



- Instrucciones:**
- Duración: 1 hora y 30 minutos.**
 - Este examen consta de 8 ejercicios.**
 - Cada ejercicio tiene un valor máximo de 2.5 puntos.
 - Se realizarán únicamente **cuatro** ejercicios de los **ocho** ejercicios propuestos. Si se realizan más de cuatro ejercicios, solo se evaluarán los primeros cuatro ejercicios que aparezcan físicamente en el papel de examen.
 - Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, ni gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.
 - En la puntuación máxima de cada ejercicio están contemplados 0.25 puntos para valorar la expresión correcta de los procesos y métodos utilizados.

EJERCICIO 1 (2.5 puntos)

Considera la función f definida por $f(x) = \frac{x^2 - 2x - 3}{x^2 - 1}$ para $x \neq 1, -1$.

- Estudia y halla las asíntotas de la gráfica de f . **(1.25 puntos)**
- Determina los intervalos de crecimiento y de decrecimiento de f . **(1.25 puntos)**

EJERCICIO 2 (2.5 puntos)

Calcula $a > 0$ sabiendo que el área de la región determinada por la gráfica de la función $f(x) = xe^{3x}$, el eje de abscisas y la recta $x = a$ vale $\frac{1}{9}$.

EJERCICIO 3 (2.5 puntos)

Considera la matriz $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & m+2 \\ 0 & 1 & m+1 \\ m & 0 & 5 \end{pmatrix}$.

- Estudia el rango de A según los valores de m . **(1.5 puntos)**
- Para $m = 2$, calcula la inversa de $2020A$. **(1 punto)**

EJERCICIO 4 (2.5 puntos)

Siendo $a \neq 0$, considera las rectas

$$r \equiv x - 1 = y - 2 = \frac{z - 1}{a} \quad \text{y} \quad s \equiv \frac{x - 3}{-a} = \frac{y - 3}{-1} = \frac{z + 1}{2}$$

- Estudia la posición relativa de ambas rectas según los valores de a . **(1.25 puntos)**
- Para $a = 2$, determina las ecuaciones de la recta que pasa por el punto de corte de r y s y es perpendicular a ambas. **(1.25 puntos)**



EJERCICIO 5 (2.5 puntos)

Sea $f: [0, 2\pi] \rightarrow \mathbb{R}$ la función definida por $f(x) = \frac{\operatorname{sen} x}{2 - \cos x}$.

- a) Halla los extremos absolutos de f (abscisas donde se obtienen y valores que se alcanzan). **(2 puntos)**
- b) Determina la ecuación de la recta tangente y de la recta normal a la gráfica de f en el punto de abscisa $x = \frac{\pi}{3}$. **(0.5 puntos)**
-

EJERCICIO 6 (2.5 puntos)

Sea f la función dada por $f(x) = \frac{3x^2 + 4}{(x - 2)^2}$ para $x \neq 2$.

- a) Calcula $\int f(x) dx$. **(2 puntos)**
- b) Calcula la primitiva de f cuya gráfica pasa por el punto $(3, 5)$. **(0.5 puntos)**
-

EJERCICIO 7 (2.5 puntos)

Considera $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 4 & 1 & 4 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} a \\ 2a \\ 3a \end{pmatrix}$ y $X = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$.

- a) Discute el sistema dado por $AX = B$, según los valores de a . **(1.25 puntos)**
- b) Para $a = 0$, resuelve el sistema dado por $AX = B$. Calcula, si es posible, una solución en la que $y + z = 4$. **(1.25 puntos)**
-

EJERCICIO 8 (2.5 puntos)

Se considera el punto $A(1, -2, 0)$ y la recta $r \equiv \begin{cases} x + y = 0 \\ y - 3z + 2 = 0 \end{cases}$

- a) Calcula la ecuación del plano que pasa por A y es perpendicular a r . **(1.25 puntos)**
- b) Calcula la ecuación del plano que pasa por A y contiene a r . **(1.25 puntos)**
-