RESERVA 3 - 2020

PRUEBA DE ACCESO Y ADMISIÓN A LA UNIVERSIDAD

ANDALUCÍA, CEUTA, MELILLA y CENTROS en MARRUECOS

CURSO 2019–2020

MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CIENCIAS SOCIALES II

Instrucciones:

- **a)** Duración: 1 hora y 30 minutos.
- **b)** Elija cuatro de los ocho ejercicios propuestos de al menos tres bloques distintos. Se corregirán los cuatro primeros ejercicios que aparezcan en el examen y que cumplan el requisito anterior.
- **c)** En cada ejercicio, parte o apartado se indica la puntuación máxima asignada.
- **d)** Todos los resultados deben estar suficientemente justificados.
- **e)** Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. Si obtiene resultados directamente con la calculadora, explique con detalle los pasos necesarios para su obtención sin el uso de la misma.

Este examen consta de 4 Bloques (A, B, C y D)

Deberá responder a cuatro ejercicios de entre los ocho propuestos con la condición de que pertenezcan al menos a 3 bloques distintos. En caso de responder a más ejercicios de los requeridos, serán tenidos en cuenta los respondidos en primer lugar.

BLOQUE A

EJERCICIO 1

(2.5 puntos) Una confitería elabora dos tipos de tartas, unas de chocolate y otras de merengue y chocolate. Para ello dispone de 100 kg de bizcocho, 80 kg de crema de chocolate y 46 kg de merengue. Para elaborar una tarta de chocolate, se requieren 1 kg de bizcocho y 2 kg de crema de chocolate y para la tarta de chocolate y merengue se requieren 2 kg de bizcocho, 1 kg de crema de chocolate y 1 kg de merengue. Por cada tarta de chocolate se obtiene un beneficio de 10 euros y de 12 euros por cada una de merengue y chocolate. Suponiendo que se vende todo lo que se elabora, ¿cuántas tartas de cada tipo debe preparar para obtener un beneficio máximo? ¿Cuál es dicho beneficio?

EJERCICIO 2

Se consideran las matrices $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ k & -3 & 2 \\ 1 & k & 1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 3 & -2 & -1 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$ y $C = \begin{pmatrix} -2 & 4 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$.

a) **(0.8 puntos)** Razone si las siguientes operaciones se pueden realizar y en aquellos casos en que sea posible, indique la dimensión de la matriz resultante:

$$B^t \cdot A \qquad C \cdot B \qquad B \cdot A + B \qquad B^2$$

b) **(0.7 puntos)** Calcule los valores del parámetro k para los que la matriz A es invertible.

c) **(1 punto)** Para $k = -1$, calcule la inversa de la matriz A.

BLOQUE B

EJERCICIO 3

Se considera la función $f(x) = \begin{cases} x^2 + ax + 2 & \text{si } x \leq 0 \\ \dfrac{x+b}{x-1} & \text{si } x > 0 \end{cases}$

a) **(1.2 puntos)** Halle a y b para que f sea continua y derivable en $x = 0$.

b) **(0.7 puntos)** Para $a = 1$ y $b = -2$, halle la ecuación de la recta tangente a la gráfica de f en el punto de abscisa $x = 0$.

c) **(0.6 puntos)** Para $a = 1$ y $b = 1$, halle, si existen, las ecuaciones de las asíntotas de f.

EJERCICIO 4

El número de bacterias en un determinado cultivo viene dado por la función $B(t)$, donde t representa el tiempo en horas, con $0 \leq t \leq 7$. La variación instantánea en la población de bacterias en el cultivo viene dada por la derivada de la función B, cuya expresión es $B'(t) = 50\,000 \cdot e^{2t}$.

a) **(0.75 puntos)** ¿Existe algún instante t en el que el número de bacterias en el cultivo comience a decrecer?

b) **(1.5 puntos)** Obtenga la expresión de la función $B(t)$, sabiendo que en el instante $t = 0$ el número de bacterias en el cultivo era de 40 000.

c) **(0.25 puntos)** ¿Cuál es el número de bacterias en el cultivo a la hora y media?

BLOQUE C

EJERCICIO 5

Sean A y B dos sucesos de un mismo experimento aleatorio.

a) **(0.5 puntos)** Si $P(A) \neq 0$ y $P(B) \neq 0$, ¿pueden ser los sucesos A y B independientes e incompatibles a la vez? Justifique la respuesta.

b) **(2 puntos)** Sabiendo que $P(A) = 0.3$, $P(B) = 0.5$ y $P(A/B) = 0.2$, calcule las siguientes probabilidades:

$$P(A \cap B) \qquad P(A \cup B) \qquad P(A^c \cup B^c) \qquad P(A - B)$$

EJERCICIO 6

El censo de una población andaluza está compuesto en total por 15 000 personas, de las cuales 8 500 son mujeres. Se sabe que el 15 % de las mujeres y el 20 % de los hombres censados en dicha población han viajado alguna vez a un país extranjero. Se elige al azar una persona censada en dicha población.

a) **(1.25 puntos)** ¿Cuál es la probabilidad de que haya viajado al extranjero?

b) **(1.25 puntos)** Si se sabe que esta persona no ha viajado al extranjero, ¿cuál es la probabilidad de que sea hombre?

BLOQUE D

EJERCICIO 7

El tiempo de desfase, en minutos, entre la hora de paso programada de un autobús por cierta parada y la hora real a la que pasa, sigue una distribución Normal de media desconocida y varianza 4. Se observa el paso del autobús por la parada en 10 ocasiones elegidas al azar, registrándose los siguientes desfases:

$$4.7 \quad 2.1 \quad 3.6 \quad 5.4 \quad 0.0 \quad 4.2 \quad 4.0 \quad -0.2 \quad 1.9 \quad 5.2$$

a) **(1.25 puntos)** Obtenga un intervalo de confianza al 97 % para el desfase medio en la hora de paso del autobús.

b) **(1.25 puntos)** ¿Qué tamaño muestral mínimo sería necesario para estimar el desfase medio con un error inferior a 30 segundos y un nivel de confianza del 95 %? ¿Cómo variaría dicho tamaño muestral si se aumentara el nivel de confianza?

EJERCICIO 8

Una tienda de ropa quiere estudiar la aceptación de un nuevo sistema de pago a través del teléfono móvil. Para ello realiza una encuesta entre 200 de sus clientes elegidos al azar, resultando que 150 de ellos sí estarían dispuestos a usar el nuevo sistema de pago.

a) **(1.5 puntos)** Determine un intervalo de confianza al 97 % para estimar la proporción de clientes de esa tienda que estarían dispuestos a usar el nuevo sistema de pago.

b) **(1 punto)** Mediante una nueva encuesta se quiere estimar la proporción de clientes de esa tienda que usarían el nuevo sistema de pago, con un error máximo del 3 % y un nivel de confianza del 94 %. Suponiendo que se mantiene la proporción muestral del apartado anterior, ¿a cuántos clientes como mínimo habría que realizar la encuesta?