EMESTRADA
EXÁMENES DE SELECTIVIDAD

PROBLEMAS RESUELTOS
SELECTIVIDAD ANDALUCÍA
2022

MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CIENCIAS SOCIALES

TEMA 4: FUNCIONES

- Junio, Ejercicio B3
- Junio, Ejercicio B4
- Reserva 1, Ejercicio B3
- Reserva 1, Ejercicio B4
- Reserva 2, Ejercicio B3
- Reserva 2, Ejercicio B4
- Reserva 3, Ejercicio B3
- Reserva 3, Ejercicio B4
- Reserva 4, Ejercicio B3
- Reserva 4, Ejercicio B4
- Julio, Ejercicio B3
- Julio, Ejercicio B4

a) Se considera la función $f(x)=x^3+ax^2+bx+c$, con *a*, *b* y *c* números reales. Calcule los valores *a*, *b* y *c*, sabiendo que la gráfica de *f* posee un extremo relativo en el punto de abscisa $x=3$ y que la pendiente de la recta tangente a la gráfica de *f* en el punto $P(0,18)$ es -3.
b) Calcule el área del recinto acotado, limitado por la gráfica de la función $g(x)=x^3-4x^2-3x+18$ y el eje de abscisas.
SOCIALES II. 2022 JUNIO. EJERCICIO B3

R E S O L U C I Ó N

a) Calculamos la derivada de la función: $f'(x)=3x^2+2ax+b$

- Extremo relativo en $x=3 \Rightarrow f'(3)=0 \Rightarrow 3\cdot 3^2+2a\cdot 3+b=0 \Rightarrow 6a+b=-27$

- Pasa por $(0,18) \Rightarrow f(0)=18 \Rightarrow c=18$

- Tangente en ese punto pendiente $-3 \Rightarrow f'(0)=-3 \Rightarrow b=-3$

Sustituyendo en la primera ecuación, tenemos que: $6a+b=-27 \Rightarrow 6a-3=-27 \Rightarrow a=-4$

Luego: $a=-4$; $b=-3$; $c=18$

b) Calculamos los puntos de corte de la función $g(x)=x^3-4x^2-3x+18$ con el eje X, es decir, resolvemos la ecuación $x^3-4x^2-3x+18=0$ por Ruffini y sale: $x=3$; $x=3$; $x=-2$

Calculamos el área

$$A=\int_{-2}^{3}(x^3-4x^2-3x+18)\,dx=\left[\frac{x^4}{4}-4\frac{x^3}{3}-3\frac{x^2}{2}+18x\right]_{-2}^{3}=$$

$$=\left[\frac{3^4}{4}-4\frac{3^3}{3}-3\frac{3^2}{2}+18\cdot 3\right]-\left[\frac{(-2)^4}{4}-4\frac{(-2)^3}{3}-3\frac{(-2)^2}{2}+18\cdot(-2)\right]=$$

$$=\left[\frac{81}{4}-\frac{108}{3}-\frac{27}{2}+54\right]-\left[\frac{16}{4}+\frac{32}{3}-\frac{12}{2}-36\right]=\frac{99}{4}-\left(-\frac{82}{3}\right)=\frac{625}{12}\ u^2$$

a) Se considera la función $f(x)=\begin{cases} 6x-3 & si \quad x\le 1 \\ ax^2+bx+2 & si \quad x>1 \end{cases}$

con *a* y *b* números reales. Determine los valores de *a* y *b* para que *f* sea continua y derivable en todo su dominio.

b) Calcule el área del recinto acotado, limitado por el eje OX y la gráfica de la función $g(x)=-2x^2+8x-6$**.**

SOCIALES II. 2022 JUNIO. EJERCICIO B4

R E S O L U C I Ó N

a) Estudiamos la continuidad y derivabilidad en $x=1$.

$$f(1)=6\cdot 1-3=3$$

$$\left.\begin{array}{l} \lim\limits_{x\to 1^-}(6x-3)=3 \\ \lim\limits_{x\to 1^+}(ax^2+bx+2)=a+b+2 \end{array}\right\} \Rightarrow 3=a+b+2 \Rightarrow a+b=1 \text{ Por ser continua}$$

Calculamos la función derivada: $f'(x)=\begin{cases} 6 & si \quad x\le 1 \\ 2ax+b & si \quad x>1 \end{cases}$ y como es derivable

$$\left.\begin{array}{l} f'(1^-)=6 \\ f'(1^+)=2a+b \end{array}\right\} \Rightarrow 2a+b=6$$

Resolviendo el sistema formado por las dos ecuaciones: $\left.\begin{array}{l} a+b=1 \\ 2a+b=6 \end{array}\right\} \Rightarrow a=5\ ;\ b=-4$

b) Calculamos los puntos de corte de la función con el eje OX:

$$-2x^2+8x-6=0 \Rightarrow x=\frac{-8\pm\sqrt{64-48}}{-4}=\frac{-8\pm 4}{-4}=\begin{cases} x_1=1 \\ x_2=3 \end{cases}$$

Calculamos el área

$$A=\int_1^3(-2x^2+8x-6)\,dx=\left[-2\frac{x^3}{3}+8\frac{x^2}{2}-6x\right]_1^3=\left[-\frac{2x^3}{3}+4x^2-6x\right]_1^3=$$

$$=\left[-\frac{2\cdot 3^3}{3}+4\cdot 3^2-6\cdot 3\right]-\left[-\frac{2\cdot 1^3}{3}+4\cdot 1^2-6\cdot 1\right]=\left[-18+36-18\right]-\left[-\frac{2}{3}+4-6\right]=\frac{8}{3}\ u^2$$

Se considera la función $f(x)=\begin{cases} a(x+1)^2 & si \quad -3\le x\le 1 \\ \dfrac{bx^2}{2}+2 & si \quad 1<x\le 2 \end{cases}$ **con *a* y *b* números reales.**

a) Determine los valores de *a* y *b* para que *f* sea continua y derivable.
b) Para $a=1$ y $b=2$, esboce la gráfica de la función *f* y calcule el área del recinto limitado por la gráfica de *f*, el eje OX y las rectas $x=-2$ y $x=1$.

SOCIALES II. 2022 RESERVA 1. EJERCICIO B3

R E S O L U C I Ó N

a) Las funciones $a(x+1)^2$ y $\dfrac{bx^2}{2}+2$, por ser polinomios, son continuas y derivables en $\mathbb{R}$. Por lo tanto, debemos estudiar la continuidad y derivabilidad en $x=1$.

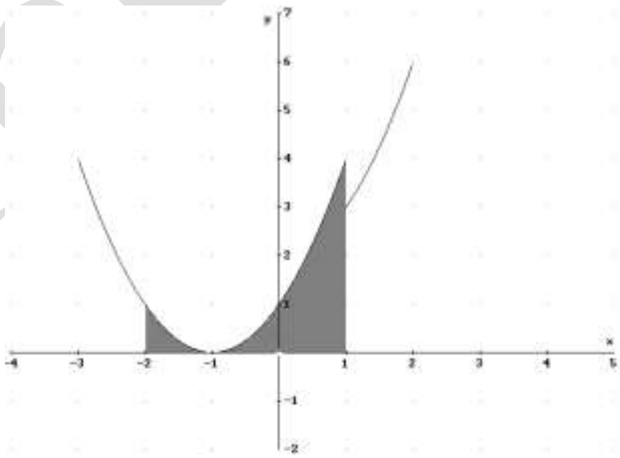
Para que sea continua en $x=1$ se tiene que cumplir: $\left.\begin{array}{l} \lim\limits_{x\to 1^-} a(x+1)^2 = 4a \\ \lim\limits_{x\to 1^+} \left(\dfrac{bx^2}{2}+2\right)=\dfrac{b}{2}+2 \end{array}\right\} \Rightarrow 4a=\dfrac{b}{2}+2$

Calculamos la derivada: $f'(x)=\begin{cases} 2a(x+1) & si \quad -3\le x<1 \\ bx & si \quad 1<x\le 2 \end{cases}$

Para que sea derivable en $x=1$ se tiene que cumplir: $f'(1^-)=f'(1^+)\Rightarrow 4a=b$

Resolviendo el sistema tenemos que: $\left.\begin{array}{l} 4a=\dfrac{b}{2}+2 \\ 4a=b \end{array}\right\} \Rightarrow a=1\,;\, b=4$

b) Representamos la función



Calculamos el área que nos piden

$$A=\int_{-2}^{1}(x+1)^2\,dx=\left[\frac{(x+1)^3}{3}\right]_{-2}^{1}=\left(\frac{8}{3}\right)-\left(-\frac{1}{3}\right)=3\,u^2$$

Se considera la función $f(x)=\dfrac{x-3}{x+2}$

a) Determine el dominio de la función y estudie su monotonía y curvatura.
b) Calcule las ecuaciones de las asíntotas de *f* si existen. Calcule los puntos de corte de la gráfica de *f* con los ejes de coordenadas.
c) Represente la gráfica de la función *f*.
SOCIALES II. 2022. RESERVA 1. EJERCICIO B4

R E S O L U C I Ó N

a) Su dominio es $\mathbb{R}-\{-2\}$. Calculamos la derivada y la igualamos a cero.

$$f'(x)=\frac{1\cdot(x+2)-1\cdot(x-3)}{(x+2)^2}=\frac{5}{(x+2)^2}=0\Rightarrow No$$

	$(-\infty,-2)$	$(-2,\infty)$
Signo $f'(x)$	+	+
Función	C	C

La función es creciente en su dominio.

Calculamos la segunda derivada y la igualamos a cero: $f''(x)=-\dfrac{10}{(x+2)^3}=0\Rightarrow No$

	$(-\infty,-2)$	$(-2,\infty)$
Signo $f''(x)$	+	−
Función	Cx	Cn

La función es convexa en $(-\infty,-2)$ y cóncava en $(-2,\infty)$.

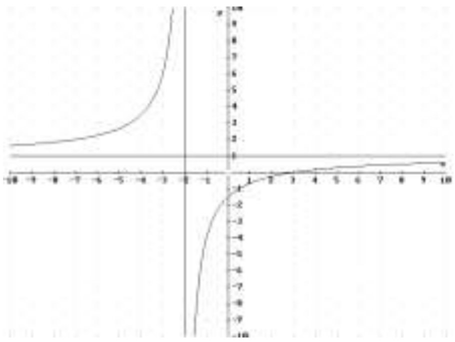
b) La recta $x=-2$ es una asíntota vertical, ya que: $\begin{cases}\lim\limits_{x\to -2^-}\dfrac{x-3}{x+2}=\infty \\ \lim\limits_{x\to -2^+}\dfrac{x-3}{x+2}=-\infty\end{cases}$

La recta $y=1$ es una asíntota horizontal, ya que: $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{x-3}{x+2}=\dfrac{\infty}{\infty}\xrightarrow{L'Hopital}=\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{1}{1}=1$

Corte con el eje X $\Rightarrow y=0\Rightarrow \dfrac{x-3}{x+2}=0\Rightarrow x=3\Rightarrow Punto\ (3,0)$

Corte con el eje Y $\Rightarrow x=0\Rightarrow y=\dfrac{-3}{2}\Rightarrow Punto\left(0,-\dfrac{3}{2}\right)$

c) Representamos la función

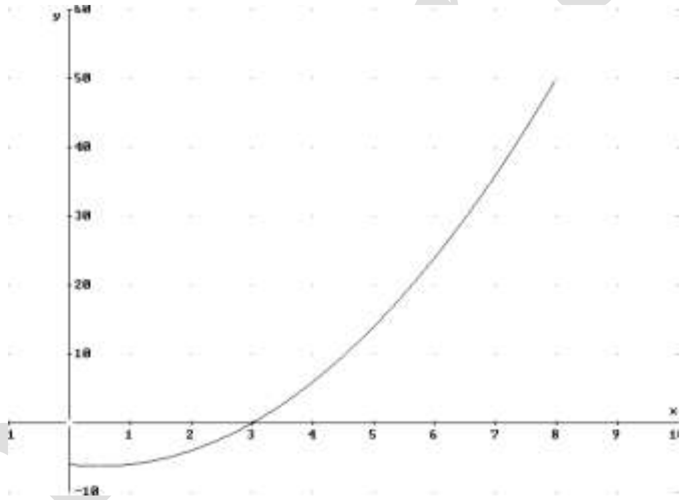


Los ingresos (I) y costes (C) de una discoteca, en miles de euros, en función del número de horas diarias que permanece abierta, vienen dado por las funciones: $I(x)=x^3-x$; $C(x)=x^3-x^2+6$.
Respectivamente. Sabiendo que la licencia del ayuntamiento no permite que este tipo de local permanezca abierto más de 8 horas diarias, halle:
a) La función beneficio en función del número de horas diarias que la discoteca permanece abierta.
b) El número de horas que debe permanecer abierta para obtener beneficios.
c) En qué momento se tienen las mayores pérdidas y a cuánto ascienden.
d) El tiempo que debe permanecer abierta para obtener el máximo beneficio y a cuánto asciende.
SOCIALES II. 2022 RESERVA 2. EJERCICIO B3

R E S O L U C I Ó N

a) La función beneficio es: $B(x)=I(x)-C(x)=x^3-x-\left(x^3-x^2+6\right)=x^2-x-6$

b) Representamos la parábola en el intervalo $\left[0,8\right]$



Luego, para obtener beneficios debe estar abierta como mínimo 3 horas.

c) Calculamos la derivada: $B'(x)=2x-1=0 \Rightarrow x=\frac{1}{2}$

Luego, el momento de mayores pérdidas es cuando $x=\frac{1}{2}\,hora$. Las pérdidas en ese momento son:

$$B(x)=\left(\frac{1}{2}\right)^2-\frac{1}{2}-6=-\frac{25}{4}\Rightarrow -6.250\ €$$

d) El máximo beneficio se obtiene para $x=8\ horas$ y el máximo beneficio es:

$$B(x)=\left(8\right)^2-8-6=50\Rightarrow 50.000\ €$$

Se considera la función $f(x)=\begin{cases} ax^2+bx+2 & si \quad x\le 1 \\ \dfrac{4}{x+1} & si \quad x>1 \end{cases}$ **con a y b números reales**

a) Calcule a y b para que la función f sea continua y derivable
b) Para $a=-1$ y $b=1$, realice un esbozo de la gráfica de la función f.
c) Para $a=-1$ y $b=1$, halle el área del recinto acotado, limitado por la gráfica de f, la recta $x=1$ y el eje OX.
SOCIALES II. 2022. RESERVA 2. EJERCICIO B4

R E S O L U C I Ó N

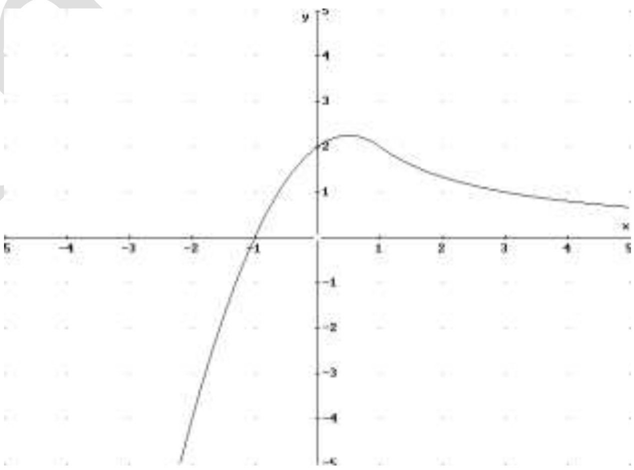
a) Para que sea continua en $x=1 \Rightarrow \left.\begin{array}{l} \lim\limits_{x\to 1^-}\left(ax^2+bx+2\right)=a+b+2 \\ \lim\limits_{x\to 1^+}\left(\dfrac{4}{x+1}\right)=2 \end{array}\right\} \Rightarrow a+b+2=2 \Rightarrow a+b=0$

Calculamos la función derivada: $f'(x)=\begin{cases} 2ax+b & si \quad x<1 \\ \dfrac{-4}{(x+1)^2} & si \quad x>1 \end{cases}$

Para que sea derivable en $x=1 \Rightarrow \left.\begin{array}{l} f'(1^-)=2a+b \\ f'(1^+)=-1 \end{array}\right\} \Rightarrow 2a+b=-1$

Luego, resolviendo el sistema, tenemos que: $\left.\begin{array}{r} a+b=\ \ 0 \\ 2a+b=-1 \end{array}\right\} \Rightarrow a=-1\ ;\ b=1$

b) Hacemos la gráfica para $a=-1$ y $b=1$



c) Calculamos el área que nos piden

$$A=\int_{-1}^{1}(-x^2+x+2)\,dx=\left[-\frac{x^3}{3}+\frac{x^2}{2}+2x\right]_{-1}^{1}=\left(-\frac{1}{3}+\frac{1}{2}+2\right)-\left(\frac{1}{3}+\frac{1}{2}-2\right)=\frac{13}{6}-\left(-\frac{7}{6}\right)=\frac{10}{3}\ u^2$$

Se considera la función $f(x)=\begin{cases} 4x^2+16x+17 & si \quad x<-1 \\ \frac{1}{3}(10-5x) & si \quad -1\le x\le 2 \\ \frac{3}{2} & si \quad x>2 \end{cases}$

a) Estudie la continuidad y derivabilidad de *f*.
b) Represente gráficamente la función *f*.
c) Calcule el área de la región limitada por la gráfica de *f* y el eje de abscisas entre $x=-2$ y $x=2$
SOCIALES II. 2022 RESERVA 3 EJERCICIO B3

R E S O L U C I Ó N

a) La función $4x^2+16x+17$ es continua y derivable en su dominio. La función $\frac{1}{3}(10-5x)$ es continua y derivable en su dominio. La función $\frac{3}{2}$ es continua y derivable en su dominio. Por lo tanto, sólo tenemos que estudiar la continuidad y derivabilidad en $x=-1$ y $x=2$.

$$\left.\begin{array}{l} \lim\limits_{x\to -1^-}\left(4x^2+16x+17\right)=5 \\ \lim\limits_{x\to -1^+}\left(\frac{1}{3}(10-5x)\right)=5 \end{array}\right\} \Rightarrow f(-1)=\lim\limits_{x\to -1^-} f(x)=\lim\limits_{x\to -1^+} f(x)=5 \Rightarrow \text{Es continua en } x=-1$$

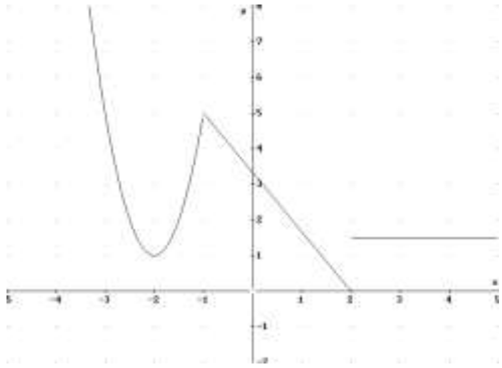
$$\left.\begin{array}{l} \lim\limits_{x\to 2^-}\left(\frac{1}{3}(10-5x)\right)=0 \\ \lim\limits_{x\to 2^+}\left(\frac{3}{2}\right)=\frac{3}{2} \end{array}\right\} \Rightarrow \lim\limits_{x\to 2^-} f(x)\neq \lim\limits_{x\to 2^+} f(x) \Rightarrow \text{No es continua ni derivable en } x=2$$

Calculamos la derivada: $f'(x)=\begin{cases} 8x+16 & si \quad x<-1 \\ -\frac{5}{3} & si \quad -1<x<2 \\ 0 & si \quad x>2 \end{cases}$

$$\left.\begin{array}{l} f'(-1^-)=8 \\ f'(-1^+)=-\frac{5}{3} \end{array}\right\} \Rightarrow f'(-1^-)\neq f'(-1^+) \Rightarrow \text{No es derivable en } x=-1$$

Luego, la función es continua en $\mathbb{R}-\{2\}$ y derivable en $\mathbb{R}-\{-1 \ y \ 2\}$

b) Representamos la función:



c) Calculamos el área que nos piden

$$A=\int_{-2}^{-1}(4x^{2}+16x+17)\,dx+\int_{-1}^{2}\frac{1}{3}(10-5x)\,dx=\left[\frac{4x^{3}}{3}+8x^{2}+17x\right]_{-2}^{-1}+\left[\frac{1}{3}\left(10x-\frac{5x^{2}}{2}\right)\right]_{-1}^{2}=$$

$$=\left(-\frac{4}{3}+8-17\right)-\left(-\frac{32}{3}+32-34\right)+\left(\frac{1}{3}(20-10)\right)-\left(\frac{1}{3}\left(-10-\frac{5}{2}\right)\right)=$$

$$=\left(-\frac{31}{3}\right)-\left(-\frac{38}{3}\right)+\left(\frac{10}{3}\right)-\left(-\frac{25}{6}\right)=\frac{59}{6}\ u^{2}$$

Se considera la función $f(x)=3x^3-6x^2+5$

a) Obtenga las ecuaciones de las rectas tangentes a *f* que sean paralelas a la recta $y=-3x+1$

b) Calcule la función *F* que verifique $F'(x)=f(x)$ y $F(2)=4$

SOCIALES II. 2022 RESERVA 3 EJERCICIO B4

R E S O L U C I Ó N

a) Como tiene que ser paralela a la recta $y=-3x+1$, la pendiente vale -3, luego: $f'(x)=-3$

$$f'(x)=-3\Rightarrow 9x^2-12x=-3\Rightarrow 3x^2-4x+1=0\Rightarrow x=1\ ;\ x=\frac{1}{3}$$

La ecuación de la tangente en $x=1$ es: $y-f(1)=f'(1)\cdot(x-1)$

$f(1)=3-6+5=2$ $\qquad\qquad$ $f'(1)=-3$

Sustituyendo, tenemos que: $y-f(1)=f'(1)\cdot(x-1)\Rightarrow y-2=-3\cdot(x-1)\Rightarrow y=-3x+5$

La ecuación de la tangente en $x=\frac{1}{3}$ es: $y-f(\frac{1}{3})=f'(\frac{1}{3})\cdot(x-\frac{1}{3})$

$f(\frac{1}{3})=\frac{40}{9}$ $\qquad\qquad$ $f'(\frac{1}{3})=-3$

Sustituyendo, tenemos que: $y-f(\frac{1}{3})=f'(\frac{1}{3})\cdot(x-\frac{1}{3})\Rightarrow y-\frac{40}{9}=-3\cdot(x-\frac{1}{3})\Rightarrow y=-3x+\frac{49}{9}$

b) Calculamos la integral

$$F(x)=\int f(x)\,dx=\int(3x^3-6x^2+5)\,dx=\frac{3x^4}{4}-2x^3+5x+C$$

Como sabemos que: $F(2)=4\Rightarrow\frac{3\cdot2^4}{4}-2\cdot2^3+5\cdot2+C=4\Rightarrow C=-2$

Luego, la función que nos piden es: $F(x)=\frac{3x^4}{4}-2x^3+5x-2$

Una empresa de fumigación sabe que los beneficios, en miles de euros, que obtiene en función de las hectáreas que le encargan fumigar mensualmente viene dada por la expresión

$$B(x) = -x^2 + 16x - 48$$

Además, por problemas de personal, la empresa no puede fumigar más de 10 hectáreas al mes.
a) ¿Cuántas hectáreas tiene que fumigar al mes para que la empresa tenga beneficios?
b) ¿Cuántas hectáreas tiene que fumigar para obtener el máximo beneficio mensual? ¿A cuánto asciende dicho beneficio?.
c) Si un mes ha obtenido un beneficio de 7000 €, ¿cuántas hectáreas ha fumigado?
SOCIALES II. 2022 RESERVA 4. EJERCICIO B3

R E S O L U C I Ó N

a) Calculamos los puntos de corte con el eje OX

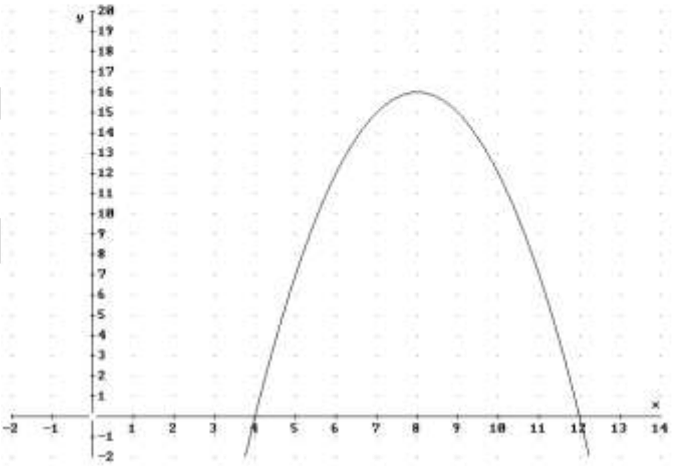
$$-x^2 + 16x - 48 = 0 \Rightarrow x = \frac{-16 \pm \sqrt{256 - 192}}{-2} = \frac{-16 \pm 8}{-2} = \begin{cases} x_1 = 4 \\ x_2 = 12 \end{cases}$$

Luego, tiene beneficios cuando fumiga más de 4 hectáreas.

b) Calculamos el vértice de la parábola: $x_{vértice} = \frac{-b}{2a} = \frac{-16}{-2} = 8$

Luego, el vértice es el punto: $(8,16)$. Por lo tanto, para obtener el máximo beneficio mensual debe fumigar 8 hectáreas y el beneficio máximo será de 16.000 €

Hacemos el dibujo de la función



c)

$$-x^2 + 16x - 48 = 7 \Rightarrow x^2 - 16x + 55 = 0 \Rightarrow x = \frac{16 \pm \sqrt{256 - 220}}{2} = \frac{16 \pm 6}{2} = \begin{cases} x_1 = 11 \\ x_2 = 5 \end{cases}$$

Luego, ha fumigado 5 hectáreas. El valor 11 no sirve ya que la empresa no puede fumigar más de 10 hectáreas al mes.

Se considera la función $f(x)=\begin{cases} ax^2+bx+1 & si \quad x\le 1 \\ \dfrac{2}{x} & si \quad x>1 \end{cases}$**, con a y b números reales.**

a) ¿Para qué valores de a y b la función es continua y derivable en $x=1$?
b) Para $a=-3$ y $b=4$, calcule los extremos relativos de f.
c) Para $a=-2$ y $b=3$, calcule el valor de la integral $\int_{-1}^{3} f(x)\,dx$

SOCIALES II. 2022. RESERVA 4. EJERCICIO B4

R E S O L U C I Ó N

a) Por ser continua en $x=1 \Rightarrow \left.\begin{array}{l} \lim\limits_{x\to 1^-}\left(ax^2+bx+1\right)=a+b+1 \\ \lim\limits_{x\to 1^+}\left(\dfrac{2}{x}\right)=2 \end{array}\right\} \Rightarrow a+b+1=2 \Rightarrow a+b=1$

Calculamos la función derivada: $f'(x)=\begin{cases} 2ax+b & si \quad x<1 \\ \dfrac{-2}{x^2} & si \quad x>1 \end{cases}$

Por ser derivable en $x=1 \Rightarrow \left.\begin{array}{l} f'(1^-)=2a+b \\ f'(1^+)=-2 \end{array}\right\} \Rightarrow 2a+b=-2$

Resolviendo el sistema, tenemos que: $\left.\begin{array}{r} a+b=\ \ 1 \\ 2a+b=-2 \end{array}\right\} \Rightarrow a=-3\ ;\ b=4$

b) Calculamos la función derivada y la igualamos a cero: $f'(x)=\begin{cases} -6x+4 & si \quad x\le 1 \\ \dfrac{-2}{x^2} & si \quad x>1 \end{cases}$

Igualamos la derivada a cero: $-6x+4=0 \Rightarrow x=\dfrac{2}{3}$

	$\left(-\infty,\dfrac{2}{3}\right)$	$\left(\dfrac{2}{3},1\right)$	$(1,+\infty)$
Signo $f'(x)$	+	−	−
Función	C	D	D

La función es creciente en $\left(-\infty,\dfrac{2}{3}\right)$. Decreciente en $\left(\dfrac{2}{3},1\right)\cup(1,+\infty)$. Tiene un máximo en $\left(\dfrac{2}{3},\dfrac{7}{3}\right)$

c) Calculamos la integral que nos piden

$$\int_{-1}^{3} f(x)\,dx=\int_{-1}^{1}(-2x^2+3x+1)\,dx+\int_{1}^{3}\left(\frac{2}{x}\right)dx=\left[-\frac{2x^3}{3}+\frac{3x^2}{2}+x\right]_{-1}^{1}+\left[2\ln|x|\right]_1^3=$$

$$=\left(-\frac{2}{3}+\frac{3}{2}+1\right)-\left(\frac{2}{3}+\frac{3}{2}-1\right)+\left(2\ln|3|\right)-\left(2\ln|1|\right)=\frac{11}{6}-\frac{7}{6}+2\ln 3=\frac{2}{3}+2\ln 3$$

a) Se considera la función $f(x)=x^3+bx^2+cx-1$ donde *b* y *c* son números reales. Determine el valor de *b* y *c* para que la función *f* presente un extremo relativo en el punto de abscisa $x=\frac{1}{3}$ y además la gráfica de la función *f* pase por el punto $(-2,-3)$.

a) Dada la función $g(x)=-x^3-x^2+x+1$, realice un esbozo de su gráfica estudiando los puntos de corte con los ejes coordenados y su monotonía. Determine el área del recinto acotado, limitado por la gráfica de la función *g* y el eje de abscisas.

SOCIALES II. 2022. JULIO. EJERCICIO B3

R E S O L U C I Ó N

a) Calculamos la derivada de la función: $f'(x)=3x^2+2bx+c$

Extremo relativo en $x=\frac{1}{3}\Rightarrow f'\left(\frac{1}{3}\right)=0\Rightarrow 3\cdot\left(\frac{1}{3}\right)^2+2b\cdot\frac{1}{3}+c=0\Rightarrow\frac{2b}{3}+c=-\frac{1}{3}$

Pasa por $(-2,-3)\Rightarrow f(-2)=-3\Rightarrow(-2)^3+b(-2)^2+c(-2)-1=-3\Rightarrow 4b-2c=6$

Resolvemos el sistema formado por las dos ecuaciones

$$\left.\begin{array}{l}\frac{2b}{3}+c=-\frac{1}{3}\\ 4b-2c=6\end{array}\right\}\Rightarrow\left.\begin{array}{r}2b+3c=-1\\ 4b-2c=6\end{array}\right\}\Rightarrow b=1\,;\ c=-1$$

b) Corte con el eje X $\Rightarrow -x^3-x^2+x+1=0\Rightarrow x=1\ ;\ x=-1\Rightarrow(1,0)\ ;\ (-1,0)$

Corte con el eje Y $\Rightarrow x=0\Rightarrow y=1\Rightarrow(0,1)$

Calculamos la primera derivada y la igualamos a cero.

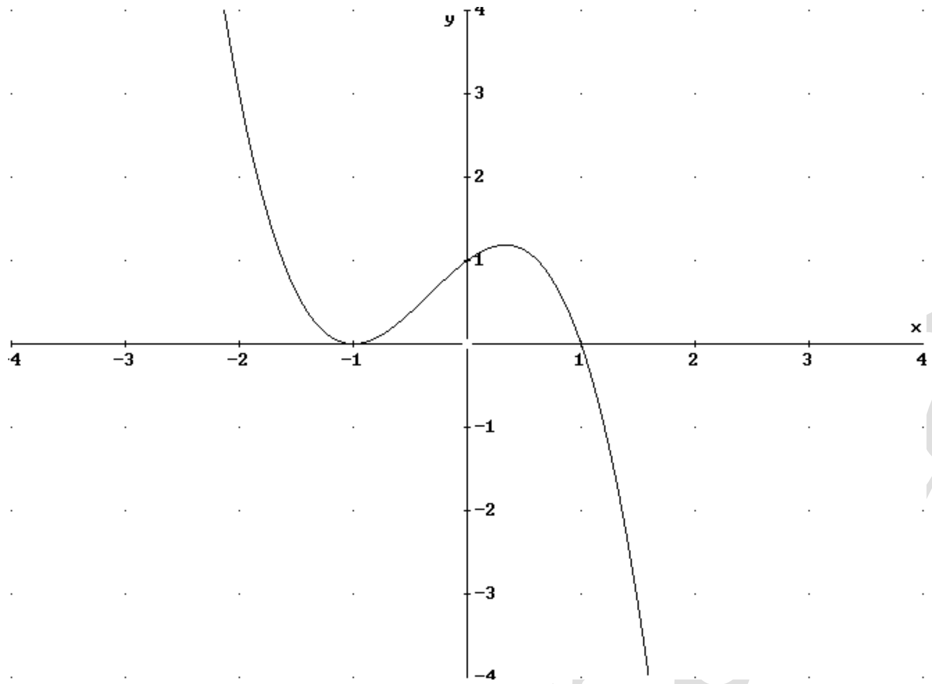
$$g'(x)=-3x^2-2x+1=0\Rightarrow x=\frac{2\pm\sqrt{4+12}}{-6}=\frac{2\pm 4}{-6}=\begin{cases}x_1=-1\\ x_2=\frac{1}{3}\end{cases}$$

	$(-\infty,-1)$	$\left(-1,\frac{1}{3}\right)$	$\left(\frac{1}{3},+\infty\right)$
Signo $g'(x)$	−	+	−
Función	D	C	D

Creciente en $\left(-1,\frac{1}{3}\right)$ y decreciente en $(-\infty,-1)\cup\left(\frac{1}{3},+\infty\right)$

Máximo en $\left(\frac{1}{3},\frac{32}{27}\right)$ y mínimo en $(-1,0)$

Hacemos la representación gráfica.



Calculamos el área que nos piden

$$A=\int_{-1}^{1}\left(-x^{3}-x^{2}+x+1\right)dx=\left[-\frac{x^{4}}{4}-\frac{x^{3}}{3}+\frac{x^{2}}{2}+x\right]_{-1}^{1}=$$

$$=\left(-\frac{1^{4}}{4}-\frac{1^{3}}{3}+\frac{1^{2}}{2}+1\right)-\left(-\frac{(-1)^{4}}{4}-\frac{(-1)^{3}}{3}+\frac{(-1)^{2}}{2}-1\right)=\frac{11}{12}-\left(-\frac{5}{12}\right)=\frac{4}{3}\ u^{2}$$

EMESTRADA
EXÁMENES DE SELECTIVIDAD

El beneficio, en miles de euros, que se obtiene en una pequeña finca familiar por la venta de aceitunas, en miles de kilogramos, viene dada por la siguiente función: $B(x)=-0'02x^2+1'3x-15$, $x\geq 0$.

a) Represente la función beneficio y calcule los puntos de corte con el eje OX

b) ¿Para qué valores de *x* la finca no tiene pérdidas?.

c) ¿Para qué número de kilogramos el beneficio será máximo? ¿Cuánto vale dicho beneficio?

d) ¿Cuántos kilogramos debe vender para obtener un beneficio de 5000 €?.

SOCIALES II. 2022 JULIO. EJERCICIO B4

R E S O L U C I Ó N

a) Calculamos los puntos de corte con el eje OX

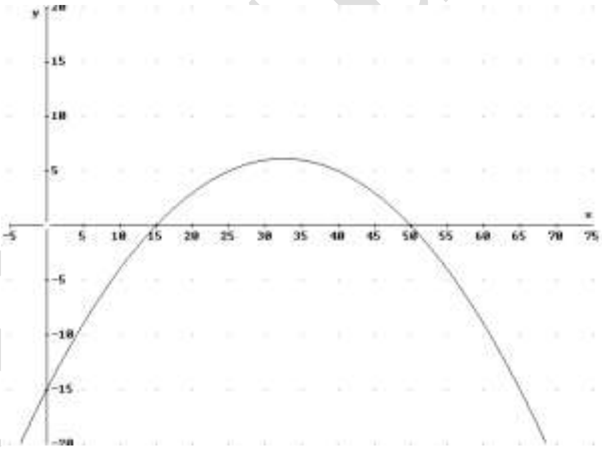
$$-0'02x^2+1'3x-15=0\Rightarrow x=\frac{-1'3\pm\sqrt{1'69-1'2}}{-0'04}=\frac{-1'3\pm 0'7}{-0'04}=\begin{cases}x_1=15\\x_2=50\end{cases}$$

Luego, los puntos son: $(15,0)$ y $(50,0)$.

Calculamos el vértice de la parábola: $x_{vértice}=\frac{-b}{2a}=\frac{-1'3}{-0'04}=32'5$

Luego, el vértice es el punto: $(32'5, 6'125)$.

Hacemos el dibujo de la función



b) La finca no tiene pérdidas para $B(x)\geq 0\Rightarrow 15\leq x\leq 50$, es decir, entre 15.000 y 50.000 kilogramos de aceitunas.

c) El máximo es el vértice de la parábola, luego, el beneficio máximo son 6.125 euros y se alcanza vendiendo 32.500 kilogramos de aceitunas.

d)

$$-0'02x^2+1'3x-15=5\Rightarrow -0'02x^2+1'3x-20=0\Rightarrow x=\frac{-1'3\pm\sqrt{1'69-1'6}}{-0'04}=\frac{-1'3\pm 0'3}{-0'04}=\begin{cases}x_1=25\\x_2=40\end{cases}$$

Luego, debe vender 25.000 ó 40.000 kilogramos de aceitunas.