EMESTRADA
EXÁMENES DE
SELECTIVIDAD

PROBLEMAS RESUELTOS

SELECTIVIDAD ANDALUCÍA

2021

FISICA

TEMA 1: CAMPO GRAVITATORIO

- Junio, Ejercicio A1
- Junio, Ejercicio A2
- Reserva 1, Ejercicio A1
- Reserva 1, Ejercicio A2
- Reserva 2, Ejercicio A1
- Reserva 2, Ejercicio A2
- Reserva 3, Ejercicio A1
- Reserva 3, Ejercicio A2
- Reserva 4, Ejercicio A1
- Reserva 4, Ejercicio A2
- Julio, Ejercicio A1
- Julio, Ejercicio A2

a) Un cuerpo es lanzado verticalmente hacia arriba desde una altura h con una energía cinética igual a la potencial en dicho punto, tomando como origen de energía potencial el suelo. Explique razonadamente, utilizando consideraciones energéticas: i) La relación entre la altura inicial y la altura máxima que alcanza el cuerpo. ii) La relación entre la velocidad inicial y la velocidad con la que llega al suelo.

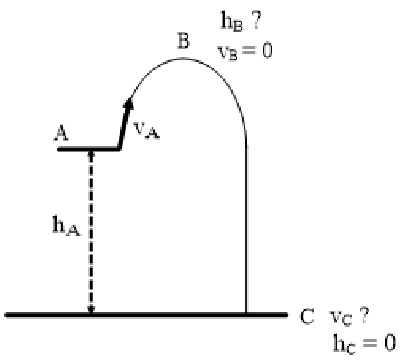
b) Un cuerpo de masa 2 kg desliza por una superficie horizontal de coeficiente de rozamiento 0'2 con una velocidad inicial de $6 m \cdot s^{-1}$. Cuando ha recorrido 5 m sobre el plano horizontal, comienza a subir por un plano inclinado sin rozamiento que forma un ángulo de 30º con la horizontal. Utilizando consideraciones energéticas, determine: i) La velocidad con la que comienza a subir el cuerpo por el plano inclinado. ii) La distancia que recorre por el plano inclinado hasta alcanzar la altura máxima.

$g = 9'8\ m \cdot s^{-2}$

FISICA. 2021. JUNIO. EJERCICIO A1

R E S O L U C I O N

a)



i) No hay rozamiento. Aplicamos la ley de conservación de la energía

$$E_{mec}(A) = E_{mec}(B) \Rightarrow E_c(A) + E_p(A) = \cancel{E_c(B)} + E_p(B)$$

Como $E_c(A) = E_p(A) \Rightarrow E_p(A) + E_p(A) = E_p(B) \Rightarrow$

$$\Rightarrow 2 \cdot E_p(A) = E_p(B) \Rightarrow 2 \cdot mgh_A = mgh_B \Rightarrow h_B = 2h_A$$

Luego, la altura máxima es el doble de la altura inicial.

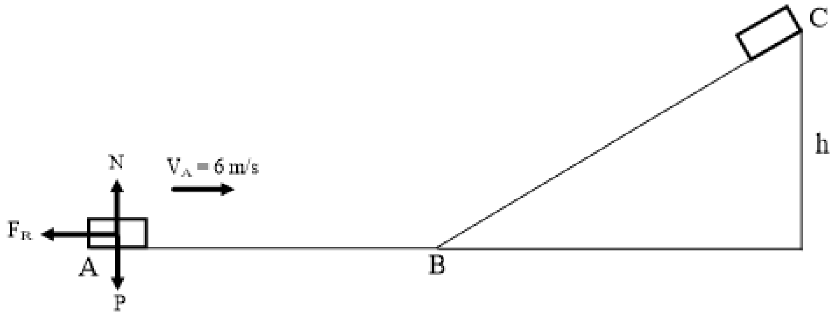
ii) Aplicamos la ley de conservación de la energía

$$E_{mec}(A) = E_{mec}(C) \Rightarrow E_c(A) + E_p(A) = E_c(C) + \cancel{E_p(C)}$$

Como $E_c(A) = E_c(A) \Rightarrow E_c(A) + E_c(A) = E_c(C) \Rightarrow$

$$\Rightarrow 2 \cdot E_c(A) = E_c(C) \Rightarrow 2 \cdot \frac{1}{2} m v_A^2 = \frac{1}{2} m v_C^2 \Rightarrow v_C = \sqrt{2} \cdot v_A$$

b)



i) En el tramo AB se cumple que: $W_{roz} = \Delta E_c$, luego:

$$F_{roz} \cdot \Delta s = E_c(B) - E_c(A) \Rightarrow \mu \cdot mg \cdot \Delta s \cdot \cos 180^o = \frac{1}{2} m v_B^2 - \frac{1}{2} m v_A^2 \Rightarrow -\mu \cdot g \cdot \Delta s = \frac{1}{2} v_B^2 - \frac{1}{2} v_A^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow -2 \cdot 0'2 \cdot 9'8 \cdot 5 = v_B^2 - 36 \Rightarrow v_B = \sqrt{36 - 2 \cdot 0'2 \cdot 9'8 \cdot 5} = 4'05 \text{ m/s}$$

$$W(F_R) = F_R \cdot e \cdot \cos 180^o = 8'49 \cdot 20 \cdot (-1) = -169'74 \text{ Julios}$$

ii) En el plano inclinado no hay rozamiento, luego:

$$E_{mec}(B) = E_{mec}(C) \Rightarrow E_c(B) + E_p(B) = E_c(C) + E_p(C) \Rightarrow \frac{1}{2} m \cdot 4'05^2 + 0 = 0 + m \cdot 9'8 \cdot h \Rightarrow$$

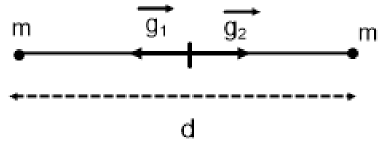
$$\Rightarrow h = \frac{4'05^2}{2 \cdot 9'8} = 0'836$$

Luego, $\Delta s = \dfrac{h}{\text{sen}\, 30^o} = \dfrac{0'836}{0'5} = 1'67$ m

a) Razone la veracidad o falsedad de la siguiente afirmación: "Si en un punto del espacio cerca de dos masas el campo gravitatorio es nulo, también lo será el potencial gravitatorio".
b) Dos masas $m_1 = 10\,kg$ y $m_2 = 10\,kg$ se encuentran situadas en los puntos $A(0,0)\,m$ y $B(0,2)\,m$, respectivamente. i) Dibuje el campo gravitatorio debido a las dos masas en el punto $C(1,1)\,m$ y determine su valor. ii) Calcule el trabajo que realiza la fuerza gravitatoria cuando una tercera masa $m_3 = 1\,kg$ se desplaza desde el punto $D(1,0)\,m$ hasta el punto $C(1,1)\,m$.
$G = 6'67 \cdot 10^{-11}\,N m^2 kg^{-2}$
FISICA. 2021. JUNIO. EJERCICIO A2

R E S O L U C I O N

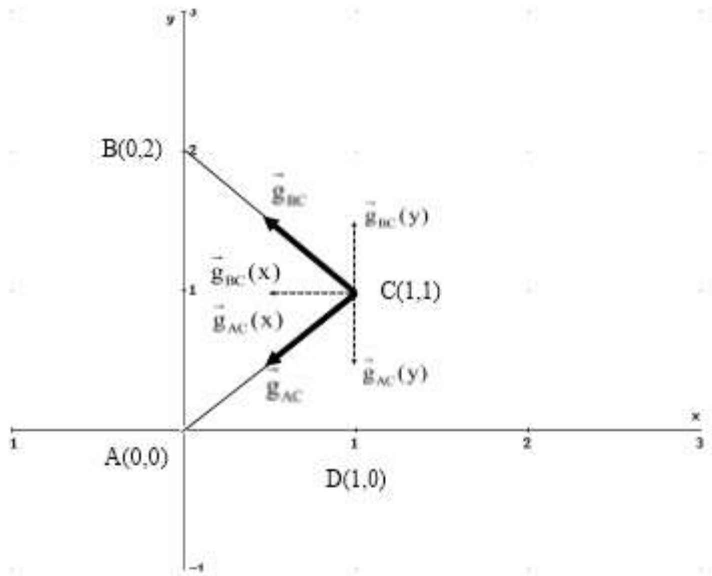
a) Falsa. Supongamos dos masas idénticas, en el punto medio del segmento que las une, el campo gravitatorio es nulo, pero el potencial gravitatorio no vale cero.



Aplicamos el principio de superposición:

$$V_g = V_{g1} + V_{g2} = -G\frac{m}{R} - G\frac{m}{R} = -G\frac{m}{\frac{d}{2}} - G\frac{m}{\frac{d}{2}} = -4G\frac{m}{d} \neq 0$$

b) i)



$$\left|\vec{g}_{AC}\right| = G\frac{m_1}{r_1^2} = 6'67\cdot 10^{-11}\cdot\frac{10}{\left(\sqrt{2}\right)^2} = 3'34\cdot 10^{-10}\ \mathrm{N/kg}$$

$$\left|\vec{g}_{BC}\right| = G\frac{m_1}{r_2^2} = 6'67\cdot 10^{-11}\cdot\frac{10}{\left(\sqrt{2}\right)^2} = 3'34\cdot 10^{-10}\ \mathrm{N/kg}$$

Como $\left|\vec{g}_{BC}(y)\right| = \left|\vec{g}_{AC}(y)\right|$ y tienen sentidos opuestos, se anulan entre si.

$$\vec{g}_{AC}(x) = \vec{g}_{BC}(x) = -3'34\cdot 10^{-10}\cos 45^{\circ}\,\vec{i} = -2'36\cdot 10^{-10}\ \vec{i}\ \mathrm{N/kg}$$

Luego: $\vec{g}_T = \vec{g}_{AC}(x) + \vec{g}_{BC}(x) = -4'72\cdot 10^{-10}\ \vec{i}\ \mathrm{N/kg}$ y $\left|\vec{g}_T\right| = 4'72\cdot 10^{-10}\ \mathrm{N/kg}$

ii) Calculamos el potencial en C

$$V_{AC} = -G\frac{m_1}{r_1} = -6'67\cdot 10^{-11}\cdot\frac{10}{\sqrt{2}} = -4'72\cdot 10^{-10}\ \mathrm{J/kg}$$

$$V_{BC} = -G\frac{m_1}{r_2} = -6'67\cdot 10^{-11}\cdot\frac{10}{\sqrt{2}} = -4'72\cdot 10^{-10}\ \mathrm{J/kg}$$

Aplicando el principio de superposición: $V_C = V_{AC} + V_{BC} = -9'44\cdot 10^{-10}\ \mathrm{J/kg}$

Calculamos el potencial en D

$$V_{AD} = -G\frac{m_1}{r_1'} = -6'67\cdot 10^{-11}\cdot\frac{10}{1} = -6'67\cdot 10^{-10}\ \mathrm{J/kg}$$

$$V_{BD} = -G\frac{m_1}{r_2'} = -6'67\cdot 10^{-11}\cdot\frac{10}{\sqrt{5}} = -2'98\cdot 10^{-10}\ \mathrm{J/kg}$$

Aplicando el principio de superposición: $V_D = V_{AD} + V_{BD} = -9'65\cdot 10^{-10}\ \mathrm{J/kg}$

Calculamos el trabajo

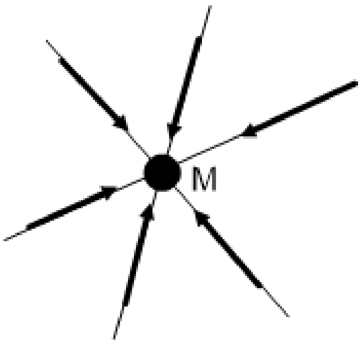
$$W_{D\to C} = -m(V_C - V_D) = -1\cdot(-9'44\cdot 10^{-10} + 9'65\cdot 10^{-10}) = -2'1\cdot 10^{-11}\ \mathrm{J}$$

Trabajo no espontáneo, lo realiza una fuerza exterior al campo.

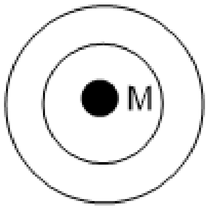
a) Represente gráficamente las líneas del campo gravitatorio y las superficies equipotenciales creadas por una masa puntual M. Responda razonadamente: i) ¿Se pueden cortar dos líneas de campo?. ii) ¿Cómo varía el potencial gravitatorio al alejarnos de la masa M?.
b) Dos masas $m_1 = 2$ kg y $m_2 = 4$ kg están situadas en los puntos $A(-3,0)$ m y $B(0,1)$ m, respectivamente. Calcule razonadamente: i) El campo gravitatorio en el punto $C(0,-1)$ m.
ii) La fuerza que ejercerá el campo sobre una masa $m_3 = 0'5$ kg situada en ese punto.
$G = 6'67 \cdot 10^{-11}\ N m^2 kg^{-2}$
FISICA. 2021. RESERVA 1. EJERCICIO A1

R E S O L U C I O N

a)



Las líneas de campo gravitatorio son rectas que pasan por la masa M

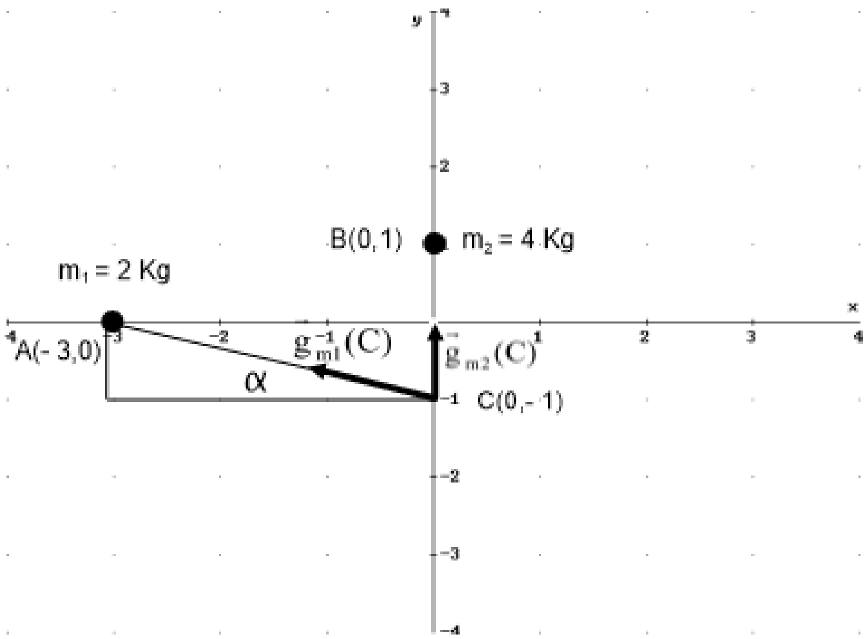


Las superficies equipotenciales son esferas concéntricas de centro M

i) Dos líneas de campo no se pueden cortar, ya que si se cortaran en un punto, el campo gravitatorio en ese punto tendría dos valores diferentes vectoriales $(\vec{g}_1$ y $\vec{g}_2)$, pero esto no es posible, ya que el campo gravitatorio toma un solo valor $\vec{g}$ en cada punto.

ii) Potencial gravitatorio $= V_g = -G\dfrac{M}{r}$, al aumentar r, el cociente disminuye, pero al ser números negativos, el potencial gravitatorio aumenta.

b)



i)

$$r_1^2 = 3^2 + 1^2 = 10 \qquad ; \qquad \operatorname{tg}\alpha = \frac{1}{3} \Rightarrow \alpha = 18'43^{\circ}$$

$$\left|\vec{g}_{m1}(C)\right| = G\frac{m_1}{r_1^2} = 6'67\cdot 10^{-11}\frac{2}{10} = 1'334\cdot 10^{-11}$$

$$\left|\vec{g}_{m2}(C)\right| = G\frac{m_2}{r_2^2} = 6'67\cdot 10^{-11}\frac{4}{2^2} = 6'67\cdot 10^{-11}$$

$$\vec{g}(C) = \vec{g}_{m1}(C) + \vec{g}_{m2}(C) = 1'33\cdot 10^{-11}(-\cos 18'43\,\vec{i} + \operatorname{sen} 18'43\,\vec{j}) + 6'67\cdot 10^{-11}\,\vec{j} =$$
$$= -1'26\cdot 10^{-11}\,\vec{i} + 7'19\cdot 10^{-11}\,\vec{j} \quad m/s^2$$

ii) $\vec{F}_g(C) = m\cdot\vec{g}(C) = -6'3\cdot 10^{-12}\,\vec{i} + 3'6\cdot 10^{-11}\,\vec{j}$ Newtons

a) El planeta A tiene 2 veces más masa que el planeta B y radio cuatro veces menor. Determine la relación entre las velocidades de escape desde las superficies de ambos planetas.
b) La masa de la Luma es 0'012 veces la masa de la Tierra, y el radio lunar es 0'27 veces el radio de la Tierra. Calcule: i) La aceleración de la gravedad en la superficie de la Luna. ii) La velocidad de escape de un objeto desde la superficie de la Luna.
$\mathbf{g = 9'8\ m \cdot s^{-2}\ ;\ R_T = 6370\,km}$
FISICA. 2021. RESERVA 1. EJERCICIO A2

R E S O L U C I O N

a) Sabemos que: $M_A = 2M_B$ y $R_A = \dfrac{R_B}{4}$

La relación entre las velocidades de escape es:

$$\frac{v_A}{v_B} = \frac{\sqrt{2G\dfrac{M_A}{R_A}}}{\sqrt{2G\dfrac{M_B}{R_B}}} = \sqrt{\frac{2G\dfrac{M_A}{R_A}}{2G\dfrac{M_B}{R_B}}} = \sqrt{\frac{\dfrac{M_A}{R_A}}{\dfrac{M_B}{R_B}}} = \sqrt{\frac{M_A \cdot R_B}{M_B \cdot R_A}} = \sqrt{\frac{2M_B \cdot R_B}{M_B \cdot \dfrac{R_B}{4}}} = \sqrt{8}$$

b) Sabemos que: $M_L = 0'012 M_T$ y $R_L = 0'27 R_T$

(i) $g_L = G\dfrac{M_L}{R_L^2} = G\dfrac{0'012M_T}{0'27^2 \cdot R_T^2} = \dfrac{0'012}{0'27^2} \cdot G\dfrac{M_T}{R_T^2} = \dfrac{0'012}{0'27^2} \cdot 9'8 = 1'61\ m/s^2$

(ii)

$$v_{escape\ L} = \sqrt{2G\frac{M_L}{R_L}} = \sqrt{2G\frac{M_L}{R_L} \cdot \frac{R_L}{R_L}} = \sqrt{2G\frac{M_L}{R_L^2} \cdot R_L} = \sqrt{2g_L \cdot R_L} =$$

$$= \sqrt{2 \cdot 1'61 \cdot 0'27 \cdot 6370000} = 2.353'31\ m/s$$

a) Una partícula se mueve en un campo gravitatorio constante y uniforme. Discuta la veracidad de las afirmaciones: i) Si la partícula se mueve en la dirección y sentido del campo su energía potencial aumenta, y si lo hace perpendicularmente no varía. ii) En ambos casos la energía cinética no cambia.
b) Un objeto de 3 kg de masa desciende, partiendo del reposo, desde una altura de 1’5 m por un plano inclinado de coeficiente de rozamiento 0’1 que forma un ángulo de 45º con la horizontal. Posteriormente continúa moviéndose por una superficie horizontal de coeficiente de rozamiento 0’2 hasta detenerse. i) Dibuje las fuerzas que actúan sobre el objeto cuando desciende por el plano inclinado y al moverse en la superficie horizontal, y calcule los módulos de las fuerzas de rozamiento. ii) Mediante consideraciones energéticas, calcule la distancia que recorre el objeto en la superficie horizontal hasta detenerse.
$\mathbf{g = 9'8\ m \cdot s^{-2}}$
FISICA. 2021. RESERVA 2. EJERCICIO A1

R E S O L U C I O N

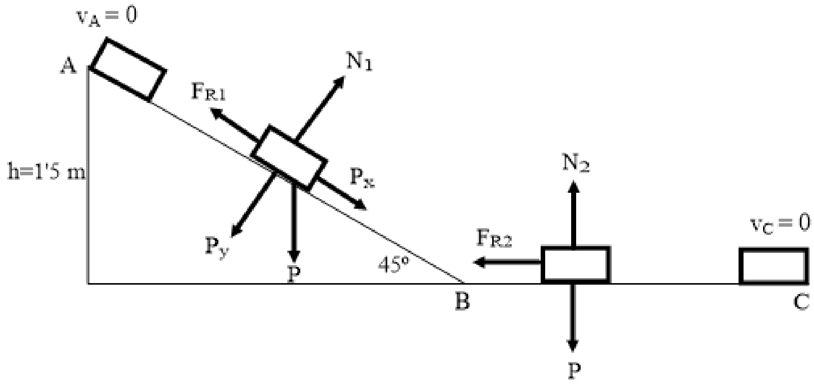
a) i) $W(\vec{F}_g) = F_g \cdot d \cdot \cos 0^{o} > 0$ El trabajo de la fuerza gravitatoria es positivo al desplazarse según las líneas del campo gravitatorio. Al ser fuerzas gravitatorias conservativas

$$\Rightarrow W(\vec{F}_g) = -\left[E_{pg}(B) - E_{pg}(A)\right] > 0 \Rightarrow E_{pg}(A) - E_{pg}(B) > 0 \Rightarrow E_{pg}(A) > E_{pg}(B)$$

luego la energía potencial gravitatoria disminuye. Por lo tanto, la primera afirmación es falsa.

Si se mueve perpendicularmente $\Rightarrow W(\vec{F}_g) = F_g \cdot d \cdot \cos 90^{o} = 0 \Rightarrow E_{pg}(B) = E_{pg}(A)$, luego la energía potencial gravitatoria no varía. Por lo tanto, esta parte de la afirmación es verdadera.

ii) En el primer caso, aplicando el principio de conservación de la energía mecánica, al disminuir E_{pg}, aumenta la energía cinética E_c. Esto es así porque la fuerza gravitatoria acelera la partícula. Luego, la afirmación es falsa.
En el segundo caso, como la E_{pg} es constante, aplicando el mismo principio, la E_c también es constante, luego la afirmación es verdadera.
b) i)



$$F_{R1}=\mu_1\cdot N_1=\mu_1\cdot m\cdot g\cdot\cos 45^{o}=0'1\cdot 3\cdot 9'8\cdot\frac{\sqrt{2}}{2}=2'08\ \text{Newton}$$

$$F_{R2}=\mu_2\cdot N_2=\mu_2\cdot m\cdot g=0'2\cdot 3\cdot 9'8=5'88\ \text{Newton}$$

ii) Balance de energía entre A y B

$$E_{pg}(A)=E_c(B)+\left|W_{AB}(F_{roz1})\right|\Rightarrow mgh(A)=\frac{1}{2}mv_B^2+F_{roz1}\cdot\overline{AB}$$

Balance de energía entre B y C

$$E_c(B)=\left|W_{BC}(F_{roz2})\right|=F_{roz2}\cdot\overline{BC}$$

Sustituyendo en la ecuación anterior, tenemos:

$$mgh(A)=\frac{1}{2}mv_B^2+F_{roz1}\cdot\overline{AB}\Rightarrow mgh(A)=F_{roz2}\cdot\overline{BC}+F_{roz1}\cdot\overline{AB}\Rightarrow 3\cdot 9'8\cdot 1'5=5'88\cdot\overline{BC}+2'08\cdot\frac{1'5}{\text{sen}\,45^{o}}\Rightarrow$$

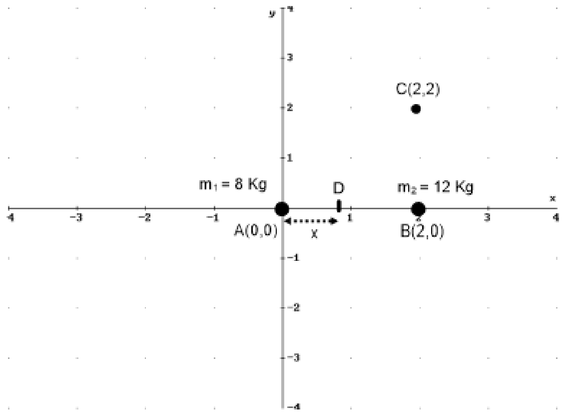
$$\Rightarrow 44'1=5'88\cdot\overline{BC}+4'41\Rightarrow\overline{BC}=\frac{44'1-4'41}{5'88}=6'75\ \text{m}$$

a) Razone la veracidad o falsedad de la siguiente afirmación: "Al acercar dos masas aumenta la fuerza de atracción entre ellas, pero disminuye su energía potencial".
b) Dos masas puntuales $m_1 = 8\,kg$ y $m_2 = 12\,kg$ están situadas en los puntos $A(0,0)\ m$ y $B(2,0)\ m$, respectivamente. i) Determine el punto entre las dos masas donde se anula el campo gravitatorio. ii) Calcule el trabajo que realiza la fuerza gravitatoria cuando una tercera masa $m_3 = 2\,kg$ se desplaza desde el infinito hasta el punto $C(2,2)\ m$.
$G = 6'67\cdot 10^{-11}\ N m^2 kg^{-2}$
FISICA. 2021. RESERVA 2. EJERCICIO A2

R E S O L U C I O N

a) La afirmación es verdadera, ya que: La fuerza gravitatoria viene dada por la Ley de gravitación universal $F_g = G\dfrac{m_1\cdot m_2}{r^2}$ y, a medida que r disminuye, F_g aumenta. La energía potencial es $E_{pg} = -G\dfrac{m_1\cdot m_2}{r}$ y, a medida que disminuye r, el cociente aumenta, pero al ser números negativos, la E_{pg} disminuye.

b)



i) Aplicamos el principio de superposición:

$$\vec{g}(D) = 0 = \vec{g}_{m1}(D) + \vec{g}_{m2}(D) \Rightarrow \left|\vec{g}_{m1}(D)\right| = \left|\vec{g}_{m2}(D)\right| \Rightarrow G\frac{m_1}{x^2} = G\frac{m_2}{(2-x)^2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 8\cdot(2-x)^2 = 12x^2 \Rightarrow (2-x)^2 = \frac{3}{2}x^2 \Rightarrow 2-x = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}}x \Rightarrow x = \frac{2}{1+\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}}} = 0'898\ m$$

ii) $r_1 = \sqrt{2^2+2^2} = \sqrt{8}$

$$E_{pg}(C) = E_{pgm1}(C) + E_{pgm2}(C) = -G\frac{m_1\cdot m}{r_1} - G\frac{m_2\cdot m}{r_2} = -6'67\cdot 10^{-11}\left(\frac{8\cdot 2}{\sqrt{8}} + \frac{12\cdot 2}{2}\right) = -1'18\cdot 10^{-9}$$

$$W_{\infty\to C}(F_g) = -\left[E_{pg}(C) - E_{pg}(\infty)\right] = -\left[E_{pg}(C) - 0\right] = +1'18\cdot 10^{-9}\ \text{Julios}$$

a) Razone la veracidad o falsedad de la siguiente afirmación: "Dos masas de valor m y 4m separadas una distancia d, generarán un campo gravitatorio nulo en un punto entre ambas situado a una distancia $\frac{d}{3}$ de la masa más pequeña".

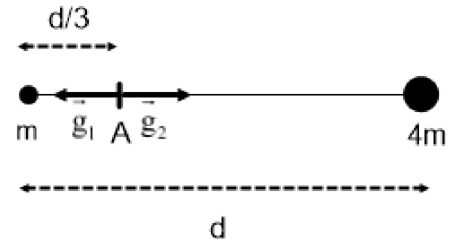
b) Dos masas $m_1 = 10\,kg$ y $m_2 = 30\,kg$ se encuentran situadas en los puntos $A(0,0)\,m$ y $B(4,3)\,m$, respectivamente. i) Dibuje el campo gravitatorio debido a las dos masas en el punto $C(0,3)\,m$ y determine su valor. ii) Calcule el trabajo que realiza la fuerza gravitatoria cuando una tercera masa $m_3 = 2\,kg$ se desplaza desde el punto $C(0,3)\,m$ hasta el punto $D(4,0)\,m$.

$G = 6'67\cdot 10^{-11}\ N m^2 kg^{-2}$

FISICA. 2021. RESERVA 3. EJERCICIO A1

R E S O L U C I O N

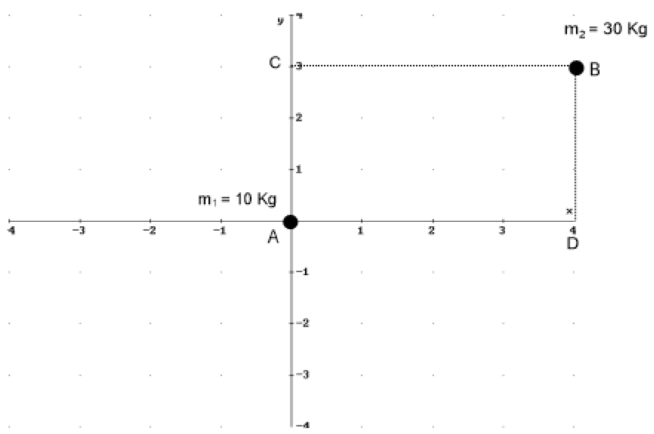
a) La afirmación es verdadera, ya que:

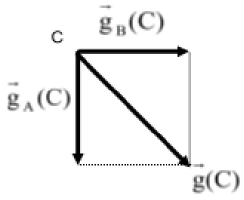


$$\vec{g}(A) = 0 = \vec{g}_1(A) + \vec{g}_2(A) \Rightarrow \left|\vec{g}_1(A)\right| = \left|\vec{g}_2(A)\right| \Rightarrow G\frac{m}{\left(\frac{d}{3}\right)^2} = G\frac{4m}{\left(d-\frac{d}{3}\right)^2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left(d-\frac{d}{3}\right)^2 = 4\left(\frac{d}{3}\right)^2 \Rightarrow \left(d-\frac{d}{3}\right) = 2\left(\frac{d}{3}\right) \Rightarrow \frac{2d}{3} = \frac{2d}{3} \Rightarrow \text{Se cumple}$$

b)





i) Aplicamos el principio de superposición:

$$\vec{g}(C) = \vec{g}_A(C) + \vec{g}_B(c) = \left|\vec{g}_A(C)\right| + \left|\vec{g}_B(C)\right| = G\frac{m_1}{r_1^{\,2}} + G\frac{m_2}{r_2^{\,2}} = G\frac{10}{3^2} + G\frac{30}{4^2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \vec{g}(C) = 6'67\cdot 10^{-11}\cdot\frac{10}{9}(-\vec{j}) + 6'67\cdot 10^{-11}\cdot\frac{30}{16}(\vec{i}) = 1'25\cdot 10^{-10}\ \vec{i} - 7'41\cdot 10^{-11}\ \vec{j}$$

ii)

$$E_{pg}(C) = E_{pgA}(C) + E_{pgB}(C) = -G\frac{m_1\cdot m}{r_1} - G\frac{m_2\cdot m}{r_2} = -6'67\cdot 10^{-11}\left(\frac{10\cdot 2}{3} + \frac{30\cdot 2}{4}\right) = -1'45\cdot 10^{-9}$$

$$E_{pg}(D) = E_{pgA}(D) + E_{pgB}(D) = -G\frac{m_1\cdot m}{r_1^{*}} - G\frac{m_2\cdot m}{r_2^{*}} = -6'67\cdot 10^{-11}\left(\frac{10\cdot 2}{4} + \frac{30\cdot 2}{3}\right) = -1'67\cdot 10^{-9}$$

$$W_{C\rightarrow D}(F_g) = -\left[E_{pg}(D) - E_{pg}(C)\right] = -\left[-1'67\cdot 10^{-9} + 1'45\cdot 10^{-9}\right] = 2'2\cdot 10^{-10}\ \text{Julios}$$

a) Dos satélites idénticos, A y B, están en órbita alrededor de la Tierra, siendo sus órbitas de distinto radio: $R_A = 3R_B$. Determine la relación entre sus velocidades orbitales y justifique cuál de los dos se mueve a mayor velocidad.
b) Se pretende poner en órbita un satélite artificial que diariamente dará 10 vueltas a la Tierra. i) ¿A qué altura sobre la superficie terrestre se situará?. ii) ¿Cuál será la velocidad del satélite?.
$G = 6'67\cdot 10^{-11}\ N m^2 kg^{-2}$; $M_T = 5'98\cdot 10^{24}$ kg ; $R_T = 6370$ km
FISICA. 2021. RESERVA 3. EJERCICIO A2

R E S O L U C I O N

a) La relación entre las velocidades orbitales es:

$$\frac{v_A}{v_B} = \frac{\sqrt{G\frac{M_T}{R_A}}}{\sqrt{G\frac{M_T}{R_B}}} = \sqrt{\frac{G\frac{M_T}{R_A}}{G\frac{M_T}{R_B}}} = \sqrt{\frac{R_B}{R_A}} = \sqrt{\frac{R_B}{3\cdot R_B}} = \sqrt{\frac{1}{3}} = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

Se mueve a mayor velocidad el satélite que está más cerca de la Tierra, ya que $v = \sqrt{G\frac{M_T}{R}}$ y si R es pequeño, entonces el cociente aumenta, luego, tiene mayor velocidad orbital.

b)

(i) $\omega = \frac{10 \text{ vueltas}}{1 \text{ dia}} = \frac{10\cdot 2\pi}{24\cdot 3600}$ rad / s

$$\omega = \frac{v}{R} = \frac{\sqrt{G\frac{M_T}{R}}}{R} = \sqrt{G\frac{M_T}{R^3}} = \sqrt{G\frac{M_T}{(R_T+h)^3}} \Rightarrow \omega^2 = G\frac{M_T}{(R_T+h)^3} \Rightarrow R_T + h = \sqrt[3]{\frac{G\cdot M_T}{\omega^2}} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow R_T + h = \sqrt[3]{\frac{6'67\cdot 10^{-11}\cdot 5'98\cdot 10^{24}}{\left(\frac{10\cdot 2\pi}{24\cdot 3600}\right)^2}} = 9.102.588'75 \text{ m} \Rightarrow h = 9.102.588'75 - 6.370.000 = 2.732'58 \text{ km}$$

(ii)

$$v_{orbital} = \sqrt{G\frac{M_T}{R}} = \sqrt{6'67\cdot 10^{-11}\frac{5'98\cdot 10^{24}}{9.102.588'75}} = 6619'5 \text{ m/s}$$

a) Un satélite orbíta alrededor del planeta A, y otro satélite alrededor del planeta B. El planeta A tiene cuatro veces más masa que el planeta B. Determine la relación entre las velocidades orbitales de los dos satélites si estos orbitan a la misma distancia del centro de cada planeta.
b) Un satélite artificial de 800 kg de masa se sitúa en una órbita de radio cuatro veces el radio de la Tierra. i) Determine su periodo orbital. ii) Calcule la energía necesaria para ponerlo en la órbita desde la superficie terrestre, despreciando la rotación de la Tierra.
$\mathbf{G = 6'67 \cdot 10^{-11}\, N m^2 kg^{-2}\, ;\, M_T = 5'98 \cdot 10^{24}\ kg\, ;\, R_T = 6370\ km}$

FISICA. 2021. RESERVA 4. EJERCICIO A1

R E S O L U C I O N

a) La relación entre las velocidades orbitales es:

$$\frac{v_A}{v_B} = \frac{\sqrt{G\dfrac{M_A}{R_A}}}{\sqrt{G\dfrac{M_B}{R_B}}} = \sqrt{\frac{G\dfrac{M_A}{R}}{G\dfrac{M_B}{R}}} = \sqrt{\frac{R_B}{R_A}} = \sqrt{\frac{M_A}{M_B}} = \sqrt{\frac{4M_B}{M_B}} = \sqrt{4} = 2$$

b)

(i) $v = \sqrt{G\dfrac{M_T}{R}} = \sqrt{6'67 \cdot 10^{-11}\dfrac{5'98 \cdot 10^{24}}{4 \cdot 6.370.000}} = 3.956'52\ m/s$

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{\dfrac{v}{R}} = \frac{2\pi R}{v} = \frac{2\pi \cdot 4 \cdot 6.370.000}{3956'52} = 40.463'73\ s = 11'24\ \text{horas}$$

(ii) Despreciando rozamientos, se aplica el principio de conservación de la energía mecánica entre A y B

$$E_m(A) = E_m(B) \Rightarrow E_c(A) + E_{pg}(A) = E_c(B) + E_{pg}(B) \Rightarrow E_c(A) = E_c(B) + E_{pg}(B) - E_{pg}(A) =$$

$$= \frac{1}{2} m G \frac{M_T}{4R_T} + G\frac{M_T \cdot m}{R_T} - G\frac{M_T \cdot m}{4R_T} = G\frac{M_T \cdot m}{R_T}\left(\frac{1}{8} + 1 - \frac{1}{4}\right) = \frac{7}{8} \cdot G\frac{M_T \cdot m}{R_T} =$$

$$= \frac{7}{8} \cdot 6'67 \cdot 10^{-11}\frac{5'98 \cdot 10^{24} \cdot 800}{6.370.000} = 4'38 \cdot 10^{10}\ \text{Julios}$$

a) Razone la veracidad de las siguientes afirmaciones: i) Es necesario que la resultante de todas las fuerzas que actúan sobre un cuerpo sea nula para que la energía mecánica se conserve. ii) Cuando sobre un cuerpo actúan sólo fuerzas conservativas se conserva la energía mecánica.
b) Un cuerpo de masa 1 kg desciende, partiendo del reposo, por un plano inclinado con rozamiento que forma 30º con la horizontal, desde una altura de 0'5 m. A continuación, desliza por una superficie horizontal con rozamiento hasta detenerse después de recorrer 3 m en la superficie horizontal. i) Realice un dibujo con las fuerzas que actúan sobre el cuerpo cuando desliza sobre el plano inclinado y sobre la superficie horizontal. ii) Utilizando consideraciones energéticas, determine el coeficiente de rozamiento entre el cuerpo y las superficies, considerando que es el mismo en el plano horizontal y en el plano inclinado.
$\mathbf{g = 9'8\ m \cdot s^{-2}}$
FISICA. 2021. RESERVA 4. EJERCICIO A2

R E S O L U C I O N

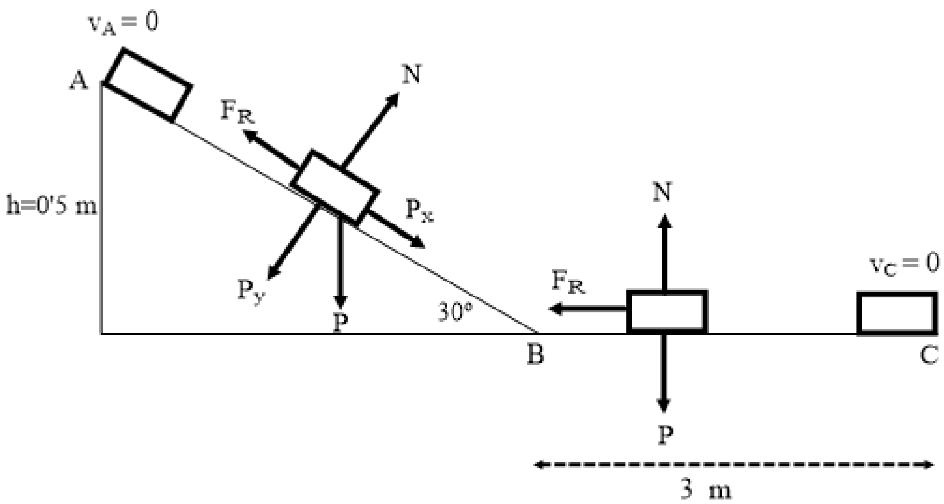
a) i) La afirmación es falsa.

Ejemplo: La Luna da vueltas alrededor de la Tierra, la energía mecánica se conserva pero la resultante de las fuerzas sobre la Luna no es cero. La fuerza resultante es la fuerza gravitatoria de la Tierra sobre la Luna.

Ejemplo: Un cuerpo baja por un plano inclinado con velocidad constante. Por la primera Ley de Newton, la resultante de las fuerzas es cero. Sin embargo, la energía mecánica va disminuyendo, porque aunque la energía cinética es constante, la energía potencial gravitatoria disminuye, luego: $E_m = E_c + E_{pg} \Rightarrow$ disminuye.

ii) La afirmación es verdadera. Se corresponde con el enunciado del Principio de conservación de la energía mecánica.

b) i)



ii) Balance de energía entre A y B

$$E_{pg}(A) = E_c(B) + \left|W_{AB}(F_{roz1})\right| \Rightarrow mgh(A) = \frac{1}{2}mv_B^2 + \mu \cdot mg \cdot \cos 30^\circ \cdot \overline{AB} \Rightarrow gh(A) = \frac{1}{2}v_B^2 + \mu \cdot g \cdot \cos 30^\circ \cdot \overline{AB} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 9'8 \cdot 0'5 = \frac{1}{2}v_B^2 + \mu \cdot 9'8 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{0'5}{\operatorname{sen} 30^\circ} \Rightarrow 4'9 = \frac{1}{2}v_B^2 + \mu \cdot 8'49$$

Balance de energía entre B y C

$$E_c(B) = \left|W_{BC}(F_{roz2})\right| = F_{roz2} \cdot \overline{BC} \Rightarrow \frac{1}{2}mv_B{}^2 = \mu \cdot mg \cdot 3 \Rightarrow \frac{1}{2}v_B{}^2 = \mu \cdot 9'8 \cdot 3 \Rightarrow v_B{}^2 = 58'8 \cdot \mu$$

Sustituyendo en la ecuación anterior, tenemos:

$$4'9 = \frac{1}{2}v_B^2 + \mu \cdot 8'49 \Rightarrow 4'9 = \frac{1}{2}58'8 \cdot \mu + \mu \cdot 8'49 = 37'89\mu \Rightarrow \mu = \frac{4'9}{37'89} = 0'129$$

a) Razone si la siguiente afirmación es verdadera o falsa: "Si un planeta tiene el doble de masa y la mitad de radio que otro planeta, su velocidad de escape será el doble".
b) Conociendo la gravedad y la velocidad de escape en la superficie de Marte, calcule: i) El radio de Marte. ii) La masa de Marte.
$\mathbf{G = 6'67 \cdot 10^{-11}\ Nm^2 kg^{-2}\ ;\ g_{Marte} = 3'7\ m \cdot s^{-2}\ ;\ V_{escape} = 5 \cdot 10^3\ m \cdot s^{-1}}$
FISICA. 2021. JULIO. EJERCICIO A1

R E S O L U C I O N

a) La afirmación es verdadera, ya que:

$$\left.\begin{array}{l} M_p^* = 2 \cdot M_p \\ R_p^* = \dfrac{R_p}{2} \end{array}\right\} \Rightarrow v_{escape}^* = \sqrt{2G\frac{M_p^*}{R_p^*}} = \sqrt{2G\frac{2M_p}{\frac{R_p}{2}}} = \sqrt{2G\frac{4M_p}{R_p}} = 2\sqrt{2G\frac{M_p}{R_p}} = 2 \cdot v_{escape}$$

b)

i) Calculamos el radio de Marte

$$\left.\begin{array}{l} g_M = 3'7 = G \cdot \dfrac{M_M}{R_M^2} \\ V_{escape} = 5 \cdot 10^3 = \sqrt{2G\dfrac{M_M}{R_M}} \end{array}\right\} \Rightarrow \text{dividiendo} \Rightarrow \frac{3'7}{(5 \cdot 10^3)^2} = \frac{G \cdot \dfrac{M_M}{R_M^2}}{2G\dfrac{M_M}{R_M}} = \frac{1}{2R_M} \Rightarrow R_M = 3'378 \cdot 10^6\ m$$

ii) Calculamos la masa de Marte

$$3'7 = G \cdot \frac{M_M}{R_M^2} \Rightarrow 3'7 = 6'67 \cdot 10^{-11} \frac{M_M}{(3'378 \cdot 10^6)^2} \Rightarrow M_M = 6'33 \cdot 10^{23}\ kg$$

a) Discuta razonadamente la veracidad de las siguientes frases: i) El trabajo realizado por una fuerza conservativa para desplazar un cuerpo es nulo si la trayectoria es cerrada. ii) En el descenso de un objeto por un plano inclinado con rozamiento, la disminución de su energía potencial se corresponde con el aumento de su energía cinética.
b) Un objeto de 2 kg, inicialmente en reposo, asciende por un plano inclinado de 30º respecto a la horizontal debido a la acción de una fuerza de 30 N paralela a dicho plano. El coeficiente de rozamiento entre el bloque y el plano es 0'1. i) Dibuje todas las fuerzas que actúan sobre el objeto y calcule sus módulos. ii) Mediante consideraciones energéticas, determine la energía cinética, potencial y mecánica cuando el objeto ha ascendido una altura de 1'5 m.
$\mathbf{g = 9'8\ m \cdot s^{-2}}$
FISICA. 2021. JULIO. EJERCICIO A2

R E S O L U C I O N

a) i) La afirmación es verdadera, ya que al ser una fuerza conservativa, el trabajo es igual a la variación de la energía potencial: $W_{A\to B}(F) = -\left[E_p(B) - E_p(A)\right]$

Al ser la trayectoria cerrada $\Rightarrow A = B \Rightarrow E_p(A) = E_p(B) \Rightarrow W_{A\to B}(F) = 0$

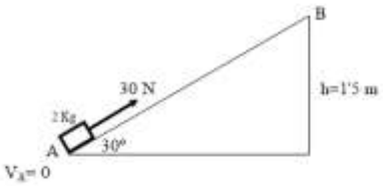
ii) Como hay rozamiento se aplica un balance de energías

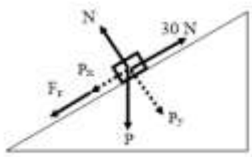
$$E_m(A) = E_m(B) + \left|W_{AB}(f_{roz})\right| \Rightarrow E_{pg}(A) + E_c(A) = E_{pg}(B) + E_c(B) + F_{roz} \cdot \overline{AB} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow E_{pg}(A) - E_{pg}(B) = E_c(B) + E_c(A) + F_{roz} \cdot \overline{AB}$$

Luego, la afirmación es falsa, ya que no contempla las pérdidas de rozamiento.

b) i)





$P = m \cdot g = 2 \cdot 9'8 = 19'6\ N$

$N = P \cdot \cos 30º = 19'6 \cdot \cos 30º = 16'97\ N$

$F_R = \mu \cdot N = 0'1 \cdot 16'97 = 1'697\ N$

b) Variación de energía potencial: $E_{pg}(B) - E_{pg}(A) = mgh(B) = 2 \cdot 9'8 \cdot 1'5 = 29'4$ Julios

$$\operatorname{sen} 30º = \frac{1'5}{\overline{AB}} \Rightarrow \frac{1}{2} = \frac{1'5}{\overline{AB}} \Rightarrow \overline{AB} = 3\ m$$

$F_{total} = F_{resultante} = F_{aplicada} - F_{roz} - P_x = 30 - 1'697 - 9'8 = 18'503\ N$

Teorema de las fuerzas vivas: $W(F_{total}) = \Delta E_c \Rightarrow F_{total} \cdot \overline{AB} = \Delta E_c \Rightarrow \Delta E_c = 18'503 \cdot 3 = 55'509$ Julios

Variación de energía cinética: $E_c(B) - E_c(A) = E_c(B) - 0 = 55'509$ Julios

Variación de energía mecánica:

$$E_m(B) - E_m(A) = E_{pg}(B) - E_{pg}(A) + E_c(B) - E_c(A) = 29'4 + 55'509 = 84'909 \text{ Julios}$$