PROBLEMAS RESUELTOS
SELECTIVIDAD ANDALUCÍA
2022

MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CIENCIAS SOCIALES

TEMA 6: TEORÍA DE MUESTRAS

La resistencia media a la ruptura de una nueva gama de herramientas sigue una distribución Normal de desviación típica 15 MPa (megapascales). Se seleccionan al azar 100 herramientas forjadas en la misma máquina durante el mismo proceso d producción, obteniéndose una resistencia media de 800 MPa.
a) Realizando la estimación con un nivel de confianza del 92%, ¿entre qué valores se estima la resistencia media poblacional de esta gama de herramientas?.
b) Manteniendo el mismo nivel de confianza, ¿cuál debe ser el tamaño mínimo de una nueva muestra para que el error máximo en la estimación de la resistencia media a la ruptura sea menor que 2 MPa?.
SOCIALES II. 2022 JUNIO. EJERCICIO D7

R E S O L U C I Ó N

a) $\frac{1+0'92}{2}=0'96 \Rightarrow z_{\frac{\alpha}{2}}=1'75$

El intervalo de confianza de la media muestral es:

$$I.C.\left(\bar{x}-z_{\frac{\alpha}{2}}\cdot\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\ ,\ \bar{x}+z_{\frac{\alpha}{2}}\cdot\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right)=\left(800-1'75\cdot\frac{15}{\sqrt{100}}\ ,\ 800+1'75\cdot\frac{15}{\sqrt{100}}\right)=(797'375\ ;\ 802'625)$$

Luego, los valores en que se estima la resistencia media poblacional de esta gama de herramientas son 797’375 y 802’625

b)

$$E=2=1'75\cdot\frac{15}{\sqrt{n}}\Rightarrow n=172'26\simeq 173$$

Se quiere estudiar la proporción de perros que están vacunados en Andalucía. Para ello, se toma una muestra aleatoria de 400 perros de los que 320 resultan estar vacunados.
a) Obtenga un intervalo con un nivel de confianza del 92% para estimar la proporción de perros vacunados en Andalucía y calcule el error máximo cometido.
b) En una nueva muestra, manteniendo el mismo nivel de confianza y la misma proporción muestral, ¿cuántos perros, como mínimo, hay que elegir para que el error sea menor que 0’02?.
SOCIALES II. 2022 JUNIO. EJERCICIO D8

R E S O L U C I Ó N

a) El intervalo de confianza para la proporción viene dado por:

$$I.C.\left(p - z_{\frac{\alpha}{2}} \cdot \sqrt{\frac{p\cdot(1-p)}{n}}\, ,\, p + z_{\frac{\alpha}{2}} \cdot \sqrt{\frac{p\cdot(1-p)}{n}}\right)$$

Con los datos del problema calculamos:

$$p = \frac{320}{400} = 0'8$$

$$\frac{1+0'92}{2} = 0'96 \Rightarrow z_{\frac{\alpha}{2}} = 1'75$$

Luego, sustituyendo, tenemos:

$$I.C.\left(0'8 - 1'75\cdot\sqrt{\frac{0'8\cdot 0'2}{400}}, 0'8 + 1'75\cdot\sqrt{\frac{0'8\cdot 0'2}{400}}\right) = (0'765; 0'835)$$

El error máximo cometido es: $E = 1'75\cdot\sqrt{\frac{0'8\cdot 0'2}{400}} = 0'035 = 3'5\%$

b) Calculamos el tamaño mínimo de la muestra

$$E = 0'02 = 1'75\cdot\sqrt{\frac{0'8\cdot 0'2}{n}} \Rightarrow n = 1225 \text{ perros}$$

a) Se divide una población en cuatro estratos de tamaño 60.000, 20.000, 24.000 y 16.000 personas. En dicha población se realiza un muestreo estratificado por afijación proporcional, seleccionándose 144 personas del tercer estrato. Determine el tamaño total de la muestra y su composición.
b) Dada la población $\{1,4,7\}$, establezca todas las muestras posibles de tamaño 2 que se puedan formar mediante muestreo aleatorio simple, y determinar la media y la desviación típica de las medias muestrales obtenidas con todas estas muestras.
SOCIALES II. 2022 RESERVA 1. EJERCICIO D7

R E S O L U C I Ó N

a) Vamos a calcular el tamaño de la muestra: $\left.\begin{array}{l} 24.000 \to 144 \\ 120.000 \to x \end{array}\right\} \Rightarrow x = 720$ personas tiene la muestra

Calculamos la composición de la muestra: $\left.\begin{array}{l} 120.000 \to 60.000 \\ 720 \to x \end{array}\right\} \Rightarrow x = 360$ personas del primer estrato

$\left.\begin{array}{l} 120.000 \to 20.000 \\ 720 \to x \end{array}\right\} \Rightarrow x = 120$ personas del segundo estrato

$\left.\begin{array}{l} 120.000 \to 16.000 \\ 720 \to x \end{array}\right\} \Rightarrow x = 96$ personas del cuarto estrato

b) Escribimos todas las muestras posibles de tamaño 2.

(1,1) (1,4) (1,7)
(4,1) (4,4) (4,7)
(7,1) (7,4) (7,7)

Construimos la tabla para las medias muestrales:

x	f	$x \cdot f$	$x^2 \cdot f$
1	1	1	1
2'5	2	5	12'5
4	3	12	48
5'5	2	11	60'5
7	1	7	49
	9	36	171

Media = $\mu = \dfrac{\sum x_i f_i}{\sum f_i} = \dfrac{36}{9} = 4$ Desviación típica $= \sigma = \sqrt{\dfrac{\sum x_i^2 f_i}{\sum f_i} - \overline{x}^2} = \sqrt{\dfrac{171}{9} - 4^2} = 1'73$

Se desea estimar la proporción de estudiantes de una universidad que proceden de otras provincias, para ello se selecciona una muestra de tamaño 2100 de los que 630 lo cumplen.
a) Calcule un intervalo de confianza con un nivel del 97'5% para estimar la proporción poblacional de estudiantes de esa universidad procedentes de otras provincias.
b) En una nueva muestra que mantiene la misma proporción muestral, y con el mismo nivel de confianza, queremos que el error máximo cometido sea 0'01. Halle su tamaño mínimo.
SOCIALES II. 2022 RESERVA 1. EJERCICIO D8

R E S O L U C I Ó N

a) El intervalo de confianza para la proporción viene dado por:

$$I.C.\left(p - z_{\frac{\alpha}{2}} \cdot \sqrt{\frac{p\cdot(1-p)}{n}}, p + z_{\frac{\alpha}{2}} \cdot \sqrt{\frac{p\cdot(1-p)}{n}}\right)$$

Con los datos del problema calculamos:

$$p = \frac{630}{2100} = 0'3$$

$$\frac{1+0'975}{2} = 0'9875 \Rightarrow z_{\frac{\alpha}{2}} = 2'24$$

Luego, sustituyendo, tenemos:

$$I.C.\left(0'3 - 2'24\cdot\sqrt{\frac{0'3\cdot 0'7}{2100}}\ ,\ 0'3 + 2'24\cdot\sqrt{\frac{0'3\cdot 0'7}{2100}}\right) = (0'2776\ ;\ 0'3224)$$

b) Calculamos el tamaño mínimo de la muestra

$$E = 0'01 = 2'24\cdot\sqrt{\frac{0'3\cdot 0'7}{n}} \Rightarrow n = 10.536'96 \simeq 10.537 \text{ estudiantes}$$

Se desea estimar la proporción de jóvenes de una localidad que están suscritos a una determinada plataforma de televisión. Para ello, se toma una muestra de 100 jóvenes de los que 36 afirman estar suscritos a dicha plataforma.
a) Determine un intervalo de confianza, con un nivel del 92%, para la proporción de jóvenes que están suscritos a esta plataforma.
b) Suponiendo que se mantiene la misma proporción muestral y el mismo nivel de confianza del apartado anterior, determine el tamaño muestral mínimo que se debería tomar si se quisiera que el error máximo fuera 0'025.
SOCIALES II. 2022 RESERVA 2. EJERCICIO D7

R E S O L U C I Ó N

a) El intervalo de confianza para la proporción viene dado por:

$$I.C.\left(p - z_{\frac{\alpha}{2}} \cdot \sqrt{\frac{p\cdot(1-p)}{n}}, p + z_{\frac{\alpha}{2}} \cdot \sqrt{\frac{p\cdot(1-p)}{n}}\right)$$

Con los datos del problema calculamos:

$$p = \frac{36}{100} = 0'36$$

$$\frac{1+0'92}{2} = 0'96 \Rightarrow z_{\frac{\alpha}{2}} = 1'75$$

Luego, sustituyendo, tenemos:

$$I.C.\left(0'36 - 1'75 \cdot \sqrt{\frac{0'36\cdot 0'64}{100}}\ ,\ 0'36 + 1'75 \cdot \sqrt{\frac{0'36\cdot 0'64}{100}}\right) = (0'276\ ;\ 0'444)$$

b) Calculamos el tamaño mínimo de la muestra

$$E = 0'025 = 1'75 \cdot \sqrt{\frac{0'36\cdot 0'64}{n}} \Rightarrow n = 1.128'96 \simeq 1.129 \text{ jóvenes}$$

La vida útil de un determinado modelo de teléfono móvil (en meses) se distribuye según una Ley Normal de varianza 9’61 meses^2. En una muestra de 10 teléfonos, la vida útil de los mismos ha sido:

30’6 30 31’3 29’7 32’3 32 32’8 31’5 31’2 30’5

a) Determine un intervalo de confianza para estimar la vida útil de este modelo de teléfono móvil con un nivel de confianza del 97%.

b) Determine el tamaño mínimo muestral para que, con el mismo nivel de confianza, el error que se comete al estimar la duración media de la vida útil de este modelo de teléfono móvil sea inferior a 0’15 meses.

SOCIALES II. 2022 RESERVA 2. EJERCICIO D8

R E S O L U C I Ó N

a) Como el nivel de confianza es del 97%, podemos calcular $z_{\frac{\alpha}{2}}$

$$\frac{1+0'97}{2}=0'985 \Rightarrow z_{\frac{\alpha}{2}}=2'17$$

Calculamos la media que será:

$$\mu=\frac{30'6+30+31'3+29'7+32'3+32+32'8+31'5+31'2+30'5}{10}=31'19$$

El intervalo de confianza de la media poblacional viene dado por: $I.C.\left(\mu-z_{\frac{\alpha}{2}}\cdot\frac{\sigma}{\sqrt{n}},\mu+z_{\frac{\alpha}{2}}\cdot\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right)$

Luego sustituyendo los datos, tenemos:

$$I.C.\left(\mu-z_{\frac{\alpha}{2}}\cdot\frac{\sigma}{\sqrt{n}},\mu+z_{\frac{\alpha}{2}}\cdot\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right)=\left(31'19-2'17\cdot\frac{3'1}{\sqrt{10}},31'19+2'17\cdot\frac{3'1}{\sqrt{10}}\right)=(29'0628;33'3172)$$

b) Aplicando la fórmula, tenemos:

$$E=0'15=2'17\cdot\frac{3'1}{\sqrt{n}}\Rightarrow n=2011'22\simeq 2012 \text{ teléfonos}$$

Un taller desea estimar el grado de satisfacción de sus clientes. Para ello, a 120 clientes seleccionados al azar, les pregunta si volverían a solicitar sus servicios en caso de necesitarlo, de los que 96 respondieron que sí lo harían.
a) Determine, con un nivel de confianza del 95%, un intervalo de confianza para estimar la proporción de clientes de este taller que volverían a solicitar sus servicios.
b) Mediante una nueva muestra queremos estimar la proporción de clientes de ese taller que volverían a solicitar sus servicios con un error máximo del 5% y un nivel de confianza del 97%. Suponiendo que se mantiene la proporción muestral, ¿qué tamaño mínimo debe tener dicha muestra?.
SOCIALES II. 2022 RESERVA 3. EJERCICIO D7

R E S O L U C I Ó N

a) El intervalo de confianza para la proporción viene dado por:

$$I.C.\left(p - z_{\frac{\alpha}{2}} \cdot \sqrt{\frac{p\cdot(1-p)}{n}} \, , \, p + z_{\frac{\alpha}{2}} \cdot \sqrt{\frac{p\cdot(1-p)}{n}} \right)$$

Con los datos del problema calculamos:

$$p = \frac{96}{120} = 0'8$$

$$\frac{1+0'95}{2} = 0'975 \Rightarrow z_{\frac{\alpha}{2}} = 1'96$$

Luego, sustituyendo, tenemos:

$$I.C.\left(0'8 - 1'96 \cdot \sqrt{\frac{0'8\cdot 0'2}{120}} \; , \; 0'8 + 1'96 \cdot \sqrt{\frac{0'8 \cdot 0'2}{120}} \right) = (0'7285 \; ; \; 0'8715)$$

b) Calculamos el tamaño mínimo de la muestra

$$\frac{1+0'97}{2} = 0'985 \Rightarrow z_{\frac{\alpha}{2}} = 2'17$$

$$E = 0'05 = 2'17 \cdot \sqrt{\frac{0'8\cdot 0'2}{n}} \Rightarrow n = 301'36 \simeq 302 \text{ clientes}$$

El consumo de energía eléctrica mensual por vivienda medido en kilovatios hora (kWh) sigue una distribución Normal con varianza 4225 (kWh)^2 .
a) Se toma una muestra aleatoria de 100 viviendas, obteniéndose un consumo total de 26.830 kWh. Calcule un intervalo de confianza al 92% para estimar el consumo medio poblacional.
b) Calcule el tamaño mínimo de la muestra necesario para estimar el consumo medio de energía eléctrica mensual por vivienda, con un error máximo de 5 kWh y con un nivel de confianza del 98%.
c) Tras una campaña para incentivar el ahorro energético se toma una nueva muestra y el intervalo de confianza para el consumo medio que se obtiene es (224’08 , 255’92). Calcule la media del consumo de energía eléctrica mensual por vivienda para dicha muestra.
SOCIALES II. 2022 RESERVA 3. EJERCICIO D8

R E S O L U C I Ó N

a) Como el nivel de confianza es del 92%, podemos calcular $z_{\frac{\alpha}{2}}$

$$\frac{1+0'92}{2} = 0'96 \Rightarrow z_{\frac{\alpha}{2}} = 1'755$$

Calculamos la media que será: $\mu = \dfrac{26.830}{100} = 268'3$

El intervalo de confianza de la media poblacional viene dado por: $I.C.\left(\mu - z_{\frac{\alpha}{2}} \cdot \dfrac{\sigma}{\sqrt{n}}, \mu + z_{\frac{\alpha}{2}} \cdot \dfrac{\sigma}{\sqrt{n}}\right)$

Luego sustituyendo los datos, tenemos:

$$I.C.\left(\mu - z_{\frac{\alpha}{2}} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}}, \mu + z_{\frac{\alpha}{2}} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right) = \left(268'3 - 1'755 \cdot \frac{65}{\sqrt{100}}, 268'3 + 1'755 \cdot \frac{65}{\sqrt{100}}\right) = (256'8925; 279'7075)$$

b) Aplicando la fórmula, tenemos:

$$\frac{1+0'98}{2} = 0'99 \Rightarrow z_{\frac{\alpha}{2}} = 2'33$$

$$E = 5 = 2'33 \cdot \frac{65}{\sqrt{n}} \Rightarrow n = 917'48 \simeq 918 \text{ viviendas}$$

c) Calculamos la media que será: $\mu = \dfrac{224'08 + 255'92}{2} = 240 \text{ kWh}$

Se desea estimar la proporción de personas mayores de 45 años de una determinada ciudad que tienen presbicia (vista cansada). Para ello, se toma una muestra aleatoria de 540 personas mayores de 45 años, obteniéndose que 378 tienen presbicia.
a) Obtenga un intervalo, con un nivel de confianza del 97%, para estimar la proporción `poblacional de personas mayores de 45 años con presbicia en dicha ciudad.
b) Suponiendo que se mantiene la misma proporción muestral y el mismo nivel de confianza del apartado anterior, ¿cuántas personas se deberán seleccionar como mínimo para que la proporción muestral difiera de la proporción poblacional a lo sumo en un 3%?.
SOCIALES II. 2022 RESERVA 4. EJERCICIO D7

R E S O L U C I Ó N

a) El intervalo de confianza para la proporción viene dado por:

$$I.C.\left(p - z_{\frac{\alpha}{2}} \cdot \sqrt{\frac{p\cdot(1-p)}{n}}\, , p + z_{\frac{\alpha}{2}} \cdot \sqrt{\frac{p\cdot(1-p)}{n}}\right)$$

Con los datos del problema calculamos:

$$p = \frac{378}{540} = 0'7$$

$$\frac{1+0'97}{2} = 0'985 \Rightarrow z_{\frac{\alpha}{2}} = 2'17$$

Luego, sustituyendo, tenemos:

$$I.C.\left(0'7 - 2'17\cdot\sqrt{\frac{0'7\cdot 0'3}{540}}\ ,\ 0'7 + 2'17\cdot\sqrt{\frac{0'7\cdot 0'3}{540}}\right) = (0'6573\ ;\ 0'7427)$$

b) Calculamos el tamaño mínimo de la muestra

$$E = 0'03 = 2'17\cdot\sqrt{\frac{0'7\cdot 0'3}{n}} \Rightarrow n = 1098'74 \simeq 1099 \text{ personas}$$

El peso en gramos de las tortugas terrestres de una reserva natural sigue una Ley Normal de varianza 121 g^2 . Para estimar el peso medio de las tortugas de la reserva, se toma una muestra de 10 tortugas, obteniéndose los siguientes datos:

980 1002 950 985 1100 1085 895 1000 912 1006

a) Halle un intervalo de confianza para el peso medio de las tortugas con un nivel de confianza del 97%.

b) ¿Cuál debe ser el tamaño minimo de la muestra para asegurar con un nivel de confianza del 94% que el error máximo cometido sea de 5 g?.

SOCIALES II. 2022 RESERVA 4. EJERCICIO D8

R E S O L U C I Ó N

a) Como el nivel de confianza es del 97%, podemos calcular $z_{\frac{\alpha}{2}}$

$$\frac{1+0'97}{2}=0'985 \Rightarrow z_{\frac{\alpha}{2}}=2'17$$

Calculamos la media que será:

$$\mu=\frac{980+1002+950+985+1100+1085+895+1000+912+1006}{10}=991'5$$

El intervalo de confianza de la media poblacional viene dado por: $I.C.\left(\mu-z_{\frac{\alpha}{2}}\cdot\frac{\sigma}{\sqrt{n}},\mu+z_{\frac{\alpha}{2}}\cdot\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right)$

Luego sustituyendo los datos, tenemos:

$$I.C.\left(\mu-z_{\frac{\alpha}{2}}\cdot\frac{\sigma}{\sqrt{n}},\mu+z_{\frac{\alpha}{2}}\cdot\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right)=\left(991'5-2'17\cdot\frac{11}{\sqrt{10}},991'5+2'17\cdot\frac{11}{\sqrt{10}}\right)=(983'9517;999'0483)$$

b) Aplicando la fórmula, tenemos:

$$\frac{1+0'94}{2}=0'97 \Rightarrow z_{\frac{\alpha}{2}}=1'885$$

$$E=5=1'885\cdot\frac{11}{\sqrt{n}} \Rightarrow n=17'19 \simeq 18 \text{ tortugas}$$

Una fábrica de tornillos quiere hacer un estudio sobre la proporción de tornillos que cumplen las especificaciones del fabricante. Para ello ha seleccionado una muestra de 1500 tornillos, resultando que 1425 cumplen las especificaciones del fabricante.
a) Determine un intervalo de confianza para la proporción de tornillos que cumplen las especificaciones del fabricante con un nivel de confianza del 97%.
b) Manteniendo la misma proporción muestral y el mismo nivel de confianza anterior, ¿cuál tendría que ser el tamaño mínimo de una nueva muestra para que el error de estimación sea inferior al 1%? .
SOCIALES II. 2022 JULIO. EJERCICIO D7

R E S O L U C I Ó N

a) El intervalo de confianza para la proporción viene dado por:

$$I.C.\left(p - z_{\frac{\alpha}{2}} \cdot \sqrt{\frac{p\cdot(1-p)}{n}} \, , p + z_{\frac{\alpha}{2}} \cdot \sqrt{\frac{p\cdot(1-p)}{n}} \right)$$

Con los datos del problema calculamos:

$$p = \frac{1425}{1500} = 0'95$$

$$\frac{1+0'97}{2} = 0'985 \Rightarrow z_{\frac{\alpha}{2}} = 2'17$$

Luego, sustituyendo, tenemos:

$$I.C.\left(0'95 - 2'17 \cdot \sqrt{\frac{0'95\cdot 0'05}{1500}} \ , \ 0'95 + 2'17 \cdot \sqrt{\frac{0'95\cdot 0'05}{1500}} \right) = (0'9378 \ ; \ 0'9622)$$

b)

$$E = 0'01 = 2'17 \cdot \sqrt{\frac{0'95\cdot 0'05}{n}} \Rightarrow n = 2236'72 \simeq 2237 \text{ tornillos}$$

El número de días que los titulados en un cierto master tardan en encontrar su primer trabajo sigue una distribución Normal de media μ desconocida y desviación típica 3 días.

a) Se elige una muestra aleatoria de 100 titulados obteniéndose una media muestral de 8'1 días. Calcule un intervalo de confianza al 97% para estimar la media poblacional.

b) Con un nivel de confianza del 92%, calcule el tamaño muestral mínimo necesario para que el error cometido, al estimar el número medio de días que estos titulados tardan en encontrar trabajo, sea inferior a un día.

c) Suponiendo que $\mu = 7'61$ días y tomando muestras aleatorias de 36 titulados ¿qué distribución de probabilidad sigue la variable aleatoria media muestral? ¿Cuál es la probabilidad de que la media muestral sea superior a 8 días?.

SOCIALES II. 2022. JULIO. EJERCICIO D8

R E S O L U C I Ó N

a)

$$\frac{1+0'97}{2} = 0'985 \Rightarrow z_{\frac{\alpha}{2}} = 2'17$$

Aplicando la fórmula, tenemos:

$$I.C. = \left(8'1 \pm 2'17 \frac{3}{\sqrt{100}}\right) = (7'449 ; 8'751)$$

b)

$$\frac{1+0'92}{2} = 0'96 \Rightarrow z_{\frac{\alpha}{2}} = 1'75$$

$$E = 1 = 1'75 \frac{3}{\sqrt{n}} \Rightarrow n = 27'56 \simeq 28 \text{ titulados}$$

c) La distribución de probabilidad es: $N\left(\mu, \frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right) = N\left(7'61, \frac{3}{\sqrt{36}}\right) = N\left(7'61, \frac{3}{6}\right) = N(7'61, 0'5)$

Calculamos la probabilidad que nos piden:

$$p(\bar{x} \geq 8) = p\left(z \geq \frac{8-7'61}{0'5}\right) = p(z \geq 0'78) = 1 - p(z \leq 0'78) = 1 - 0'7823 = 0'2177$$