EMESTRADA
EXÁMENES DE
SELECTIVIDAD

PROBLEMAS RESUELTOS
SELECTIVIDAD ANDALUCÍA
2021

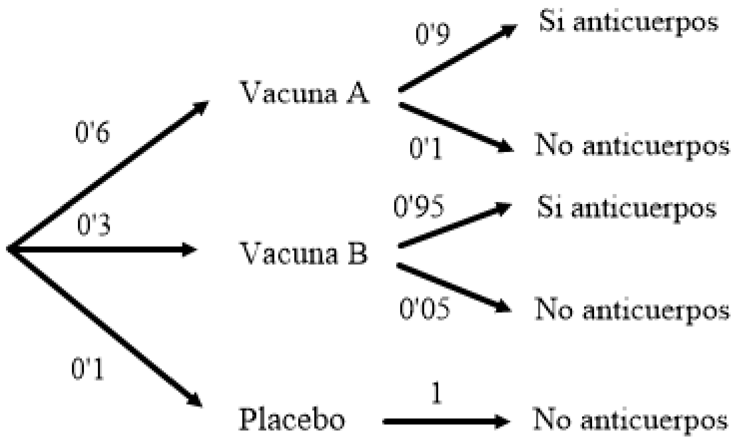
MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CIENCIAS SOCIALES

TEMA 5: PROBABILIDAD

Se desea probar la eficacia de dos tipos de vacunas, A y B, contra un virus determinado. Para ello, se seleccionan 5000 voluntarios sin anticuerpos para este virus, a los que se les administra una de las vacunas o un placebo, resultando que 3000 reciben la vacuna A, 1500la vacuna B y el resto el placebo. Se comprueba que el 90% de los vacunados con la A y el 95% de los vacunados con la B, generan anticuerpos, no generando anticuerpos los que han recibido el placebo. Se selecciona uno de esos voluntarios al azar.
a) ¿Cuál es la probabilidad de que haya generado anticuerpos?.
b) Si dicho voluntario no ha generado anticuerpos, ¿qué probabilidad hay de que se le haya administrado placebo?.
SOCIALES II. 2021 JUNIO. EJERCICIO C5

R E S O L U C I Ó N

Hacemos un diagrama de árbol



a) $p(anticuerpos) = 0'6 \cdot 0'9 + 0'3 \cdot 0'95 = 0'825$

b) $p(placebo / no\ anticuerpos) = \dfrac{0'1 \cdot 1}{0'1 \cdot 1 + 0'6 \cdot 0'1 + 0'3 \cdot 0'05} = 0'571$

De las compras realizadas en el último periodo de rebajas del pasado año, el 55% se dedicaron a productos electrónicos, el 72% se hicieron a través de internet y, de las compras que se hicieron por internet, el 64% fueron de productos electrónicos. Se elige una compra al azar.
a) Calcule la probabilidad de que haya sido de productos electrónicos y se haya realizado por internet.
b) Calcule la probabilidad de que la compra se haya realizado por internet o que se hayan comprado productos electrónicos.
c) Calcule la probabilidad de que sabiendo que no se compraron productos electrónicos, la compra no se hiciera a través de internet.
SOCIALES II. 2021 JUNIO. EJERCICIO C6

R E S O L U C I Ó N

Suceso A: “comprar producto electrónico”
Suceso B: “comprar por internet”
Datos del problema: $p(A)=0'55$
$p(B)=0'72$
$p(A/B)=0'64$

a) Nos piden $p(A\cap B)$

$$p(A/B)=0'64=\frac{p(A\cap B)}{p(B)}=\frac{p(A\cap B)}{0'72}\Rightarrow p(A\cap B)=0'64\cdot 0'72=0'4608$$

b) Nos piden $p(A\cup B)$

$$p(A\cup B)=p(A)+p(B)-p(A\cap B)=0'55+0'72-0'4608=0'8092$$

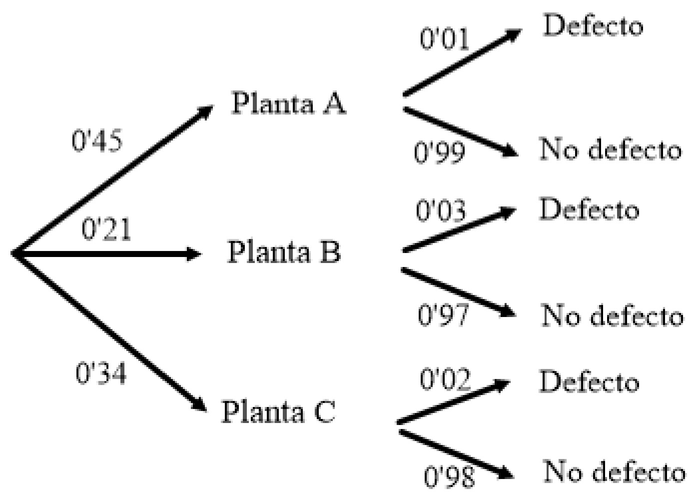
c) Nos piden $p(B^c/A^c)$

$$p(B^c/A^c)=\frac{p(A^c\cap B^c)}{p(A^c)}=\frac{p(A\cup B)^c}{p(A^c)}=\frac{1-p(A\cup B)}{1-p(A)}=\frac{1-0'8092}{1-0'55}=\frac{0'1908}{0'45}=0'424$$

Una empresa dedicada a la fabricación de coches lanza al mercado un nuevo modelo que fabrica en tres plantas diferentes, *A*, *B* y *C* La planta *A* produce el 45% de los vehículos, la planta *B* el 21% y el resto los produce la planta *C*. Se ha detectado un defecto en la colocación del airbag, que afecta al 1% de los coches procedentes de la planta *A*, al 3% de los procedentes de la planta *B* y al 2% de los de la planta *C*. Se selecciona un coche al azar de este nuevo modelo.
a) ¿Cuál es la probabilidad de que no sea defectuoso y proceda de la planta *C*?.
b) Si el coche elegido no es defectuoso, ¿cuál es la probabilidad de que proceda de la planta *A*?.
SOCIALES II. 2021 RESERVA 1. EJERCICIO C5

R E S O L U C I Ó N

Hacemos un diagrama de árbol



a) $p(no\ defectuoso\ y\ planta\ C) = 0'34 \cdot 0'98 = 0'3332$

b) $p(planta\ A / no\ defectuoso) = \dfrac{0'45 \cdot 0'99}{0'45 \cdot 0'99 + 0'21 \cdot 0'97 + 0'34 \cdot 0'98} = \dfrac{0'4455}{0'9824} = 0'4534$

La probabilidad de que una persona sana se contagie de otra enferma por un virus es del 80% si coinciden en una reunión.
a) Si una persona enferma se reúne con dos personas sanas, teniendo en cuenta que contagiar a distintas personas son sucesos independientes entre sí, ¿cuál es la probabilidad de que se contagien las dos personas a la vez? ¿Cuál es la probabilidad de que se contagie alguna de ellas?.
b) Una prueba para detectar la enfermedad da el resultado correcto en el 90% de los casos cuando se le aplica a personas contagiadas y da falsos positivos en el 5% de los casos cuando se aplica a personas sanas. Si una persona sana se reúne con una enferma y resulta positivo en una prueba posterior, ¿qué probabilidad hay de que se haya contagiado en la reunión?.
SOCIALES II. 2021 RESERVA 1. EJERCICIO C6

R E S O L U C I Ó N

a) Llamamos $p(C) =$ contagiarse una persona
$p(+) =$ dar positivo en la prueba

Datos del problema: $p(C) = 0'8$; $p(+/C) = 0'9$; $p(+/C^c) = 0'05$

$p(contagiarse\ 2\ personas\ sanas) = p(C_1 \cap C_2) = 0'8 \cdot 0'8 = 0'64$ Ya que son independientes.

p(contagiarse alguna) $= p(C_1 \cup C_2) = p(C_1) + p(C_2) + p(C_1 \cap C_2) = 0'8 + 0'8 - 0'64 = 0'96$

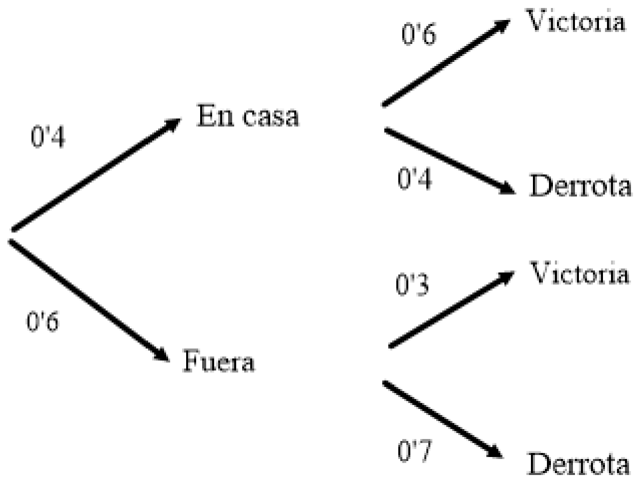
b) Sabemos que: $p(+) = p(C \cap +) + p(C^c \cap +) = 0'8 \cdot 0'9 + 0'2 \cdot 0'05 = 0'73$

Luego; $p(C/+) = \dfrac{p(C \cap +)}{p(+)} = \dfrac{0'8 \cdot 0'9}{0'73} = 0'9863$

Un equipo andaluz de baloncesto jugó en la temporada un 40% de los partidos en casa y el resto fuera. De los partidos que jugó en casa, obtuvo un 60% de victorias y el resto fueron derrotas, mientras que de los que jugó fuera, obtuvo un 30% de victorias y el resto derrotas. Se elige un partido de este equipo al azar.
a) Calcule la probabilidad de que el partido acabase en victoria.
b) Calcule la probabilidad de que el partido haya sido jugado en casa, sabiendo que el resultado final fue una derrota.
c) Si además se sabe que el 10% de las victorias obtenidas en casa y el 20% de las obtenidas fuera se produjeron tras una prórroga, calcule la probabilidad de que el partido acabase en victoria y que además esa victoria haya sido tras una prórroga
SOCIALES II. 2021 RESERVA 2. EJERCICIO C5

R E S O L U C I Ó N

Hacemos un diagrama de árbol



a) $p(victoria) = 0'4 \cdot 0'6 + 0'6 \cdot 0'3 = 0'42$

b) $p(casa / derrota) = \dfrac{0'4 \cdot 0'4}{0'4 \cdot 0'4 + 0'6 \cdot 0'7} = \dfrac{0'16}{0'58} = \dfrac{8}{29} = 0'2758$

c) $p(victoria\ en\ la\ \ prórroga) = 0'4 \cdot 0'6 \cdot 0'1 + 0'6 \cdot 0'3 \cdot 0'2 = 0'06$

Sean A y B dos sucesos asociados a un mismo espacio muestral con $P(A^c)=0'4$ y $P(A\cap B^c)=0'12$.
a) Calcule $P(A)$ y $P(A\cap B)$.
b) Determine $P(B)$ para que A y B sean independientes.
c) Si $P(B^c)=0'2$, calcule $P(A\cup B)$, $P(A^c\cup B^c)$ y $P(A/B^c)$
SOCIALES II. 2021 RESERVA 2. EJERCICIO C6

R E S O L U C I Ó N

a) $p(A)=1-p(A^c)=1-0'4=0'6$

$$p(A\cap B^c)=p(A)-p(A\cap B)\Rightarrow 0'12=0'6-p(A\cap B)\Rightarrow p(A\cap B)=0'6-0'12=0'48$$

b) Si son independientes, se cumple que:

$$p(A\cap B)=p(A)\cdot p(B)\Rightarrow 0'48=0'6\cdot p(B)\Rightarrow p(B)=\frac{0'48}{0'6}=0'8$$

c) $p(B^c)=0'2\Rightarrow p(B)=1-0'2=0'8$

$$p(A\cup B)=p(A)+p(B)-p(A\cap B)=0'6+0'8-0'48=0'92$$

$$p(A^c\cup B^c)\xrightarrow{Morgan}=p(A\cap B)^c=1-p(A\cap B)=1-0'48=0'52$$

$$p(A/B^c)=\frac{p(A\cap B^c)}{p(B^c)}=\frac{0'12}{0'2}=0'6$$

Sean *A* y *B* dos sucesos de un mismo experimento aleatorio de los que se sabe que:

$$P(A-B)=0'3 \quad , \quad P(A^c)=0'35 \quad \text{y} \quad P(B)=0'55 \, .$$

a) Calcule la probabilidad de que suceda al menos uno de ellos.
b) Calcule la probabilidad de que ocurra *B*, sabiendo que no ha ocurrido *A*.
c) Calcule la probabilidad de que no ocurra ninguno de los dos sucesos.
d) Razone si los sucesos *A* y *B* son independientes.
SOCIALES II. 2021 RESERVA 3. EJERCICIO C5

R E S O L U C I Ó N

a) $p(A)=1-p(A^c)=1-0'35=0'65$

$$p(A-B)=p(A\cap B^c)=p(A)-p(A\cap B)\Rightarrow 0'3=0'65-p(A\cap B)\Rightarrow p(A\cap B)=0'65-0'3=0'35$$

Luego: $p(A\cup B)=p(A)+p(B)-p(A\cap B)=0'65+0'55-0'35=0'85$

b) $p(B/A^c)=\dfrac{p(B\cap A^c)}{p(A^c)}=\dfrac{p(B)-p(A\cap B)}{p(A^c)}=\dfrac{0'55-0'35}{0'35}=\dfrac{4}{7}=0'5714$

c) $p(A^c\cap B^c)\xrightarrow{Morgan}=p(A\cup B)^c=1-p(A\cup B)=1-0'85=0'15$

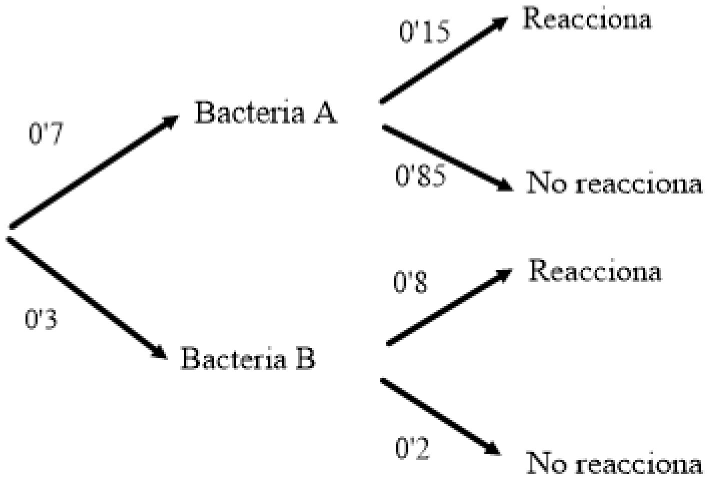
d)

$$\left.\begin{array}{l} p(A\cap B)=0'35 \\ p(A)\cdot p(B)=0'65\cdot 0'55=0'3575 \end{array}\right\}\Rightarrow p(A\cap B)\neq p(A)\cdot p(B)\Rightarrow \text{Dependientes}$$

En una determinada muestra de suelo se han aislado dos tipos de bacterias, *A* y *B*, de las cuales el 70% son de *A* y el 30% de *B*. La probabilidad de que una bacteria de tipo *A* reaccione a la prueba del nitrato es 0'15 y para la bacteria *B* es 0'8. De las bacterias aisladas se selecciona una al azar.
a) Calcule la probabilidad de que reaccione a la prueba del nitrato.
b) Si la bacteria ha reaccionado a la prueba del nitrato, calcule la probabilidad de que sea del tipo *B*.
c) Calcule la probabilidad de que la bacteria sea del tipo *A* y no reaccione a la prueba del nitrato.
SOCIALES II. 2021 RESERVA 3. EJERCICIO C6

R E S O L U C I Ó N

Hacemos un diagrama de árbol



a) $p(reaccione) = 0'7 \cdot 0'15 + 0'3 \cdot 0'8 = 0'345$

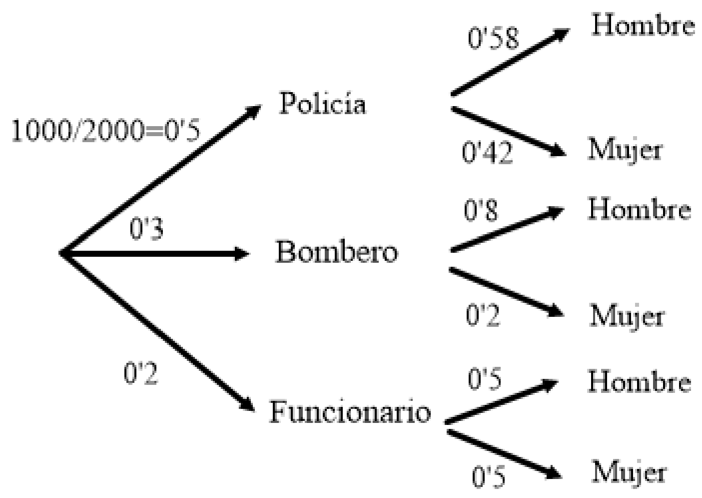
b) $p(Bacteria\ B / reacciona) = \dfrac{0'3 \cdot 0'8}{0'7 \cdot 0'15 + 0'3 \cdot 0'8} = \dfrac{0'24}{0'345} = \dfrac{16}{23} = 0'6956$

c) $p(A\ y\ no\ reaccione) = 0'7 \cdot 0'85 = 0'595$

Una determinada ciudad tiene en la plantilla del ayuntamiento 1000 agentes de la policía local, 600 bomberos y 400 funcionarios de protección civil. En esta plantilla, el 42% de policías, el 20% de bomberos y el 50% de funcionarios de protección civil son mujeres. Se elige una persona al azar de la plantilla.
a) ¿Cuál es la probabilidad de que sea mujer?.
b) Si las persona elegida es hombre, ¿cuál es la probabilidad de que sea bombero?.
SOCIALES II. 2021 RESERVA 4. EJERCICIO C5

R E S O L U C I Ó N

Hacemos un diagrama de árbol



a) $p(mujer) = 0'5 \cdot 0'42 + 0'3 \cdot 0'2 + 0'2 \cdot 0'5 = 0'37$

b) $p(bombero / \text{hom}bre) = \dfrac{0'3 \cdot 0'8}{0'5 \cdot 0'58 + 0'3 \cdot 0'8 + 0'2 \cdot 0'5} = \dfrac{0'24}{0'63} = \dfrac{8}{21} = 0'3809$

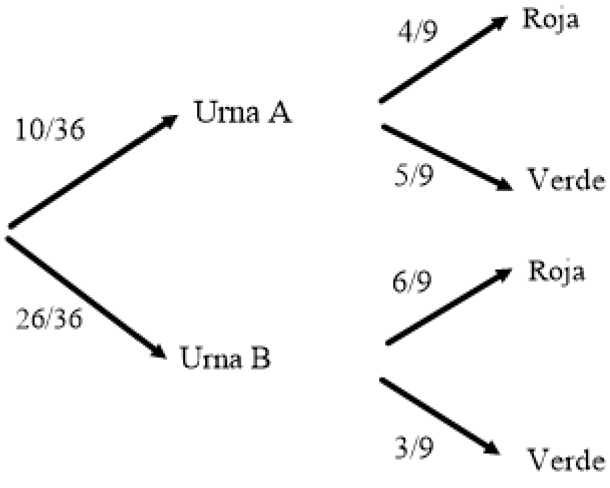
Una urna *A* contiene 4 bolas rojas y 5 verdes y otra urna *B* contiene 6 bolas rojas y 3 verdes. Lanzamos dos dados y si la suma es mayor o igual a 9, extraemos una bola de la urna *A* y en caso contrario, la extraemos de la urna *B*.
a) Calcule la probabilidad de que la bola extraída sea verde y de la urna *B*.
b) Halle la probabilidad de que la bola extraída sea roja.
SOCIALES II. 2021 RESERVA 4. EJERCICIO C6

R E S O L U C I Ó N

Al lanzar 2 dados tenemos 36 posibilidades, de la cuales hay 10 casos que suman 9 o más.

1,1	1,2	1,3	1,4	1,5	1,6
2,1	2,2	2,3	2,4	2,5	2,6
3,1	3,2	3,3	3,4	3,5	**3,6**
4,1	4,2	4,3	4,4	**4,5**	**4,6**
5,1	5,2	5,3	**5,4**	**5,5**	**5,6**
6,1	6,2	**6,3**	**6,4**	**6,5**	**6,6**

Hacemos un diagrama de árbol



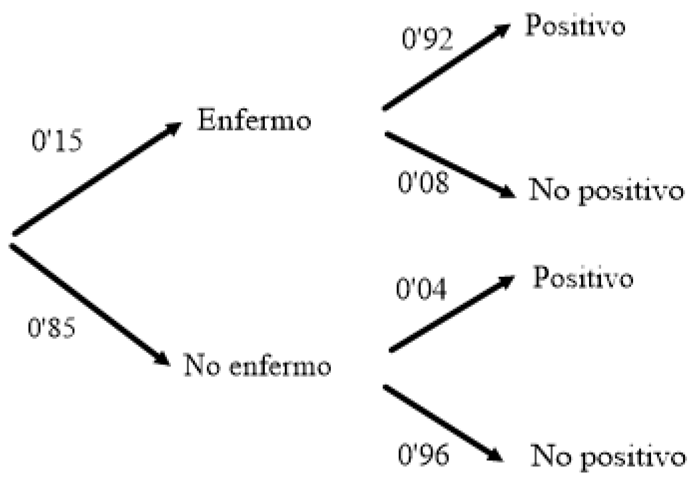
a) $p(verde\ y\ urna\ B)=\frac{26}{36}\cdot\frac{3}{9}=\frac{13}{54}=0'2407$

b) $p(roja)=\frac{10}{36}\cdot\frac{4}{9}+\frac{26}{36}\cdot\frac{6}{9}=\frac{49}{81}=0'6049$

En una población, se sabe que el 15% de las personas padece una determinada enfermedad. Si la persona está enferma, un test da positivo en el 92% de los casos, mientras que si la persona está sana, el test da positivo en el 4% de los casos (falso positivo). Se elige una persona al azar de esa población.
a) Calcule la probabilidad de que, habiendo dado positivo el test, la persona está enferma.
b) Calcule la probabilidad de que la persona esté enferma y el test salga negativo.
c) Calcule la probabilidad de que saliendo el test negativo, la persona esté enferma
SOCIALES II. 2021. JULIO. EJERCICIO C5

R E S O L U C I Ó N

Hacemos un diagrama de árbol



a) $p(Enfermo/positivo) = \frac{0'15 \cdot 0'92}{0'15 \cdot 0'92 + 0'85 \cdot 0'04} = \frac{0'138}{0'172} = \frac{69}{86} = 0'8023$

b) $p(enfermo \ y \ negativo) = 0'15 \cdot 0'08 = 0'012$

c) $p(Enfermo/negativo) = \frac{0'15 \cdot 0'08}{0'15 \cdot 0'08 + 0'85 \cdot 0'96} = \frac{0'012}{0'828} = \frac{1}{69} = 0'0145$

En una comunidad de vecinos, el 90% de sus miembros tiene vehículo propio, el 40% hace uso del transporte público y u 3% ni tiene vehículo propio ni usa el transporte público. Se elige al azar un miembro de esa comunidad.
a) Calcule la probabilidad de que tenga vehículo propio o use el transporte público.
b) Calcule la probabilidad de que use el transporte público y no tenga vehículo propio.
c) Calcule la probabilidad de que use el transporte público, sabiendo que no tiene vehículo propio.
SOCIALES II. 2021 JULIO. EJERCICIO C6

R E S O L U C I Ó N

Suceso A: "tener vehículo propio"
Suceso B: "usar transporte público"

Datos del problema: $p(A)=0'9$
$p(B)=0'4$
$p(A^c \cap B^c)=0'03$

a) Nos piden $p(A \cup B)$

$$p(A^c \cap B^c)=0'03 \Rightarrow p(A \cup B)^c=0'03 \Rightarrow 1-p(A \cup B)=0'03 \Rightarrow p(A \cup B)=0'97$$

b) Nos piden $p(B \cap A^c)$

$$p(A \cup B)=p(A)+p(B)-p(A \cap B) \Rightarrow 0'97=0'9+0'4-p(A \cap B) \Rightarrow p(A \cap B)=0'33$$

$$p(B \cap A^c)=p(B)-p(A \cap B)=0'4-0'33=0'07$$

c) Nos piden $p(B / A^c)$

$$p(B / A^c)=\frac{p(A^c \cap B)}{p(A^c)}=\frac{p(B)-p(A \cap B)}{1-p(A)}=\frac{0'07}{1-0'9}=0'7$$