EMESTRADA
EXÁMENES DE
SELECTIVIDAD

PROBLEMAS RESUELTOS

SELECTIVIDAD ANDALUCÍA

2022

MATEMÁTICAS II

TEMA 3: ESPACIO AFIN Y EUCLIDEO

- Junio, Ejercicio 7
- Junio, Ejercicio 8

Considera los vectores $\vec{u}=(-1,2,3)$ y $\vec{v}=(2,0,-1)$, así como el punto $A(-4,4,7)$

a) Calcula a y b para que el vector $\vec{w}=(1,a,b)$ se ortogonal a $\vec{u}$ y $\vec{v}$.

b) Determina los cuatro vértices de un paralelogramo cuyos lados tienen las direcciones de $\vec{u}$ y $\vec{v}$, y que tiene el vector $\overrightarrow{OA}$ como una de sus diagonales, siendo O el origen de coordenadas.

MATEMÁTICAS II. 2022. JUNIO. EJERCICIO 7

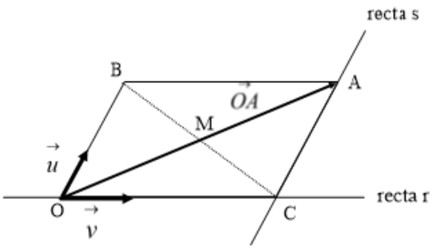
R E S O L U C I Ó N

a) Como son ortogonales, su producto escalar debe valer 0.

$$\vec{v}\cdot\vec{w}=0\Rightarrow(2,0,-1)\cdot(1,a,b)=0\Rightarrow 2-b=0\Rightarrow b=2$$

$$\vec{u}\cdot\vec{w}=0\Rightarrow(-1,2,3)\cdot(1,a,b)=0\Rightarrow -1+2a+3b=0\Rightarrow 2a+3b=1\Rightarrow 2a+6=1\Rightarrow a=-\frac{5}{2}$$

b)



Calculamos la recta $r\equiv\begin{cases}x=0+2t\\ y=0\\ z=0-t\end{cases}$ y la recta $s\equiv\begin{cases}x=-4-\lambda\\ y=4+2\lambda\\ z=7+3\lambda\end{cases}$ y calculamos el punto de corte que nos darán las coordenadas del vértice C

$$\left.\begin{array}{l}0+2t=-4-\lambda\\ 0=4+2\lambda\\ 0-t=7+3\lambda\end{array}\right\}\Rightarrow\lambda=-2\ ;\ t=-1\text{, luego: } C(-2,0,1)$$

Calculamos el punto $M=\dfrac{O+A}{2}=\dfrac{(0,0,0)+(-4,4,7)}{2}=\left(-2,2,\dfrac{7}{2}\right)$

Calculamos el vértice B

$$M=\frac{B+C}{2}\Rightarrow\left(-2,2,\frac{7}{2}\right)=\frac{(a,b,c)+(-2,0,1)}{2}\Rightarrow\begin{cases}-2=\dfrac{a-2}{2}\Rightarrow a=-2\\ 2=\dfrac{b+0}{2}\Rightarrow b=4\\ \dfrac{7}{2}=\dfrac{c+1}{2}\Rightarrow c=6\end{cases}\text{. Luego: } B(-2,4,6)$$

Considera la recta $r \equiv x-2=\frac{y}{-1}=\frac{z-1}{2}$, así como la recta s determinada por el punto $P(1,2,3)$ y el vector director $\vec{v}=(1+a,-a,3a)$.
a) Calcula *a* para que las rectas *r* y *s* se corten.
b) Calcula *a* para que las rectas *r* y *s* sean perpendiculares.
MATEMÁTICAS II. 2022. JUNIO. EJERCICIO 8

R E S O L U C I Ó N

a) Escribimos las ecuaciones paramétricas de las dos rectas

$$r \equiv \begin{cases} x=2+t \\ y=-t \\ z=1+2t \end{cases} \quad \text{y} \quad s \equiv \begin{cases} x=1+(1+a)\lambda \\ y=2-a\lambda \\ z=3+3a\lambda \end{cases}$$

Igualamos, las dos ecuaciones:

$$\left.\begin{array}{l} 2+t=1+(1+a)\lambda \\ -t=2-a\lambda \\ 1+2t=3+3a\lambda \end{array}\right\} \Rightarrow t=a\lambda-2 \Rightarrow \left.\begin{array}{l} 2+a\lambda-2=1+(1+a)\lambda \\ 1+2(a\lambda-2)=3+3a\lambda \end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{l} a\lambda=1+\lambda+a\lambda \\ 1+2a\lambda-4=3+3a\lambda \end{array}\right\} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \lambda=-1 \\ 1-2a-4=3-3a \Rightarrow a=6 \end{cases}$$

Luego, las recta se cortan si $a=6$

b) Las rectas son perpendiculares si el producto escalar de sus vectores directores es cero, luego:

$$(1,-1,2)\cdot(1+a,-a,3a)=0 \Rightarrow 1+a+a+6a=0 \Rightarrow a=-\frac{1}{8}$$