptamos la alternativa.

El servicio de atención al cliente de una empresa funciona eficazmente si el tiempo medio de atención es inferior o igual a 7 minutos. Se toma una muestra de 36 clientes atendidos y se observa que el tiempo medio es de 8 minutos. Suponiendo que el tiempo empleado en atender a un cliente sigue una distribución Normal con varianza 16, plantee un contraste de hipótesis $(H_0 : \mu \leq 7)$, con un nivel de significación de 0.05, determine la región crítica de este contraste y razone si se puede aceptar que ese servicio funciona de forma eficaz.
SOCIALES II. 2015 RESERVA 3 EJERCICIO 4. OPCION A

R E S O L U C I Ó N

Etapa 1: Hipótesis nula $H_0 : \mu_0 \leq 7$; Hipótesis alternativa $H_1 : \mu_0 > 7$, la cual nos indica la dirección del contraste, es decir, la región crítica está a la derecha del punto crítico $z_{1-\alpha}$

Etapa 2: Calculamos el punto o puntos críticos que nos darán las regiones críticas y de aceptación.
Para el nivel de significación de $\alpha = 0'05 \Rightarrow 1-\alpha = 0'95 \Rightarrow \textit{valor crítico } z_{1-\alpha} = 1'645$

Etapa 3 y 4: Ponemos el estadístico del contraste y calculamos el valor observado.

Estadístico: $Z = \dfrac{\overline{X} - \mu_0}{\dfrac{\sigma}{\sqrt{n}}}$

Valor observado: $z_0 = \dfrac{\overline{x} - \mu_0}{\dfrac{\sigma}{\sqrt{n}}} = \dfrac{8-7}{\dfrac{4}{\sqrt{36}}} = 1'5$

Etapa 5: Comparamos el valor observado con el punto crítico para tomar la decisión adecuada.

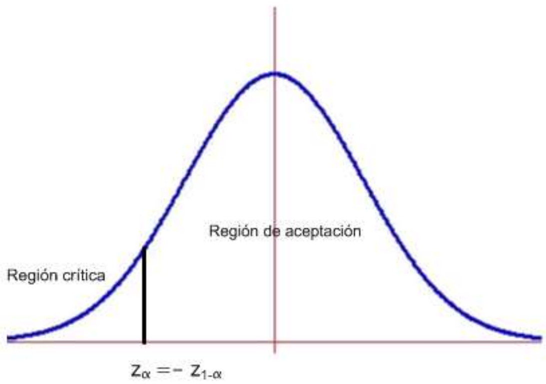
El valor observado $z_0 = 1'5$, está a la izquierda del punto crítico 1'645, por lo tanto, estamos en la zona de aceptación. Luego, aceptamos la hipótesis nula y rechazamos la alternativa. Por lo tanto, afirmamos que el tiempo medio de atención es inferior o igual a 7 minutos, con un nivel de significación del 5 %.

El peso medio de los pájaros de una determinada especie que habita en un parque natural se consideraba no inferior a 110 g, pero los biólogos del parque sostienen ahora la hipótesis de que dicho peso medio ha disminuido a consecuencia del cambio climático. Se ha tomado una muestra de 100 pájaros de esta especie y se ha obtenido un peso medio de 108 g. Se sabe que la variable que mide el peso de los pájaros de esta especie sigue una distribución Normal con desviación típica igual a 6 g.
Plantee un contraste de hipótesis $(H_0 : \mu \geq 110)$, con un nivel de significación del 5%, determine la región crítica de este contraste y, utilizando ésta, razone si con ese nivel se puede aceptar que los biólogos del parque están en lo cierto.
SOCIALES II. 2015 RESERVA 4 EJERCICIO 4. OPCION B

R E S O L U C I Ó N

Etapa 1: Hipótesis nula $H_0 : \mu \geq 110$; Hipótesis alternativa $H_1 : \mu < 110$ La región crítica está a la izquierda.

Etapa 2: El nivel de significación es $\alpha = 0'05 \Rightarrow 1 - \alpha = 0'95$, que corresponde a $z_{1-\alpha} = 1'645$, con lo cual el valor crítico es $z_\alpha = -z_{1-\alpha} = -1'645$ que separa las zonas de aceptación y de rechazo.



Etapa 3 y 4: El estadístico de prueba es: $Z = \dfrac{\overline{X} - \mu}{\dfrac{\sigma}{\sqrt{n}}}$ y el valor observado del estadístico de prueba es: $z_0 = \dfrac{108 - 110}{\dfrac{6}{\sqrt{100}}} = -3'33$

Etapa 5: Como el valor observado del estadístico de prueba $z_0 = -3'33$ es menor que el valor crítico $z_\alpha = -z_{1-\alpha} = -1'645$, vemos que se encuentra en la zona de rechazo o región crítica. Por lo tanto, rechazamos la hipótesis nula y aceptamos la alternativa. Con lo cual, con un nivel de significación del 5%, se acepta la hipótesis de los biólogos del parque de que el peso medio de los pájaros ha disminuido a consecuencia del cambio climático.

La concentración de arsénico en los moluscos de una zona costera sigue una ley Normal con desviación típica 6 mg/kg. Para verificar la calidad de estos moluscos se toma una muestra aleatoria de tamaño 36 para contrastar si la media poblacional no supera el límite máximo de 80 mg/kg permitido por la normativa sanitaria ($H_0 : \mu \leq 80$).

a) Determine la región crítica de este contraste a un nivel de significación del 5%.
b) ¿Debe rechazarse esta hipótesis nula, al nivel del 5%, si en esa muestra de 36 moluscos se encuentra una concentración media de arsénico de 82 mg/kg?
SOCIALES II. 2015 SEPTIEMBRE. EJERCICIO 4 OPCIÓN B

R E S O L U C I Ó N

Etapa 1: Hipótesis nula $H_0 : \mu_0 \leq 80$; Hipótesis alternativa $H_1 : \mu_0 > 80$, la cual nos indica la dirección del contraste, es decir, la región crítica está a la derecha del punto crítico $z_{1-\alpha}$

Etapa 2: Calculamos el punto o puntos críticos que nos darán las regiones críticas y de aceptación.
Para el nivel de significación de $\alpha = 0'05 \Rightarrow 1-\alpha = 0'95 \Rightarrow \textit{valor crítico } z_{1-\alpha} = 1'645$

Etapa 3 y 4: Ponemos el estadístico del contraste y calculamos el valor observado.

Estadístico: $Z = \dfrac{\overline{X} - \mu_0}{\dfrac{\sigma}{\sqrt{n}}}$

Valor observado: $z_0 = \dfrac{\overline{x} - \mu_0}{\dfrac{\sigma}{\sqrt{n}}} = \dfrac{82-80}{\dfrac{6}{\sqrt{36}}} = 2$

Etapa 5: Comparamos el valor observado con el punto crítico para tomar la decisión adecuada.

El valor observado $z_0 = 2$, está a la derecha del punto crítico 1’645, por lo tanto, estamos en la zona de rechazo o crítica. Luego, rechazamos la hipótesis nula y aceptamos la alternativa. Con lo cual con un nivel de significación del 5%, afirmamos que la media poblacional supera el límite máximo de 80 mg/kg permitido por la normativa sanitaria.