EMESTRADA
EXÁMENES DE
SELECTIVIDAD

PROBLEMAS RESUELTOS

SELECTIVIDAD ANDALUCÍA

2022

FISICA

TEMA 1: CAMPO GRAVITATORIO

- Junio, Ejercicio A1
- Junio, Ejercicio A2
- Reserva 1, Ejercicio A1
- Reserva 1, Ejercicio A2
- Reserva 2, Ejercicio A1
- Reserva 2, Ejercicio A2
- Reserva 3, Ejercicio A1
- Reserva 3, Ejercicio A2
- Reserva 4, Ejercicio A1
- Reserva 4, Ejercicio A2
- Julio, Ejercicio A1
- Julio, Ejercicio A2

a) i) Defina los conceptos de energía cinética, energía potencial y energía mecánica e indique la relación que existe entre ellas cuando sólo actúan fuerzas conservativas. ii) Explique razonadamente cómo se modifica dicha relación si intervienen además fuerzas no conservativas.
b) Sobre un cuerpo de 3 kg, que está inicialmente en reposo sobre un plano horizontal, actúa una fuerza de 12 N paralela al plano. El coeficiente de rozamiento entre el cuerpo y el plano es 0'2. Determine, mediante consideraciones energéticas: i) el trabajo realizado por la fuerza de rozamiento tras recorrer el cuerpo una distancia de 10 m, y. ii) la velocidad del cuerpo después de recorrer los 10 m.
$\mathbf{g = 9'8\ m \cdot s^{-2}}$
FISICA. 2022. JUNIO. EJERCICIO A1

R E S O L U C I O N

a) i) La energía cinética es la energía asociada a la velocidad de un cuerpo. $E_c = \frac{1}{2} m \cdot v^2$

La energía potencial es la energía asociada a la posición de un cuerpo. Hay diversos tipos de energía potencial:

- Si estamos en el campo gravitatorio terrestre y cerca de la superficie terrestre, la energía potencial gravitatoria viene dada por: $E_{pg} = m \cdot g \cdot h$
- Si estamos con cuerpos elásticos, tenemos la energía potencial elástica que viene dada por la expresión: $E_{pe} = \frac{1}{2} k \cdot x^2$

La energía mecánica es la suma de la energía cinética y la energía potencial de un cuerpo. Cuando sólo actúan fuerzas conservativas se cumple el principio de conservación de la energía mecánica entre dos puntos.

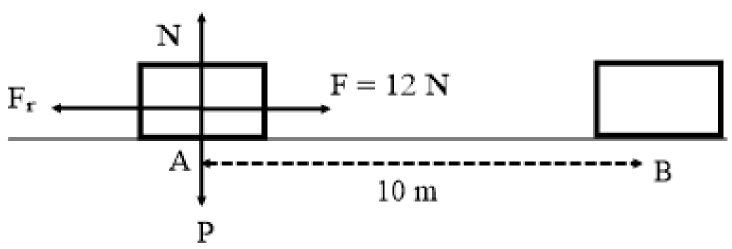
$$E_{mec}(A) = E_{mec}(B) \Rightarrow E_c(A) + E_p(A) = E_c(B) + E_p(B)$$

ii) Si además intervienen fuerzas no conservativas, no se cumple el principio anterior. Como la energía no se crea ni se destruye, se puede usar un balance de energía entre dos puntos

$$E_{mec}(A) = E_{mec}(B) + |W_{AB} F_{nc}|$$

Siendo $|W_{AB} F_{nc}|$ el valor absoluto del trabajo de la fuerza no conservativa entre los puntos A y B.

b)



i) Calculamos la fuerza de rozamiento y el trabajo

$$F_R = \mu \cdot N = \mu \cdot m \cdot g = 0'2 \cdot 3 \cdot 9'8 = 5'88 \text{ N}$$
$$W_{A \to B}(F_R) = F_R \cdot AB \cdot \cos 180^{\circ} = 5'88 \cdot 10 \cdot (-1) = -58'8 \text{ J}$$

ii) La fuerza F realiza un trabajo entre A y B

$$W_{A \to B}(F) = \vec{F} \cdot \overrightarrow{AB} = F \cdot AB \cdot \cos 0^{\circ} = 12 \cdot 10 \cdot 1 = 120 \text{ J}$$

Aplicamos el teorema de la energía cinética

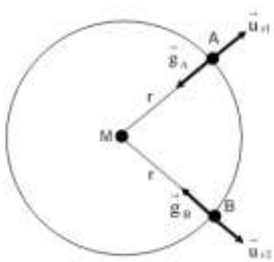
$$W(F) + W(F_R) = \Delta E_c \Rightarrow 120 - 58'8 = \frac{1}{2} m v_B^2 - \frac{1}{2} m v_A^2 \Rightarrow 61'2 = \frac{1}{2} 3 v_B^2 - \frac{1}{2} 3 \cdot 0^2 \Rightarrow v_B = 6'39 \text{ m/s}$$

EMESTRADA
EXÁMENES DE
SELECTIVIDAD

a) En una determinada región del espacio existen dos puntos A y B en los que el potencial gravitatorio es el mismo. i) ¿Podemos concluir que los campos gravitatorios en A y en B son iguales?. ii) ¿Cuál es el trabajo realizado por el campo gravitatorio al desplazar una masa *m* desde A hasta B?.
b) Dos masas de 2 y 4 kg se sitúan en los puntos $A(2,0)$ m y $B(0,3)$ m, respectivamente.
i) Determine el campo y el potencial gravitatorio en el origen de coordenadas. ii) Calcule el trabajo que realiza la fuerza gravitatoria para trasladar una tercera masa de 1 kg desde el origen de coordenadas hasta el punto $C(2,3)$ m.
$G = 6'67 \cdot 10^{-11}\ N m^2 kg^{-2}$
FISICA. 2022. JUNIO. EJERCICIO A2

R E S O L U C I O N

a)



i) Si en A y B el potencial es el mismo, entonces: $-G\frac{M}{r_A} = -G\frac{M}{r_B} \Rightarrow r_A = r_B$

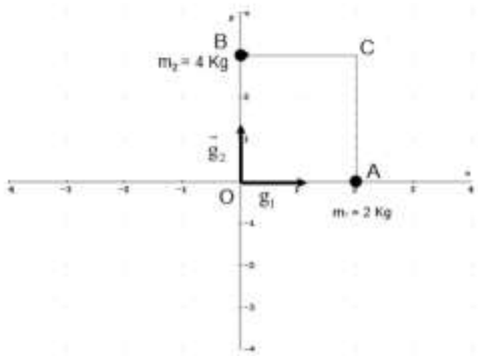
La expresión para la intensidad de campo es: $\vec{g} = -G\frac{M}{r^2}\vec{u}_r$. El módulo es el mismo en A que en B, pero al ser la intensidad de campo una magnitud vectorial y diferentes los vectores unitarios, el campo no es el mismo.

ii) El trabajo realizado por el campo coincide con la disminución de energía potencial

$$W = -m(V_B - V_A) \Rightarrow -m \cdot 0 = 0$$

El trabajo nulo al tener los puntos A y B el mismo potencial.

b)



i) Aplicamos el principio de superposición:

$$\left|\vec{g}_1\right| = G\frac{m_1}{r_1^{\,2}} = 6'67\cdot 10^{-11}\cdot\frac{2}{2^2} = 3'335\cdot 10^{-11}\ \text{N/kg} \Rightarrow \vec{g}_1 = 3'335\cdot 10^{-11}\ \vec{i}\ \ \text{N/kg}$$

$$\left|\vec{g}_2\right| = G\frac{m_2}{r_2^{\,2}} = 6'67\cdot 10^{-11}\cdot\frac{4}{3^2} = 2'964\cdot 10^{-11}\ \text{N/kg} \Rightarrow \vec{g}_2 = 2'964\cdot 10^{-11}\ \vec{j}\ \ \text{N/kg}$$

$$\vec{g}(O) = \vec{g}_1 + \vec{g}_2 = 3'335\cdot 10^{-11}\ \vec{i} + 2'964\cdot 10^{-11}\ \vec{j}\ \ \text{N/kg}$$

Su módulo es: $\left|\vec{g}(O)\right| = \sqrt{(3'335\cdot 10^{-11})^2 + (2'964\cdot 10^{-11})^2} = 4'46\cdot 10^{-11}\ \ \text{N/kg}$

Para el potencial, también aplicamos el principio de superposición:

$$V_O = V_1 + V_2 = -G\frac{m_1}{r_1} - G\frac{m_2}{r_2} = -G\left(\frac{m_1}{r_1} + \frac{m_2}{r_2}\right) = -6'67\cdot 10^{-11}\cdot\left(\frac{2}{2}+\frac{4}{3}\right) = -1'56\cdot 10^{-10}\ \text{J/kg}$$

ii) Calculamos el potencial en C

$$V_C = -G\frac{m_1}{r'_1} - G\frac{m_2}{r'_2} = -G\left(\frac{m_1}{r'_1} + \frac{m_2}{r'_2}\right) = -6'67\cdot 10^{-11}\cdot\left(\frac{2}{3}+\frac{4}{2}\right) = -1'78\cdot 10^{-10}\ \text{J/kg}$$

Luego, el trabajo será:

$$W = -m\cdot\left(V_C - V_O\right) = -1\cdot\left(-1'78\cdot 10^{-10} - (-1'56\cdot 10^{-10}\right) = +2'2\cdot 10^{-11}\ \text{J}$$

a) i) Enuncie el teorema de las fuerzas vivas o teorema de la energía cinética. ii) Explique qué son las fuerzas conservativas y qué relación tienen con la energía potencial.
b) Un cuerpo de 0'5 kg, inicialmente en reposo, asciende por un plano inclinado 30º con respecto a la horizontal por el efecto de una fuerza de 4 N paralela a dicho plano. El coeficiente de rozamiento del cuerpo con la superficie es de 0'2. i) Calcule el trabajo realizado por cada una de las fuerzas que intervienen cuando el cuerpo ha recorrido una distancia de 2 m.
ii) Determine, mediante consideraciones energéticas, la velocidad del cuerpo después de recorrer dicha distancia. $g = 9'8\ m \cdot s^{-2}$
FISICA. 2022. RESERVA 1. EJERCICIO A1

R E S O L U C I O N

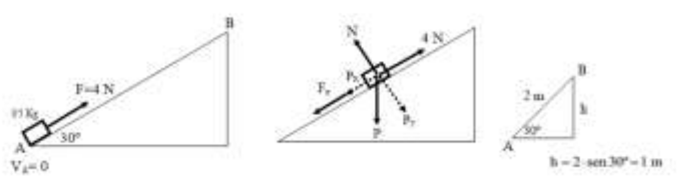
a) i) El trabajo que realiza la fuerza resultante sobre un cuerpo es igual a la variación de energía cinética que experimenta el cuerpo. $W_{1\to 2}(\vec{F}_R) = \frac{1}{2} m \cdot v_2^2 - \frac{1}{2} m \cdot v_1^2$

- $W =$ Trabajo de la fuerza resultante (julios)
- $\vec{F}_R =$ Fuerza resultante (Newton)
- $v_2 =$ velocidad final (m/s)
- $v_1 =$ velocidad inicial (m/s)
- $m =$ masa del cuerpo (kg)

ii) Las fuerzas conservativas son fuerzas cuyo trabajo entre dos puntos no depende del camino entre esos dos puntos. Estas fuerzas tienen la capacidad de devolver todo el trabajo que se realiza contra ellas. Por ejemplo, el peso. Si elevamos un cuerpo, con velocidad constante mediante una fuerza F, el trabajo realizado por la fuerza F en contra del peso se acumula en el cuerpo en forma de energía potencial gravitatoria. Al soltar el cuerpo, el peso hace que baje y se recupere la energía acumulada.
El trabajo de una fuerza conservativa es igual a la variación de energía potencial cambiada de signo.

$$W_{A\to B}(\vec{F}_R) = -\left[E_p(B) - E_p(A)\right]$$

b) i)



$$F = 4\ N \Rightarrow W(\vec{F}) = F \cdot e \cdot \cos 0º = 4 \cdot 2 \cdot 1 = 8 \text{ julios}$$

$$N = m \cdot g \cdot \cos 30º = 0'5 \cdot 9'8 \cdot 0'866 = 4'24\ N \Rightarrow W(\vec{N}) = N \cdot e \cdot \cos 90º = 4'24 \cdot 2 \cdot 0 = 0 \text{ julios}$$

$$F_R = \mu \cdot N = 0'2 \cdot 4'24 = 0'848\ N \Rightarrow W(\vec{F}_R) = F_R \cdot e \cdot \cos 180º = 0'848 \cdot 2 \cdot (-1) = -1'696 \text{ julios}$$

$$P = m \cdot g = 0'5 \cdot 9'8 = 4'9\ N \Rightarrow W(\vec{P}) = -\left[E_p(B) - E_p(A)\right] = -m \cdot g \cdot h = -0'5 \cdot 9'8 \cdot 1 = -4'9 \text{ julios}$$

ii) Teorema de la energía cinética entre A y B

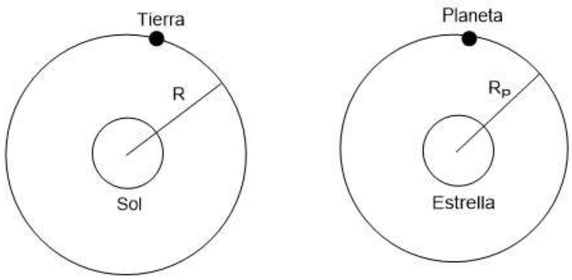
$$F_{Resultante} = F - F_{roz} - m \cdot g \cdot sen\, 30º = 4 - 0'848 - 2'45 = 0'702\ N \Rightarrow W_{A\to B}(F_{resultante}) = 0'702 \cdot 2 \cdot 1 = 1'404 \text{ julios}$$

$$W_{A\to B}(\vec{F}_R) = \frac{1}{2} m \cdot v_B^2 - \frac{1}{2} m \cdot v_A^2 \Rightarrow 1'404 = \frac{1}{2} 0'5 \cdot v_B^2 - 0 \Rightarrow v_B = 2'37\ m/s$$

a) Un planeta gira en torno a una estrella de masa igual a la mitad de la masa del Sol, describiendo una órbita de radio igual a la mitad del radio orbital del planeta Tierra alrededor del Sol. Discuta razonadamente cuál de los dos planetas tarda más tiempo en dar una vuelta completa en su correspondiente órbita.
b) Un satélite tarda 4 horas en dar una vuelta completa alrededor de un planeta con una velocidad orbital de $5000\ m\cdot s^{-1}$. Calcule razonadamente: i) el radio de la órbita y la masa del planeta; ii) la velocidad de escape desde la órbita.
$G = 6'67\cdot 10^{-11}\ N m^2 kg^{-2}$
FISICA. 2022. RESERVA 1. EJERCICIO A2

R E S O L U C I O N

a)



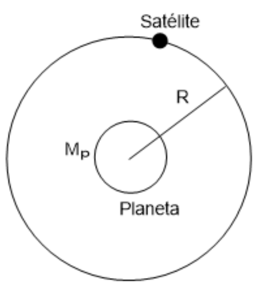
$$M_E = \frac{M_S}{2} \quad ; \quad R_p = \frac{R}{2}$$

Sabemos que: $T = \dfrac{2\pi}{\omega} = \dfrac{2\pi R}{v_{orbital}} = \dfrac{2\pi R}{\sqrt{G\dfrac{M}{R}}}$, luego:

$$\frac{T_T}{T_p} = \frac{\dfrac{2\pi R}{\sqrt{G\dfrac{M_S}{R}}}}{\dfrac{2\pi R_p}{\sqrt{G\dfrac{M_E}{R_p}}}} = \frac{R\cdot\sqrt{G\dfrac{M_E}{R_p}}}{R_p\cdot\sqrt{G\dfrac{M_S}{R}}} = \frac{R\cdot\sqrt{G\dfrac{\frac{M_S}{2}}{\frac{R}{2}}}}{\dfrac{R}{2}\cdot\sqrt{G\dfrac{M_S}{R}}} = 2 \Rightarrow T_T = 2\cdot T_p$$

Luego, la Tierra tarda el doble que el Planeta.

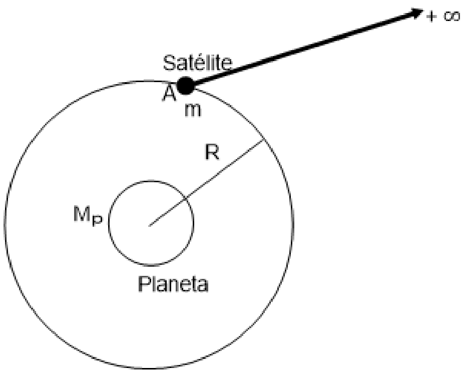
b) i)



$$T=\frac{2\pi}{\omega}=\frac{2\pi R}{v}\Rightarrow 4\cdot 3600=\frac{2\pi\cdot R}{5000}\Rightarrow R=1'15\cdot 10^{7}\ \text{m}$$

$$v_{orbital}=\sqrt{G\frac{M_p}{R}}\Rightarrow 5000=\sqrt{6'67\cdot 10^{-11}\frac{M_p}{1'15\cdot 10^{7}}}\Rightarrow 5000^2=6'67\cdot 10^{-11}\frac{M_p}{1'15\cdot 10^{7}}\Rightarrow M_p=4'31\cdot 10^{24}\ \text{kg}$$

ii)



Principio de conservación de la energía mecánica

$$E_m(A)=E_m(\infty)\Rightarrow E_{pg}(A)+E_{c_{orbital}}(A)+E_{c_{suplementaria}}(A)=0\Rightarrow$$

$$\Rightarrow -G\frac{M\cdot m}{R}+\frac{1}{2}mv_{orbital}^2+\frac{1}{2}mv_{escape}^2=0\Rightarrow -G\frac{M}{R}+\frac{1}{2}v_{orbital}^2+\frac{1}{2}v_{escape}^2=0\Rightarrow$$

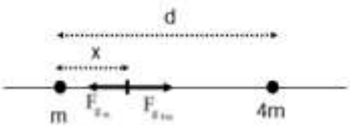
$$\Rightarrow -6'67\cdot 10^{-11}\frac{4'31\cdot 10^{24}}{1'15\cdot 10^{7}}+\frac{1}{2}5000^2+\frac{1}{2}v_{escape}^2=0\Rightarrow -2'5\cdot 10^{7}+1'25\cdot 10^{7}+\frac{1}{2}v_{escape}^2=0\Rightarrow$$

$$\Rightarrow v_{escape}=5000\ \text{m/s}$$

a) Dos partículas de masas m y 4m están separadas una distancia d. Determine razonadamente en qué punto se ha de colocar una tercera partícula de masa m para que se encuentre en equilibrio.
b) Dos masas de 1 y 3 kg se encuentran situadas en los puntos $A(1,0)$ m y $B(6,0)$ m, respectivamente. Calcule: i) el potencial gravitatorio en el origen de coordenadas; ii) el campo gravitatorio en el origen de coordenadas y iii) la fuerza gravitatoria que actuará sobre una partícula de 0'5 kg situada en el origen de coordenadas.
$G = 6'67 \cdot 10^{-11}\ N m^2 kg^{-2}$
FISICA. 2022. RESERVA 2. EJERCICIO A1

R E S O L U C I O N

a)

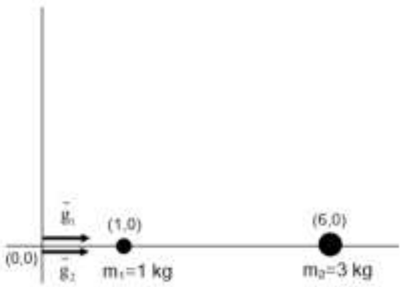


Para que esté en equilibrio:

$$\vec{F}_g(x) = 0 = \vec{F}_{g_m}(x) + \vec{F}_{g_{4m}}(x) \Rightarrow \left|\vec{F}_{g_m}(x)\right| = \left|\vec{F}_{g_{4m}}(x)\right| \Rightarrow G\frac{m \cdot m}{x^2} = G\frac{4m \cdot m}{(d-x)^2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow (d-x)^2 = 4x^2 \Rightarrow d - x = 2x \Rightarrow x = \frac{d}{3}$$

b)



i) Principio de superposición:

$$V_g(0) = V_{g(m_1)}(0) + V_{g(m_2)}(0) = -G\frac{m_1}{r_1} - G\frac{m_2}{r_2} = -6'67 \cdot 10^{-11}\left(\frac{1}{1} + \frac{3}{6}\right) = -1 \cdot 10^{-10} \text{ julios / kg}$$

ii) Principio de superposición:

$$\vec{g}(0) = \vec{g}_1(0) + \vec{g}_2(0) = G\frac{m_1}{r_1^2} + G\frac{m_2}{r_2^2} = 6'67 \cdot 10^{-11}\left(\frac{1}{1} + \frac{3}{6^2}\right) = 7'23 \cdot 10^{-11}\ \vec{i}\ \ m/s^2$$

iii) $\vec{F}_g(0) = m \cdot \vec{g}(0) = 0'5 \cdot 7'23 \cdot 10^{-11} = 3'62 \cdot 10^{-11}\ \vec{i}\ \ N$

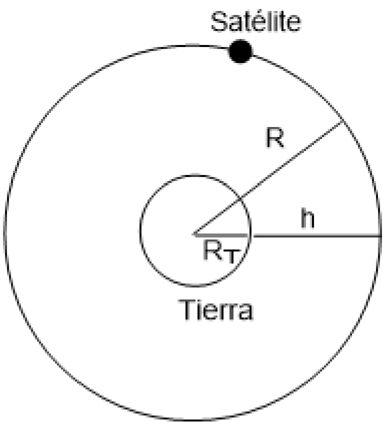
a) Deduzca la expresión de la velocidad orbital de un satélite y razone si es verdadera o falsa la siguiente afirmación: Cuanto mayor sea la masa de un satélite, orbitando a una determinada altura, más tardará en dar una vuelta completa en su órbita.
b) Se desea colocar un satélite en órbita alrededor de la Tierra de forma que su periodo orbital sea de 6 horas. Calcule razonadamente: i) ¿A qué altura sobre la superficie debe estar?.
ii) ¿Cuál será su velocidad orbital?.
$\mathbf{G = 6'67 \cdot 10^{-11}\, N m^2 kg^{-2}\, ; M_T = 5'98 \cdot 10^{24}\, kg\, ; R_T = 6370\, km}$
FISICA. 2022. RESERVA 2. EJERCICIO A2

R E S O L U C I O N

a) Se aplica la 2ª Ley de Newton al satélite: $F_g = m \cdot a \Rightarrow G\dfrac{M \cdot m}{R^2} = m\dfrac{v^2}{R} \Rightarrow v_{orbital} = \sqrt{G\dfrac{M}{R}}$

Falsa. Ya que $T = \dfrac{2\pi}{\omega} = \dfrac{2\pi R}{v_{orbital}}$ y vemos que la masa del satélite no influye en el periodo.

b) i)



$$T = \frac{2\pi R}{\sqrt{G\dfrac{M_T}{R}}} \Rightarrow 6 \cdot 3600 = \frac{2\pi R}{\sqrt{6'67 \cdot 10^{-11}\dfrac{5'98 \cdot 10^{24}}{R}}} \Rightarrow 466560000 = \frac{4\pi^2 R^2}{\dfrac{3'99 \cdot 10^{14}}{R}} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow R = \sqrt[3]{4'71 \cdot 10^{21}} = 16.768.989$$

$$R = R_T + h \Rightarrow h = R - R_T = 16.768.989 - 6.370.000 = 10.398.989\ m = 10.398\ km$$

ii)

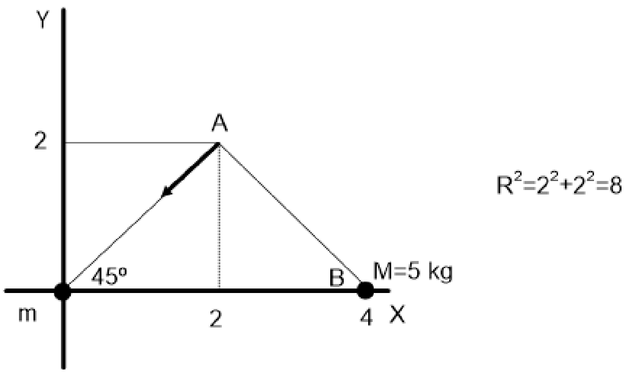
$$v_{orbital} = \sqrt{G\frac{M}{R}} = \sqrt{\frac{6'67 \cdot 10^{-11} \cdot 5'98 \cdot 10^{24}}{16.768.989}} = 4.877\ m/s$$

a) Responda razonadamente a las siguientes cuestiones: i) ¿Puede ser negativo el trabajo realizado por una fuerza gravitatoria?. ii) ¿Puede ser negativa la energía potencial gravitatoria?.
b) Una partícula de masa m desconocida se encuentra en el origen de coordenadas. Sabiendo que la componente x del campo gravitatorio en el punto $A(2,2)$ m creada por dicha masa es $-1'18\cdot 10^{-11}\ N\cdot kg^{-1}$, determine: i) el valor de la masa m; ii) el trabajo que realiza el campo gravitatorio para llevar una partícula de masa $M=5$ kg desde el punto $B(4,0)$ m al punto $A(2,2)$ m .
$G=6'67\cdot 10^{-11}\ Nm^2 kg^{-2}$
FISICA. 2022. RESERVA 3. EJERCICIO A1

R E S O L U C I O N

a) i) El trabajo realizado por una fuerza gravitatoria puede ser negativo. Por ejemplo, en un tiro vertical, el cuerpo va subiendo y el trabajo del peso es negativo, ya que la fuerza peso y el desplazamiento forman un ángulo de 180º.

ii) La energía potencial gravitatoria puede ser negativa. El signo de la energía potencial gravitatoria en un punto depende de donde se elige el origen de energías potenciales. Por ejemplo, si elegimos el suelo como origen de energía potencial, por debajo del suelo, en el sótano, la energía potencial gravitatoria es negativa.
b) i)



$$g_x(A)=-1'18\cdot 10^{-11}=-|g(A)|\cdot\cos 45^{o}\Rightarrow |g(A)|=\frac{1'18\cdot 10^{-11}}{\cos\ 45^{o}}=1'67\cdot 10^{-11}\ m/s^2$$

$$|g(A)|=1'67\cdot 10^{-11}\ m/s^2=G\frac{m}{R^2}=6'67\cdot 10^{-11}\frac{m}{8}\Rightarrow m=2'003\ kg$$

ii)

$$W_{B\to A}(F_g)=-\left[E_{pg}(A)-E_{pg}(B)\right]=-\left[-G\frac{m\cdot M}{R_A}+G\frac{m\cdot M}{R_B}\right]=G\cdot m\cdot M\left(\frac{1}{R_A}-\frac{1}{R_B}\right)=$$

$$=6'67\cdot 10^{-11}\cdot 2\cdot 5\cdot\left(\frac{1}{\sqrt{8}}-\frac{1}{4}\right)=6'91\cdot 10^{-11}\ \text{julios}$$

a) Un planeta B tiene la mitad de masa que otro planeta A, y la velocidad de escape del planeta B es el triple que la de A. Deduzca la expresión de la velocidad de escape y determina razonadamente la relación entre los radios de ambos planetas.
b) De un planeta se desconoce su masa, aunque se sabe que la gravedad en su superficie es la misma que en la superficie de la Tierra y que su radio es un 80% del radio terrestre.
i) Determine la masa del planeta. ii) Calcule la velocidad de escape del planeta.

$\mathbf{G = 6'67 \cdot 10^{-11}\, N m^2 kg^{-2}\ ;\ M_T = 5'98 \cdot 10^{24}\ kg\ ;\ R_T = 6370\ km}$

FISICA. 2022. RESERVA 3. EJERCICIO A2

R E S O L U C I O N

a) Principio de conservación de la energía mecánica entre P y $+\infty$

$$E_{mec}(P) = \cancel{E_{mec}(+\infty)} \Rightarrow E_c(P) + E_{pg}(P) = 0 \Rightarrow \frac{1}{2} m v^2_{escape} - G\frac{M \cdot m}{R} = 0 \Rightarrow v_{escape} = \sqrt{2G\frac{M}{R}}$$

Sabemos que: $M_B = \frac{1}{2} M_A \quad ; \quad V_{escape}(B) = 3V_{escape}(A)$

$$V_{escape}(B) = 3V_{escape}(A) \Rightarrow \sqrt{2G\frac{M_B}{R_B}} = 3\sqrt{2G\frac{M_A}{R_A}} \Rightarrow 2G\frac{M_B}{R_B} = 9 \cdot 2G\frac{M_A}{R_A} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{\frac{1}{2}M_A}{R_B} = 9\frac{M_A}{R_A} \Rightarrow R_A = 18 R_B$$

b) i) Sabemos que: $g_P = g_T \quad ; \quad R_P = 0'8 R_T$

$$G\frac{M_P}{{R_P}^2} = G\frac{M_T}{{R_T}^2} \Rightarrow \frac{M_P}{(0'8R_T)^2} = \frac{M_T}{{R_T}^2} \Rightarrow M_P = 0'64 \cdot M_T = 0'64 \cdot 5'98 \cdot 10^{24} = 3'83 \cdot 10^{24}\ kg$$

ii)

$$V_{escape} = \sqrt{2G\frac{M}{R}} = \sqrt{2G\frac{0'64 M_T}{0'8 R_T}} = \sqrt{2 \cdot 6'67 \cdot 10^{-11}\frac{0'64 \cdot 5'98 \cdot 10^{24}}{0'8 \cdot 6370000}} = 10.009'3\ m/s$$

a) Dos satélites artificiales describen órbitas circulares alrededor de un planeta de masa M de forma que el radio de la órbita del primer satélite es cuatro veces mayor que el radio de la órbita del segundo. Responda razonadamente: i) ¿Qué relación existe entre las velocidades orbitales de ambos satélites?; ii) ¿Qué relación existe entre sus periodos orbitales?.
b) Un satélite de 600 kg se encuentra en órbita a una altura de 630 km sobre la superficie terrestre. Calcule razonadamente: i) la velocidad a la que orbita y ii) la energía mecánica del satélite en su órbita.
$\mathbf{G = 6'67\cdot 10^{-11}\, Nm^2\, kg^{-2}}$; $\mathbf{M_T = 5'98\cdot 10^{24}\ kg}$; $\mathbf{R_T = 6370\ km}$

FISICA. 2022. RESERVA 4. EJERCICIO A1

R E S O L U C I O N

a) i) Sabemos que: $R_1 = 4R_2$

$$\frac{v_{orbital\,1}}{v_{orbital\,2}} = \frac{\sqrt{G\dfrac{M}{R_1}}}{\sqrt{G\dfrac{M}{R_2}}} = \frac{\sqrt{\dfrac{1}{R_1}}}{\sqrt{\dfrac{1}{R_2}}} = \frac{\sqrt{\dfrac{1}{4R_2}}}{\sqrt{\dfrac{1}{R_2}}} = \sqrt{\frac{1}{4}} = \frac{1}{2} \Rightarrow v_{orbital\,1} = \frac{1}{2} v_{orbital\,2}$$

ii)

$$\frac{T_1}{T_2} = \frac{\dfrac{2\pi}{\omega_1}}{\dfrac{2\pi}{\omega_2}} = \frac{\dfrac{2\pi R_1}{v_1}}{\dfrac{2\pi R_2}{v_2}} = \frac{R_1 \cdot v_2}{R_2 \cdot v_1} = \frac{4R_2 \cdot v_2}{R_2 \cdot \dfrac{1}{2} v_2} = 8 \Rightarrow T_1 = 8T_2$$

b) i) Se aplica la 2ª Ley de Newton al satélite:

$$F_g = m\cdot a \Rightarrow G\frac{M_T \cdot m}{R^2} = m\frac{v^2}{R} \Rightarrow v_{orbital} = \sqrt{G\frac{M_T}{R}} = \sqrt{6'67\cdot 10^{-11}\frac{5'98\cdot 10^{24}}{(6370000+630000)}} = 7548'57\ m/s$$

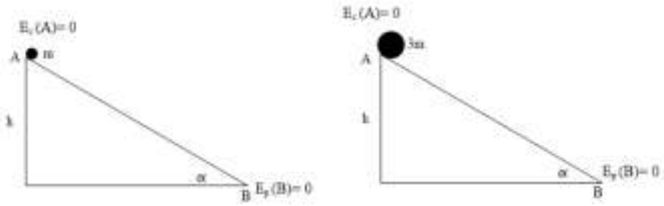
ii)

$$E_{mec} = E_c + E_{pg} = \frac{1}{2}mv^2{}_{orbital} - G\frac{M_T \cdot m}{R} = \frac{1}{2}m\cdot G\frac{M_T}{R} - G\frac{M_T\cdot m}{R} = -\frac{1}{2}G\frac{M_T\cdot m}{R} =$$
$$= -\frac{1}{2}6'67\cdot 10^{-11}\frac{5'98\cdot 10^{24}\cdot 600}{(6370000+630000)} = -1'71\cdot 10^{10}\ \text{julios}$$

a) Dos bloques de masas m y 3m se sueltan en la parte superior de un plano inclinado sin rozamiento. Justifique razonadamente la relación entre: i) las energías cinéticas y ii) las velocidades de ambos bloques cuando llegan a la parte inferior del plano inclinado.
b) Un cuerpo de masa 5 kg se encuentra inicialmente en reposo en la parte superior de una rampa sin rozamiento que forma un ángulo de 45º con la horizontal. El cuerpo desciende por la rampa recorriendo una distancia de 10 m, y cuando llega al final de la misma recorre 20 m sobre una superficie horizontal rugosa hasta que se detiene. Determine, utilizando consideraciones energéticas: i) la velocidad con la que llega el cuerpo al final de la rampa; ii) el coeficiente de rozamiento entre el cuerpo y la superficie horizontal. $g = 9'8\ m\cdot s^{-2}$
FISICA. 2022. RESERVA 4. EJERCICIO A2

R E S O L U C I O N

a) i)



Principio de conservación de la energía mecánica: $E_{mec}(A) = E_{mec}(B)$

Para la masa m: $E_{pg\,1}(A) = E_{c\,1}(B) = mgh$

Para la masa 3m: $E_{pg\,2}(A) = E_{c\,2}(B) = 3mgh$

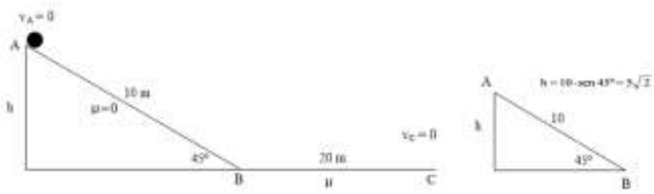
La relación entre las energías cinéticas es: $\dfrac{E_{c\,1}(B)}{E_{c\,2}(B)} = \dfrac{mgh}{3mgh} = \dfrac{1}{3}$

ii) Para la masa m: $\dfrac{1}{2}mv_1^2 = mgh \Rightarrow v_1 = \sqrt{2gh}$

Para la masa 3m: $\dfrac{1}{2}3mv_2^2 = 3mgh \Rightarrow v_2 = \sqrt{2gh}$

Luego, las velocidades son iguales

b)



i) Principio de conservación de la energía mecánica entre A y B:

$$E_{mec}(A) = E_{mec}(B) \Rightarrow E_{pg}(A) = E_c(B) \Rightarrow mgh = \frac{1}{2}mv_B^2 \Rightarrow 9'8\cdot 5\sqrt{2} = \frac{1}{2}v_B^2 \Rightarrow v_B = 11'77\ m/s$$

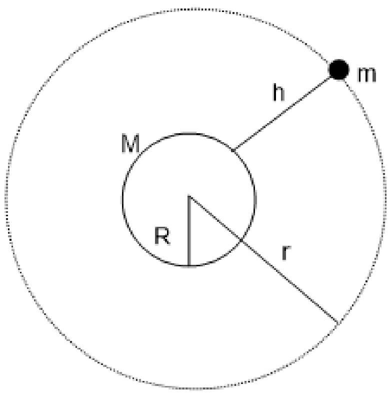
ii) Balance de energía entre B y C:

$$E_c(B) = |W_{BC}(F_{roz})| \Rightarrow \frac{1}{2}mv_B^2 = F_{roz}\cdot \overline{BC} \Rightarrow \frac{1}{2}m\cdot(11'77)^2 = \mu\cdot m\cdot 9'8\cdot 20 \Rightarrow \mu = 0'35$$

a) Deduzca la expresión de la energía mecánica de un satélite de masa m que orbíta a una altura h de la superficie de un planeta M y radio R. Exprese el resultado en función de m, M, R y h.
b) Un bloque de 2 kg asciende con una velocidad inicial de $8\ m\cdot s^{-1}$ por un plano inclinado que forma un ángulo de 30º con la horizontal hasta detenerse momentáneamente. A continuación, el bloque desciende hasta llegar al punto de partida. El coeficiente de rozamiento entre el bloque y el plano es 0'2. Determine mediante consideraciones energéticas: i) la altura máxima a la que llega el bloque y ii) la velocidad con la que regresa el bloque al punto de partida.
$g = 9'8\ m\cdot s^{-2}$
FISICA. 2022. JULIO. EJERCICIO A1

R E S O L U C I O N

a)

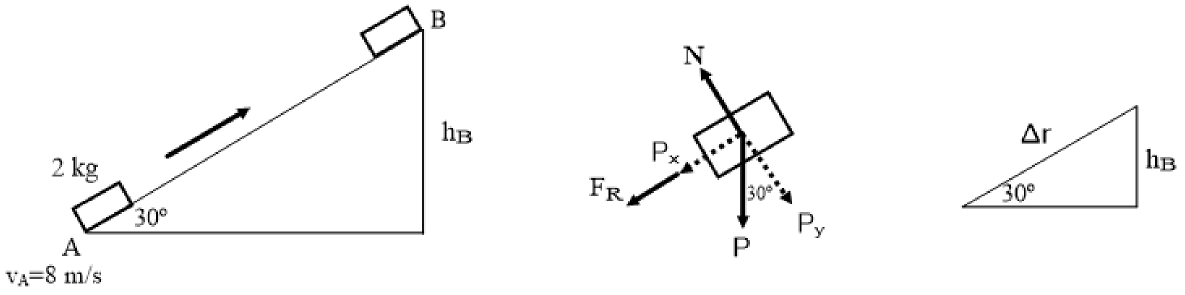


Sabemos que: $v_{orbital} = \sqrt{\frac{G\cdot M}{r}} \Rightarrow E_c = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}m\cdot\frac{G\cdot M}{r}$

Luego:

$$E_m = E_c + E_p = \frac{1}{2}m\cdot\frac{G\cdot M}{r} + \left(-\frac{G\cdot M\cdot m}{r}\right) = \frac{G\cdot M\cdot m}{r}\cdot\left(\frac{1}{2}-1\right) = -\frac{1}{2}\frac{G\cdot M\cdot m}{r} = -\frac{1}{2}\frac{G\cdot M\cdot m}{R+h}$$

b) i)



$$\operatorname{sen} 30^\circ = \frac{h_B}{\Delta r} \Rightarrow \Delta r = \frac{h_B}{\operatorname{sen} 30^\circ} = \frac{h_B}{\frac{1}{2}} = 2 \cdot h_B$$

$$F_R = \mu \cdot N = \mu \cdot P \cdot \cos 30^\circ = 0'2 \cdot 2 \cdot 9'8 \cdot \cos 30^\circ = 3'39 \text{ N}$$

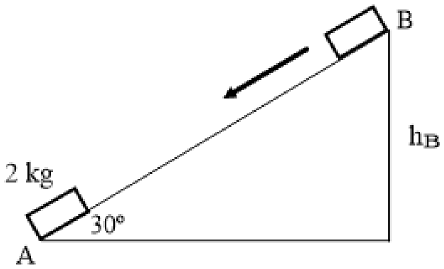
Balance de energías entre A y B:

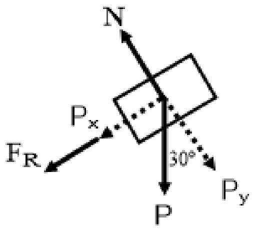
$$W_{F_{roz}} = E_m(B) - E_m(A) = \cancel{E_c(B)} + E_p(B) - E_c(A) - \cancel{E_p(A)} \Rightarrow$$

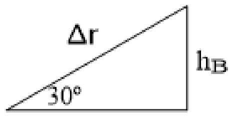
$$\Rightarrow F_{roz} \cdot \Delta r \cdot \cos\left(F_{roz}, \Delta r\right) = E_p(B) - E_c(A) \Rightarrow 3'39 \cdot 2h_B \cdot (-1) = 2 \cdot 9'8 \cdot h_B - \frac{1}{2} 2 \cdot 8^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow -6'78 \cdot h_B = 19'6 \cdot h_B - 64 \Rightarrow h_B = \frac{64}{26'38} = 2'43 \text{ m}$$

ii)







$$\operatorname{sen} 30^\circ = \frac{h_B}{\Delta r} \Rightarrow \Delta r = \frac{h_B}{\operatorname{sen} 30^\circ} = \frac{2'43}{\frac{1}{2}} = 4'86 \text{ m}$$

Balance de energías entre A y B:

$$W_{F_{roz}} = E_m(A) - E_m(B) = E_c(A) + \cancel{E_p(A)} - \cancel{E_c(B)} - E_p(B) \Rightarrow$$

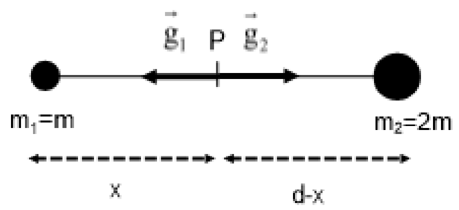
$$\Rightarrow F_{roz} \cdot \Delta r \cdot \cos\left(F_{roz}, \Delta r\right) = E_c(A) - E_p(B) \Rightarrow 3'39 \cdot 4'86 \cdot (-1) = \frac{1}{2} 2 \cdot v^2 - 2 \cdot 9'8 \cdot 2'43 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow -16'48 = v^2 - 47'63 \Rightarrow v = 5'58 \text{ m/s}$$

a) Dos cuerpos de masas m y 2m están separados una distancia d. Razone, con la ayuda de un esquema, si se anula el campo o el potencial gravitatorio en algún punto del segmento que los une.
b) Dos masas iguales de 2 kg están situadas en los puntos $A(1,0)m$ y $B(-1,0)m$. i) Calcule la fuerza gravitatoria sobre una tercera masa M de 1 kg situada en el punto $C(0,1)m$.
ii) Determine el trabajo realizado por la fuerza gravitatoria cuando la masa M se desplaza hasta el origen de coordenadas.
$G = 6'67\cdot 10^{-11}\, Nm^2\,kg^{-2}$
FISICA. 2022. JULIO. EJERCICIO A2

R E S O L U C I O N

a) El campo gravitatorio es una magnitud vectorial, por lo tanto, en el espacio que hay entre las dos masas, habrá un punto en el cual se anularan los campos creados por dichas masas.



Principio de superposición:

$$\vec{g}(P)=0 \Rightarrow \vec{g}_1(P)+\vec{g}_2(P)=0 \Rightarrow |\vec{g}_1(P)|=|\vec{g}_2(P)| \Rightarrow G\frac{m}{x^2}=G\frac{2m}{(d-x)^2} \Rightarrow \frac{(d-x)^2}{x^2}=2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{d-x}{x}=\sqrt{2} \Rightarrow x=\frac{d}{1+\sqrt{2}}$$

Luego, el campo gravitatorio se anula en el punto P tal que: $x=\frac{d}{1+\sqrt{2}}$

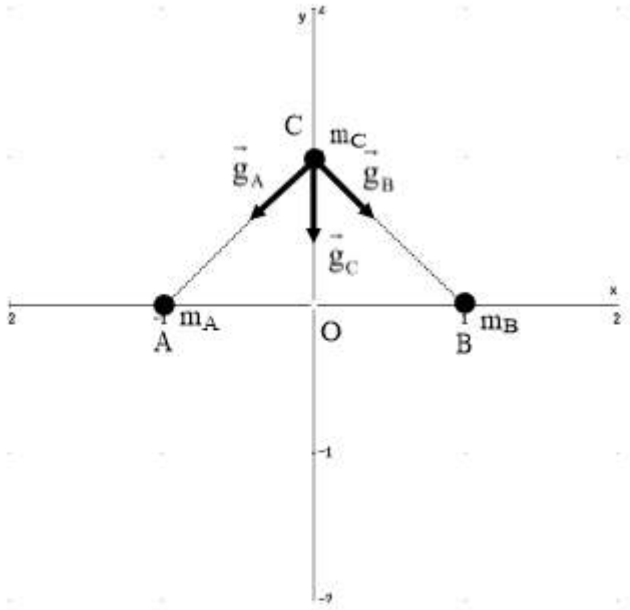
El potencial gravitatorio es una magnitud escalar, por lo que, los potenciales creados por cada partícula (ambos negativos) se sumaran y no se anulan.

$$V_g = V_{g1}+V_{g2} = -\frac{G\cdot m_1}{r_1}+\left(-\frac{G\cdot m_2}{r_2}\right) \neq 0$$

b) i) De acuerdo con el principio de superposición: $\vec{g}_C = \vec{g}_A + \vec{g}_B$

$$m_A = m_B = 2\,kg \quad ; \quad r_A = r_B = \sqrt{2}\ m$$

$$g_A = g_B = \frac{G \cdot m}{r^2} = \frac{6'67 \cdot 10^{-11} \cdot 2}{\left(\sqrt{2}\right)^2} = 6'67 \cdot 10^{-11} \ \text{N/kg}$$



$$\vec{g}_A = -g_A \operatorname{sen} 45^o \vec{i} - g_A \cos 45^o \vec{j} = -6'67 \cdot 10^{-11} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} \vec{i} - 6'67 \cdot 10^{-11} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} \vec{j} = -4'72 \cdot 10^{-11} \vec{i} - 4'72 \cdot 10^{-11} \vec{j}$$

$$\vec{g}_B = g_B \operatorname{sen} 45^o \vec{i} - g_B \cos 45^o \vec{j} = 6'67 \cdot 10^{-11} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} \vec{i} - 6'67 \cdot 10^{-11} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} \vec{j} = 4'72 \cdot 10^{-11} \vec{i} - 4'72 \cdot 10^{-11} \vec{j}$$

$$\vec{g}_C = \vec{g}_A + \vec{g}_B = -2 \cdot 4'72 \cdot 10^{-11} \vec{j} = -9'44 \cdot 10^{-11} \vec{j}$$

La fuerza gravitatoria sobre la $m = 1\text{kg}$ es: $\vec{F}_g = m \cdot \vec{g}_c = 1 \cdot (-9'44 \cdot 10^{-11} \vec{j}) = -9'44 \cdot 10^{-11} \vec{j} \ \text{N}$

ii) $\vec{F}_g$ es conservativa $\Rightarrow W_{F_g} = -\Delta E_{p_g} = -\left(E_{p_{gO}} - E_{p_{gC}}\right) = E_{p_{gC}} - E_{p_{gO}}$

Por el principio de superposición:

$$E_{p_{gC}} = -\frac{G \cdot m_A \cdot m}{r_{AC}} - \frac{G \cdot m_B \cdot m}{r_{BC}} = -\frac{6'67 \cdot 10^{-11} \cdot 2 \cdot 1}{\sqrt{2}} - \frac{6'67 \cdot 10^{-11} \cdot 2 \cdot 1}{\sqrt{2}} = -1'89 \cdot 10^{-10} \ \text{J}$$

$$E_{p_{gO}} = -\frac{G \cdot m_A \cdot m}{r_{AO}} - \frac{G \cdot m_B \cdot m}{r_{BO}} = -\frac{6'67 \cdot 10^{-11} \cdot 2 \cdot 1}{1} - \frac{6'67 \cdot 10^{-11} \cdot 2 \cdot 1}{1} = -2'67 \cdot 10^{-10} \ \text{J}$$

$$W_{F_g} = -1'89 \cdot 10^{-10} + 2'67 \cdot 10^{-10} = 7'8 \cdot 10^{-11} \ \text{J}$$

Como $W_{F_g} > 0$ no es necesaria fuerza externa