

DIRECTRICES Y ORIENTACIONES GENERALES PARA LAS PRUEBAS DE ACCESO Y ADMISIÓN A LA UNIVERSIDAD

Curso: **2022/2023** Asignatura: **MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CC. SS. II**

1º Comentarios acerca del programa del segundo curso del Bachillerato, en relación con la Prueba de Acceso y Admisión a la Universidad.

0. INTRODUCCIÓN

Este documento de Contenidos y Objetivos mínimos de la materia de Matemáticas Aplicadas a las Ciencias Sociales II se basa en la normativa, actualmente en vigor, que regula el acceso a la Universidad para el curso 2020/21:

DISPOSICIONES DE BACHILLERATO:

- Real Decreto 1105/2014, de 26 de diciembre, (BOE de 3 de enero de 2015), por el que se establece el currículo básico de ESO y del Bachillerato.
- Decreto 110/2016, de 14 junio, (BOJA de 28 de junio de 2016) por el que se establece la ordenación y el currículo del Bachillerato en la Comunidad Autónoma de Andalucía.
- Orden de 15 de enero de 2021, (BOJA de 29 de julio de 2016) por la que se desarrolla el currículo correspondiente al Bachillerato en la Comunidad Autónoma de Andalucía, se regulan determinados aspectos de la atención a la diversidad y se establece la ordenación de la evaluación del proceso de aprendizaje del alumnado.

DISPOSICIONES DE PRUEBAS:

- PCM/2/2021, de 11 de enero, (BOE de 13 de enero de 2021), por la que se determinan las características, el diseño y el contenido de la evaluación de Bachillerato para el acceso a la Universidad y las fechas máximas de realización y de resolución de los procedimientos de revisión de las calificaciones obtenidas, para el curso 2020/2021.
- Real Decreto 412/2014, de 6 de junio, por el que se establece la normativa básica de los procedimientos de admisión a las enseñanzas universitarias oficiales de Grado (BOE de 7 de junio de 2014).
- Real Decreto 310/2016, de 29 de julio, por el que se regulan las evaluaciones finales de ESO y de Bachillerato (BOE de 30 de julio de 2016).
- Real Decreto-ley 5/2016, de 9 de diciembre, (BOE de 10 de diciembre de 2016) de medidas urgentes para la ampliación del calendario de implantación de la Ley Orgánica 8/2013.
- Orden de 22 de diciembre de 1999, (BOJA de 27 de enero de 2000), sobre la organización de la Prueba de Acceso a la Universidad.

Las páginas que siguen a continuación constituyen una referencia obligada para el alumnado y el profesorado de la materia de Matemáticas Aplicadas a las Ciencias Sociales II. No pretenden ser, obviamente, una programación de la materia, tarea de competencia exclusiva de los Departamentos, sino el último nivel de concreción curricular de los contenidos que se exigirán en la prueba de evaluación de Bachillerato para el acceso a la Universidad.

Por último, desde estas líneas la Ponencia manifiesta su voluntad de seguir abierta a cuantas sugerencias les sean remitidas por el profesorado, a través de las correspondientes coordinaciones provinciales, compartiendo la permanente, y siempre inacabada, misión de facilitar el tránsito del alumnado de la Enseñanza Secundaria a la Universidad.

1. CONTENIDOS

1.1. NÚMEROS Y ÁLGEBRA

Las matrices para representar datos facilitados mediante tablas. Operaciones con matrices. Aplicación de las operaciones de las matrices, de sus propiedades e interpretación del significado en la resolución de problemas extraídos de contextos reales.

Matriz inversa

El determinante de una matriz como herramienta para determinar si una matriz tiene inversa.

Inecuaciones lineales con una o dos incógnitas. Sistemas de inecuaciones.

Programación lineal bidimensional. Aplicaciones a la resolución de problemas sociales, económicos y demográficos. Interpretación de las soluciones.

1.2. ANÁLISIS

Aproximación al concepto de límite a partir de la interpretación de la tendencia de una función.

Concepto de continuidad. Tipos de discontinuidades. Interpretación de las tendencias asintóticas en el tratamiento de la información.

Continuidad en funciones elementales y definidas a trozos.

Asíntotas verticales y horizontales de una función.

Derivada de una función en un punto. Aproximación al concepto e interpretación geométrica.

Aplicación de las derivadas al estudio de las propiedades locales de funciones y a la resolución de problemas de optimización relacionados con las ciencias sociales y la economía.

Estudio y representación gráfica de una función a partir de sus propiedades globales.

Integración de funciones de una variable: Concepto de primitiva. Cálculo de primitivas.

La integral definida. Regla de Barrow. Cálculo del área de un recinto acotado.

1.3. ESTADÍSTICA Y PROBABILIDAD

Definición y operaciones con sucesos. Cálculo básico de probabilidades. Conceptos de probabilidades compuesta y condicionada. Teorema de la probabilidad total. Teorema de Bayes. Probabilidad a priori y a posteriori.

Distribución Normal de probabilidad. Propiedades.

Implicaciones prácticas de los teoremas: Central del límite, de aproximación de la Binomial a la Normal y Ley de los Grandes Números.

Problemas relacionados con la elección de las muestras. Condiciones de representatividad. Parámetros de una población y estadísticos obtenidos a partir de una muestra. Estimación puntual. Distribución de la media muestral en una población normal. Distribuciones de probabilidad de las medias y proporciones muestrales en el caso de muestras grandes.

Intervalo de confianza para la media poblacional y la proporción en el caso de muestras grandes y para la media de una distribución normal de desviación típica conocida.

2. OBJETIVOS

La elaboración de las propuestas de pruebas de acceso de esta materia se realizará teniendo en cuenta los siguientes objetivos:

2.1. NÚMEROS Y ÁLGEBRA

Utilizar el lenguaje matricial y aplicar las operaciones con matrices como instrumento para el tratamiento de situaciones que manejen datos estructurados en forma de tablas.

Conocer el vocabulario básico para el estudio de matrices: **elemento, fila, columna, diagonal, traspuesta, simétrica, triangular, diagonal, identidad, inversa, invertible o regular, singular.**

Realizar operaciones con matrices: **suma, producto por un escalar, trasposición, producto de matrices, potencia**, reconociendo cuándo se pueden realizar y cuándo no. Se insistirá en la no conmutatividad del producto de matrices.

Resolver ecuaciones matriciales y sistemas de ecuaciones matriciales.

Determinar las condiciones para que una matriz de orden **menor o igual que 3**, dependiente o no de un parámetro, tenga inversa. Calcular la matriz inversa aplicando el método más conveniente.

Conocer la terminología básica de la programación lineal: función objetivo, región factible, solución factible y solución óptima. Determinar los vértices de la región factible de un problema de programación lineal y dibujarla. Determinar algebraicamente si un punto dado pertenece o no a la región factible.

Resolver problemas de programación lineal de dos variables, procedentes de diversos ámbitos: sociales, económicos o demográficos, por medios analíticos y gráficos con regiones factibles acotadas o no acotadas en las que se alcance el óptimo pedido e interpretar las soluciones. En los problemas de Programación Lineal se utilizarán, a lo sumo, **cuatro** inecuaciones además de las restricciones de no negatividad si las hubiere.

Nota: Si las variables que intervienen son enteras, podrán ser consideradas como continuas en todo el proceso de resolución.

2.2. ANÁLISIS

2.2.1. Funciones y continuidad

Conocer el lenguaje básico asociado al concepto de función.

A partir de la expresión analítica o gráfica de una función, que puede provenir de un contexto real, estudiar las propiedades globales y locales de la función, identificando **intervalos de monotonía, extremos relativos, curvatura, puntos de inflexión, asíntotas verticales y horizontales**.

Nota: Las variables serán consideradas continuas en todo el proceso de resolución.

Conocer las nociones de límite y continuidad e identificar, a partir de la expresión analítica o gráfica de una función, los puntos donde ésta es continua y los puntos donde no lo es, indicando en su caso el **tipo de discontinuidad**.

2.2.2. Derivadas

Conocer el concepto de tasa de variación media de una función en un intervalo y su interpretación.

Conocer el concepto de derivada de una función en un punto. Conocer el concepto de **recta tangente**. Interpretación de la derivada como tasa de variación local y como pendiente de la recta tangente.

Calcular la ecuación de la recta tangente en un punto de la gráfica de la función.

Identificar, a partir de la expresión analítica o gráfica de una función, los puntos donde ésta es derivable y los puntos donde no lo es.

Conocer el concepto de función derivada.

Conocer la derivada de las funciones habituales: **polinómicas, racionales, exponenciales, potenciales (con exponente un número racional positivo) y logarítmicas**.

Conocer y aplicar las reglas de derivación: derivada de la suma, del producto, del cociente y derivada de la función compuesta (regla de la cadena).

Reconocer propiedades analíticas y gráficas de una función a partir de la gráfica de la función derivada y de sus propiedades analíticas.

Representar gráficamente y hacer un análisis tanto cualitativo como cuantitativo de los siguientes tipos de funciones: **polinómicas de grado menor o igual que tres, cocientes de polinomios de grado menor o igual que uno**, y funciones **definidas a trozos** cuyas expresiones estén entre las citadas.

Utilizar los conocimientos anteriores para analizar e interpretar fenómenos habituales en las ciencias sociales susceptibles de ser descritos mediante una función. Resolver problemas de optimización, procedentes de situaciones reales de carácter económico y sociológico.

La función objetivo asociada al problema de optimización podrá ser descrita por una función cuya expresión analítica vendrá dada en el texto.

2.2.3. Integración

Cálculo de integrales indefinidas inmediatas de funciones **polinómicas, de proporcionalidad inversa, potenciales (con exponente racional positivo) y exponenciales**.

Aplicar el concepto de integral definida para calcular el área de recintos planos delimitados por una o dos curvas que sean fácilmente representables.

2.3. ESTADÍSTICA Y PROBABILIDAD

Conocer la terminología básica del Cálculo de Probabilidades.

Construir el espacio muestral asociado a un experimento aleatorio. Describir sucesos y efectuar operaciones con ellos.

Asignar probabilidades a sucesos aleatorios **simples y compuestos, dependientes o independientes**, utilizando técnicas personales de recuento, **diagramas de árbol o tablas de contingencia**.

Calcular probabilidades de sucesos utilizando las propiedades básicas de la probabilidad, entre ellas **la regla de Laplace para sucesos equiprobables**.

Construir el espacio muestral asociado a un experimento aleatorio, dado un suceso condicionante. Calcular **probabilidades condicionadas**.

Determinar si dos sucesos son **independientes e incompatibles**.

Calcular probabilidades para experimentos compuestos. Calcular la probabilidad de la realización simultánea de **dos o tres sucesos** dependientes o independientes.

Conocer y aplicar el **teorema de la probabilidad total y el teorema de Bayes**,

Usar los conceptos de probabilidades a priori y a posteriori.

Conocer el vocabulario básico de la Inferencia Estadística: población, individuos, muestra, tamaño de la población, tamaño de la muestra, muestreo aleatorio.

Conocer algunos tipos de muestreo aleatorio: **muestreo aleatorio simple y muestreo aleatorio estratificado con afijación proporcional**.

Conocer empíricamente la diferencia entre los valores de algunos parámetros estadísticos de la población y de las muestras (**proporción, media**).

Conocer el **Teorema Central del límite y aplicarlo para hallar la distribución de la media muestral** de una muestra de gran tamaño, siempre que se conozca la desviación típica de la distribución de la variable aleatoria de la que procede la muestra.

Conocer la distribución en el muestreo de la **media aritmética de las muestras** de una población de la que se sabe que sigue una ley Normal.

Aplicar el resultado anterior al cálculo de probabilidades de la media muestral, para el caso de poblaciones Normales con media y varianza conocidas.

Conocer el Teorema central del límite y aplicarlo para hallar la distribución de la media muestral de muestras de tamaño grande, cuya desviación típica de la variable aleatoria es conocida.

Conocer cómo se distribuye, de manera aproximada, la proporción muestral para el caso de muestras de tamaño grande.

Conocer el concepto de estimador puntual.

Conocer el concepto de **intervalo de confianza**.

Determinar intervalo de confianza para la proporción de una población, a partir de una muestra aleatoria grande.

Determinar un intervalo de confianza para la media de una población Normal con varianza conocida, a partir de una muestra aleatoria.

Determinar el **tamaño muestral mínimo** necesario para acotar el error cometido al estimar por un intervalo de confianza la proporción poblacional para cualquier valor dado del nivel de confianza. Si se dispone previamente de una estimación muestral de la proporción para esa misma población, se hará uso de esta; en caso contrario, se utilizará la estimación correspondiente al caso de máxima variabilidad, es decir, $\hat{p} = \hat{q} = 1/2$.

Determinar el tamaño muestral mínimo necesario para acotar el **error** cometido al estimar, por un intervalo de confianza, la media de una población Normal, con varianza conocida, para cualquier valor dado del nivel de confianza

2º Estructura de la prueba que se planteará para la asignatura.

La prueba de evaluación de Bachillerato para el acceso y admisión a la Universidad, correspondiente a esta materia constará **de 4 Bloques (A, B, C y D)**

Deberá responder a cuatro ejercicios de entre los ocho propuestos con la condición de que pertenezcan al menos a 3 bloques distintos. En caso de responder a más ejercicios de los requeridos, serán tenidos en cuenta los respondidos en primer lugar.

Podrá responder las preguntas en el orden que desee y sin necesidad de escribir los enunciados, basta con indicar el número de ejercicio.

Cada bloque estará conformado de la siguiente forma:

BLOQUE A: Dos ejercicios de Números y Álgebra que tendrán una valoración máxima de 2.5 puntos cada uno de ellos.

BLOQUE B: Dos ejercicios de Análisis, valorados hasta 2.5 puntos cada uno de ellos.

BLOQUE C: Dos ejercicios de Probabilidad, valorados hasta 2.5 puntos cada uno de ellos.

BLOQUE D: Dos ejercicios de Inferencia y Muestreo, valorados hasta 2.5 puntos cada uno de ellos.

Todos los ejercicios tendrán carácter práctico.

Se evitará, en la medida de lo posible, que dentro de un mismo ejercicio aparezcan preguntas encadenadas, es decir que la contestación de un apartado dependa de cómo se han obtenido cálculos previos en apartados anteriores.

Duración de la prueba: una hora y treinta minutos.

3º Instrucciones sobre el desarrollo de la prueba.

3.1 De carácter general.

NOMENCLATURA Y NOTACIÓN UTILIZADA EN LAS PRUEBAS

- 7.5 indica 7 unidades enteras y 5 décimas; no se utilizará ninguna marca para millares, millones, etc.
- $A \cdot B$ indica, en el caso de matrices, su producto.
- A^t indica la traspuesta de la matriz A .
- I_n indica matriz unidad, o identidad, de orden n .
- $|A|$ indica el determinante de la matriz A .
- O indica la matriz nula.
- $\ln(x)$ indica logaritmo neperiano de x .
- $\log(x)$ indica logaritmo decimal de x .
- La nomenclatura para discontinuidades será: evitable, de salto finito o de salto infinito.
- Se entenderá que la función f es convexa en el punto de abscisa x cuando $f''(x) > 0$.
- Los términos "extremos", "óptimos" o "máximos y mínimos" así como "locales" o "relativos" podrán usarse indistintamente.
- A^c indica el contrario del suceso A .
- $A - B = A \cap B^c$
- Las muestras utilizadas en la aplicación de técnicas inferenciales se entenderán obtenidas mediante muestreo aleatorio simple.
- El muestreo en poblaciones finitas se entenderá con reemplazamiento.

- Se entenderá por muestras grandes aquellas de tamaño $n \geq 30$.

3.2 Materiales permitidos en la prueba.

Útiles de escritura, regla, calculadora (que no sea programable, gráfica ni con capacidad para almacenar o transmitir datos), tabla de la distribución Normal (le será facilitada al alumno en el examen).

4º Criterios generales de corrección *(es imprescindible concretar las valoraciones que se harán en cada apartado y/o aspectos a tener en cuenta):*

Las directrices generales de valoración de un ejercicio serán su planteamiento y el desarrollo matemático de dicho planteamiento; la mera descripción, sin ejecución, de ambas directrices no será tenida en cuenta.

Sí serán tenidos en cuenta:

El orden, la claridad de exposición, la capacidad de síntesis.

El uso del lenguaje, la notación y los símbolos matemáticos adecuados al contexto y a la situación, la utilización de argumentos, justificaciones, explicaciones y razonamientos explícitos y coherentes y la interpretación de la solución matemática del problema en el contexto de la realidad.

Los errores de cálculo operativo, no conceptuales, se penalizarán con un máximo del 10% de la puntuación asignada al ejercicio o al apartado correspondiente.

En los ejercicios en los que sea necesaria la lectura en sentido inverso, en la tabla de la ley Normal, de valores de áreas que no aparezcan en dicha tabla, se darán por buenos cualquiera de los dos procedimientos siguientes:

- a) interpolación
- b) aproximación por el valor más cercano de los que aparezcan en la tabla.

5° Información adicional *(aquella que por su naturaleza no está contenida en los apartados anteriores).*

6º Modelo de prueba.

Este examen consta de 4 Bloques (A, B, C y D)

Deberá responder a cuatro ejercicios de entre los ocho propuestos con la condición de que pertenezcan al menos a 3 bloques distintos. En caso de responder a más ejercicios de los requeridos, serán tenidos en cuenta los respondidos en primer lugar.

BLOQUE A

EJERCICIO 1

Se consideran las matrices

$$A = \begin{pmatrix} -1 & 11 \\ 5 & -4 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 5 & 0 \\ -3 & 9 \end{pmatrix} \quad \text{y} \quad C = \begin{pmatrix} 4 & 6 \\ m & 3 \end{pmatrix}.$$

- a) **(1.25 puntos)** Resuelva el siguiente sistema de ecuaciones matriciales:

$$\begin{cases} 3X + 2Y = A \\ -4X + Y = B \end{cases}$$

- b) **(0.5 puntos)** ¿Para qué valores de m tiene inversa la matriz C ?
c) **(0.75 puntos)** Para $m = 1$, calcule la matriz inversa de C .

EJERCICIO 2

- a) **(1.5 puntos)**. Represente gráficamente la región determinada por las siguientes restricciones y determine sus vértices:

$$2x + y \leq 6 \quad 4x + y \leq 10 \quad -x + y \leq 3 \quad x \geq 0 \quad y \geq 0$$

- b) **(1 punto)** Calcule el máximo de la función $f(x, y) = 4x + 2y - 3$ en el recinto anterior e indique dónde se alcanza.

BLOQUE B

EJERCICIO 3

Sea la función definida de la forma

$$f(x) = \begin{cases} \frac{2x}{x-1} & \text{si } x < 2 \\ 2x^2 - 10x & \text{si } x \geq 2 \end{cases}$$

- a) **(0.5 puntos)** Halle el dominio de f .
b) **(1 punto)** Estudie la derivabilidad de f en $x = 2$.
c) **(1 punto)** Calcule la integral indefinida de la función $f(x) = 2x^2 - 10x$.

EJERCICIO 4

Sea $C(x)$ la función de costes de una empresa, expresada en miles de euros, donde x mide, en toneladas, la cantidad producida. De esta función se sabe que $C'(x) = 7x^2 - 8x + 1$

- a) **(0.5 puntos)** Determine la cantidad a producir por la empresa para minimizar el coste.
b) **(1 punto)** Sabiendo que si no hay producción el coste asciende a 30 000 euros, obtenga $C(x)$.

¿Cuál es el mínimo coste de producción para la empresa?

- c) **(1 punto)** Si la cantidad a producir está entre 0 y 1.2 toneladas, ¿cuál sería la producción que supondría un mayor coste a la empresa?

BLOQUE C

EJERCICIO 5

- a) **(1.25 puntos)** Sean A y B dos sucesos de un mismo espacio muestral. Sabiendo que $P(A) = 0.5$, $P(B) = 0.4$ y $P(A \cup B) = 0.8$, determine $P(A/B)$.
- b) **(1.25 puntos)** Sean C y D dos sucesos de un mismo espacio muestral. Sabiendo que $P(C) = 0.3$, $P(D) = 0.8$ y que C y D son independientes, determine $P(C \cup D)$.

EJERCICIO 6

Se sabe que el 30% de los individuos de una población tiene estudios superiores; también se sabe que, de ellos, el 95% tiene empleo. Además, de la parte de la población que no tiene estudios superiores, el 60% tiene empleo.

- a) **(1 punto)** Calcule la probabilidad de que un individuo elegido al azar, tenga empleo.
- b) **(1.5 puntos)** Se ha elegido un individuo aleatoriamente y tiene empleo; calcule la probabilidad de que tenga estudios superiores.

BLOQUE D

EJERCICIO 7

El número de días de permanencia de los enfermos en un hospital sigue una ley Normal de media μ días y desviación típica 3 días.

- a) **(1.25 puntos)** Determine un intervalo de confianza para estimar μ , a un nivel del 97%, con una muestra aleatoria de 100 enfermos cuya media es 8.1 días.
- b) **(1.25 puntos)** ¿Qué tamaño mínimo debe tener una muestra aleatoria para poder estimar μ con un error inferior a 1 día y un nivel de confianza del 92%.

EJERCICIO 8

Sea la población $\{1, 2, 3, 4\}$.

- a) **(1 punto)** Construya todas las muestras posibles de tamaño 2, mediante muestreo aleatorio simple.
- b) **(1.5 puntos)** Calcule la varianza de las medias muestrales.

7º Criterios específicos del modelo de prueba.

OBSERVACIÓN

En las puntuaciones parciales que se indican a continuación, se entenderá que es la puntuación máxima que se puede obtener por cada apartado o por cada una de las cuestiones planteadas en el mismo, según corresponda, pudiendo ser divididas a su vez en otras puntuaciones menores si así lo permite la pregunta realizada.

BLOQUE A

Ejercicio 1: 2.5 puntos

- a) Hasta 1.25 puntos.
- b) Hasta 0.5 puntos.
- c) Hasta 0.75 puntos.

Ejercicio 2: 2.5 puntos

- a) Hasta 1.5 puntos.
- b) 0.25 por valorar los vértices, 0.75 por expresar que la solución es el segmento.

BLOQUE B

Ejercicio 3: 2.5 puntos

- a) Hasta 0.5 puntos.
- b) Hasta 1 punto.
- c) Hasta 1 punto.

Ejercicio 4: 2.5 puntos

- a) Hasta 0.5 puntos.
- b) 0.75 por el cálculo de $C(x)$ y 0.25 por el cálculo de $C(I)$.
- c) Hasta 1 punto.

BLOQUE C

Ejercicio 5: 2.5 puntos

- a) 0.25 por la probabilidad de la intersección, 1 por el resto.
- b) 0.25 por la probabilidad de la intersección, 1 por el resto.

Ejercicio 6: 2.5 puntos

- a) Hasta 1 punto.
- b) Hasta 1.5 puntos.

BLOQUE D

Ejercicio 7: 2.5 puntos

- a) Hasta 0.5 puntos por el planteamiento. Hasta 0.75 por la resolución.
- b) Hasta 0.5 puntos por el planteamiento. Hasta 0.75 por la resolución.

Ejercicio 8: 2.5 puntos

- a) Hasta 1 punto.
- b) Hasta 1.5 puntos.