PROBLEMAS RESUELTOS
SELECTIVIDAD ANDALUCÍA
2002

MATEMÁTICAS II

TEMA 2: SISTEMAS DE ECUACIONES LINEALES

- Reserva 1, Ejercicio 3, Opción A
- Reserva 2, Ejercicio 4, Opción A
- Reserva 3, Ejercicio 3, Opción A
- Reserva 4, Ejercicio 3, Opción A
- Septiembre, Ejercicio 3, Opción B

En el sector de las aceitunas sin hueso, tres empresas A, B y C, se encuentran en competencia. Calcula el precio por unidad dado por cada empresa sabiendo que verifican las siguientes relaciones:
- El precio de la empresa A es 0'6 € menos que la media de los precios establecidos por B y C.
- El precio dado por B es la media de los precios de A y C.
- El precio de la empresa C es igual a 2 € mas $\frac{2}{5}$ del precio dado por A más $\frac{1}{3}$ del precio dado por B.
MATEMÁTICAS II. 2002. RESERVA 1. EJERCICIO 3. OPCIÓN A.

R E S O L U C I Ó N

Llamamos x = al precio en la empresa A.
y = al precio en la empresa B.
z = al precio en la empresa C.

Leyendo el enunciado del problema podemos plantear un sistema de 3 ecuaciones con 3 incógnitas:

$$\left.\begin{array}{r} x+0'6=\dfrac{y+z}{2} \\ y=\dfrac{x+z}{2} \\ z=2+\dfrac{2}{5}x+\dfrac{1}{3}y \end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{l} 2x-y-z=-1'2 \\ x-2y+z=0 \\ 6x+5y-15z=-30 \end{array}\right\} \Rightarrow x=5 \ ; \ y=5'4 \ ; \ z=5'8$$

Sean: $A=\begin{pmatrix} \alpha & 1 & 1 \\ -1 & 3 & 2 \\ 2 & 1-\alpha & 3 \end{pmatrix}$; $B=\begin{pmatrix} \alpha-1 & 0 & -1 \\ 1 & -1 & 2 \\ 0 & -\alpha & 0 \end{pmatrix}$; $b=\begin{pmatrix} -1 \\ -5 \\ 3 \end{pmatrix}$; $c=\begin{pmatrix} -2 \\ 5 \\ 0 \end{pmatrix}$; $X=\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$

Determina α, si es posible, para que los sistemas de ecuaciones (dados en forma matricial)

$$A\cdot X=b \quad , \quad B\cdot X=c$$

Tengan infinitas soluciones (cada uno de ellos).

MATEMÁTICAS II. 2002. RESERVA 2. EJERCICIO 4. OPCIÓN A.

R E S O L U C I Ó N

a) Vamos a hacer la discusión del sistema. Para ello calculamos el determinante de la matriz de los coeficientes y lo igualamos a cero

$$|A|=\begin{vmatrix} \alpha & 1 & 1 \\ -1 & 3 & 2 \\ 2 & 1-\alpha & 3 \end{vmatrix}=2\alpha^2+8\alpha=0 \Rightarrow \alpha=0\ ;\ \alpha=-4$$

A continuación, calculamos los rangos de la matriz de los coeficientes y de la matriz ampliada del sistema y hacemos la discusión:

	R(A)	R(M)	
$\alpha=0$	2	2	S. Compatible Indeterminado
$\alpha=-4$	2	3	S. Incompatible
$\alpha\neq 0\ y\ -4$	3	3	S. Compatible Determinado

b) Vamos a hacer la discusión del sistema. Para ello calculamos el determinante de la matriz de los coeficientes y lo igualamos a cero

$$|B|=\begin{vmatrix} \alpha-1 & 0 & -1 \\ 1 & -1 & 2 \\ 0 & -\alpha & 0 \end{vmatrix}=2\alpha^2-\alpha=0 \Rightarrow \alpha=0\ ;\ \alpha=\frac{1}{2}$$

A continuación, calculamos los rangos de la matriz de los coeficientes y de la matriz ampliada del sistema y hacemos la discusión:

	R(B)	R(M)	
$\alpha=0$	2	2	S. Compatible Indeterminado
$\alpha=\frac{1}{2}$	2	3	S. Incompatible
$\alpha\neq 0\ y\ \frac{1}{2}$	3	3	S. Compatible Determinado

Luego, la solución es para $\alpha=0$.

Considera el sistema de ecuaciones: $\left.\begin{array}{l} x-my+z=1 \\ x+y+z=m+2 \\ x+y+mz=4 \end{array}\right\}$

a) Clasifícalo según los valores del parámetro *m*.
b) Resuélvelo cuando sea compatible indeterminado.
MATEMÁTICAS II. 2002. RESERVA 3. EJERCICIO 3. OPCIÓN A.

R E S O L U C I Ó N

a) Vamos a hacer la discusión del sistema. Para ello calculamos el determinante de la matriz de los coeficientes y lo igualamos a cero

$$|A|=\begin{vmatrix} 1 & -m & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & m \end{vmatrix}=m^2-1=0\Rightarrow m=1\ ;\ m=-1$$

A continuación, calculamos los rangos de la matriz de los coeficientes y de la matriz ampliada del sistema y hacemos la discusión:

	R(A)	R(M)	
$m=-1$	2	2	S. Compatible Indeterminado
$m=1$	2	3	S. Incompatible
$m\neq 1$ y -1	3	3	S. Compatible Determinado

b) Resolvemos el sistema para $m=-1$

$$\left.\begin{array}{l} x+y+z=1 \\ x+y-z=4 \end{array}\right\}\Rightarrow\left\{\begin{array}{l} x=\dfrac{5}{2}-y \\ y=y \\ z=-\dfrac{3}{2} \end{array}\right.$$

Considera: $A=\begin{pmatrix} m & -1 & 1 \\ 2 & 1 & -m \\ 3 & 2 & -2 \end{pmatrix}$; $X=\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$; $C=\begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$

a) ¿Para qué valores de *m* tiene inversa la matriz *A*?.
b) Resuelve, para *m* = 2, el sistema de ecuaciones *A·X* = *C*.
MATEMÁTICAS II. 2002. RESERVA 4. EJERCICIO 3. OPCIÓN A.

R E S O L U C I Ó N

a) Calculamos el determinante de la matriz de los coeficientes y lo igualamos a cero

$$|A| = \begin{vmatrix} m & -1 & 1 \\ 2 & 1 & -m \\ 3 & 2 & -2 \end{vmatrix} = 2m^2+m-3=0 \Rightarrow m=1 \, ; \, m=-\frac{3}{2}$$

Luego, la matriz *A* tiene inversa para todos los valores de $m \neq 1 \ y \ -\frac{3}{2}$

b) Resolvemos el sistema para *m* = 2.

$$\left.\begin{array}{l} 2x-y+z=2 \\ 2x+y-2z=1 \\ 3x+2y-2z=1 \end{array}\right\} \Rightarrow x=\frac{5}{7} \ ; \ y=-\frac{5}{7} \ ; \ z=-\frac{1}{7}$$

Considera el siguiente sistema de ecuaciones: $\left.\begin{aligned} x+3y+\ \ z&=3 \\ 2x+my+\ \ z&=m \\ 3x+5y+mz&=5 \end{aligned}\right\}$

a) Determina, si es posible, un valor de *m* para que el correspondiente sistema tenga una y sólo una solución.
b) Determina, si es posible, un valor de *m* para que el correspondiente sistema tenga al menos dos soluciones.
c) Determina, si es posible, un valor de *m* para que el correspondiente sistema no tenga solución.
MATEMÁTICAS II. 2002. SEPTIEMBRE. EJERCICIO 3. OPCIÓN B.

R E S O L U C I Ó N

Calculamos el determinante de la matriz de los coeficientes y lo igualamos a cero

$$|A|=\begin{vmatrix} 1 & 3 & 1 \\ 2 & m & 1 \\ 3 & 5 & m \end{vmatrix}=m^2-9m+14=0\Rightarrow m=2;\ m=7$$

Calculamos los rangos de la matriz de los coeficientes y de la matriz ampliada del sistema y hacemos la discusión:

	R(A)	R(M)	
$m=2$	2	2	S. Compatible Indeterminado
$m=7$	2	2	S. Compatible Indeterminado
$m\neq 2\ y\ 7$	3	3	S. Compatible Determinado

a) $m\neq 2\ y\ 7\Rightarrow$ Sistema compatible determinado (1 solución).

b) $m=2$ y $m=7\Rightarrow$ Sistema compatible indeterminado (infinitas soluciones).

c) Ningún valor.