EMESTRADA
EXÁMENES DE SELECTIVIDAD

PROBLEMAS RESUELTOS
SELECTIVIDAD ANDALUCÍA
2023

MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CIENCIAS SOCIALES

TEMA 4: FUNCIONES

- Junio, Ejercicio B3
- Junio, Ejercicio B4
- Reserva 1, Ejercicio B3
- Reserva 1, Ejercicio B4
- Reserva 2, Ejercicio B3
- Reserva 2, Ejercicio B4
- Reserva 3, Ejercicio B3
- Reserva 3, Ejercicio B4
- Reserva 4, Ejercicio B3
- Reserva 4, Ejercicio B4
- Julio, Ejercicio B3
- Julio, Ejercicio B4

Se considera la función $f(x)=x^3-3x^2+2x$
a) Halle los puntos de corte con los ejes, los intervalos de crecimiento y decrecimiento, los extremos relativos de *f* y su curvatura.
b) Represente gráficamente la función *f*.
c) Calcule el área del recinto acotado, limitado por la gráfica de *f* y el eje de abscisas.
SOCIALES II. 2023. JUNIO. EJERCICIO B3

R E S O L U C I Ó N

a) Corte eje X $\Rightarrow y=0\Rightarrow x^3-3x^2+2x=0\Rightarrow x(x^2-3x+2)=0\Rightarrow \begin{cases} x=0 \\ x=\dfrac{3\pm\sqrt{9-8}}{2}=\begin{cases} x=2 \\ x=1 \end{cases} \end{cases}$

Luego, corta en el eje X en los puntos: $(0,0)$; $(1,0)$; $(2,0)$

Corte eje Y $\Rightarrow x=0\Rightarrow y=0$

Calculamos la derivada y la igualamos a cero: $f'(x)=3x^2-6x+2=0\Rightarrow x=\dfrac{3\pm\sqrt{3}}{3}$

	$\left(-\infty,\dfrac{3-\sqrt{3}}{3}\right)$	$\left(\dfrac{3-\sqrt{3}}{3},\dfrac{3+\sqrt{3}}{3}\right)$	$\left(\dfrac{3+\sqrt{3}}{3},+\infty\right)$
Signo $f'(x)$	+	–+	+
Función	C	D	C

La función es creciente en $\left(-\infty,\dfrac{3-\sqrt{3}}{3}\right)\cup\left(\dfrac{3+\sqrt{3}}{3},+\infty\right)$ y decreciente en $\left(\dfrac{3-\sqrt{3}}{3},\dfrac{3+\sqrt{3}}{3}\right)$.

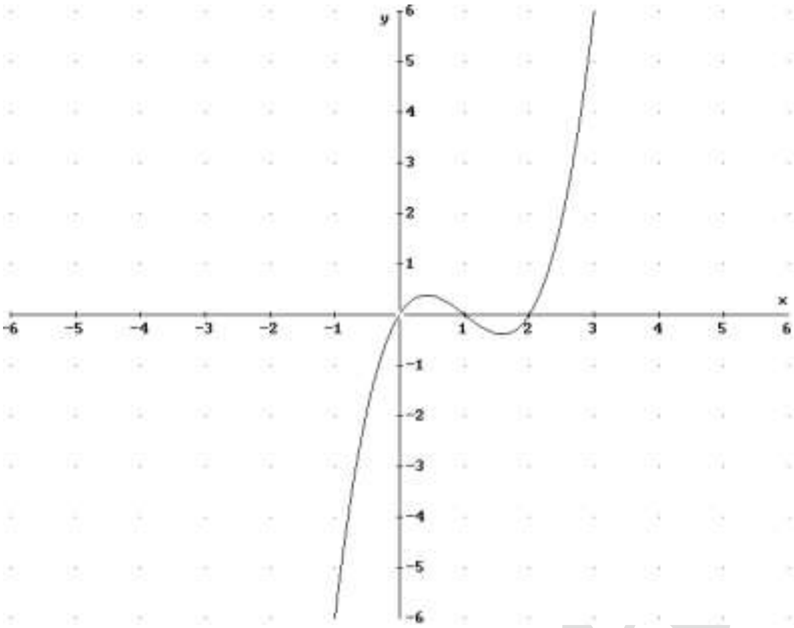
Tiene un máximo relativo en $(0'42,0'39)$ y un mínimo relativo en $(1'57,-0'38)$

Calculamos la segunda derivada y la igualamos a cero: $f''(x)=6x-6=0\Rightarrow x=1$

	$(-\infty,1)$	$(1,\infty)$
Signo $f''(x)$	–	+
Función	Cn	Cx

La función es cóncava $(-\infty,1)$ y convexa en $(1,\infty)$.

b) Dibujamos la función



c) Calculamos el área

$$\int_0^1 \left(x^3-3x^2+2x\right)dx+\int_1^2\left(-x^3+3x^2-2x\right)dx=\left[\frac{x^4}{4}-x^3+x^2\right]_0^1+\left[-\frac{x^4}{4}+x^3-x^2\right]_1^2=$$

$$=\left(\frac{1}{4}-1+1\right)-\left(0\right)+\left(-\frac{16}{4}+8-4\right)-\left(-\frac{1}{4}+1-1\right)=\frac{1}{2}\ u^2$$

Se desea analizar el valor de las acciones de una empresa en un día. La función $v(t)$ nos indica el valor, en euros, de cada acción de la empresa en función del tiempo *t*, medido en horas, a partir de la hora de apertura del mercado. De la función $v(t)$ se conoce que su variación instantánea es:

$$v'(t)=t^2-5t+6 \qquad t\in[0,6]$$

a) Determine los intervalos de crecimiento y decrecimiento de la función *v*
b) Si en el momento de la apertura del mercado se conoce que $v(0)=10$, halle la función *v*.
c) Si un inversor compró 3000 de estas acciones en el instante $t=2$ y posteriormente las vendió en el instante $t=4$, indique a cuánto ascendió la ganancia o la perdida que obtuvo el inversor con esta gestión.
d) ¿En qué momentos debería haber realizado este inversor las gestiones de compra y de venta para que la ganancia hubiese sido máxima?. Justifique la respuesta.
SOCIALES II. 2023 JUNIO. EJERCICIO B4

R E S O L U C I Ó N

a) Igualamos a cero la derivada: $v'(t)=t^2-5t+6=0 \Rightarrow \begin{cases} t=2 \\ t=3 \end{cases}$

	$(0,2)$	$(2,3)$	$(3,6)$
Signo $v'(t)$	$+$	$-+$	$+$
Función	C	D	C

La función es creciente en $(0,2)\cup(3,6)$ y decreciente en $(2,3)$.
Tiene un máximo relativo en $t=2$ y un mínimo relativo en $t=3$

b) Calculamos la función v: $v(t)=\int (t^2-5t+6t)\ dt=\dfrac{t^3}{3}-\dfrac{5t^2}{2}+6t+C$

Como nos dicen que $v(0)=10$, podemos calcular *C*, luego:

$$v(0)=\frac{0^3}{3}-\frac{5\cdot 0^2}{2}+6\cdot 0+C=10 \Rightarrow C=10 \Rightarrow v(t)=\frac{t^3}{3}-\frac{5\cdot t^2}{2}+6\cdot t+10$$

c) Calculamos el valor de la acción en $t=2$ y $t=4$

$$\left.\begin{array}{l} v(2)=\dfrac{44}{3} \\ v(4)=\dfrac{46}{3} \end{array}\right\} \Rightarrow \Delta v=\frac{46}{3}-\frac{44}{3}=\frac{2}{3}\ \text{€}/\,acción$$

Calculamos el beneficio obtenido: $3000\cdot\dfrac{2}{3}=2000$ €

d) El mejor momento para comprar corresponde al mínimo absoluto y el mejor momento para vender corresponde al máximo absoluto, luego:

$$v(0) = 10 \Rightarrow \text{Mínimo absoluto}$$
$$v(2) = \frac{44}{3}$$
$$v(3) = \frac{29}{2}$$
$$v(6) = 28 \Rightarrow \text{Máximo absoluto}$$

Luego, la ganancia máxima habría sido: $3000 \cdot (28 - 10) = 54.000$ €

a) Calcule la ecuación de la recta tangente a la gráfica de cada una de las siguientes funciones en el punto de abscisa $x=0$

$$f(x)=\frac{3x^2+5x-2}{-3x+7} \qquad g(x)=\ln\left(\frac{1}{3x+1}\right)$$

b) Calcule las integrales definidas siguientes:

$$\int_{-2}^{-1}\frac{5}{3x^4}\,dx \qquad \int_{-3}^{0}\frac{e^{\frac{x}{3}}}{5}\,dx$$

SOCIALES II. 2023 RESERVA 1 EJERCICIO B3

R E S O L U C I Ó N

a) La ecuación de la tangente en $x=0$ es: $y-f(0)=f'(0)\cdot(x-0)$

$$f(0)=-\frac{2}{7}$$

$$f'(x)=\frac{(6x+5)(-3x+7)-(-3)(3x^2+5x-2)}{(-3x+7)^2}\Rightarrow f'(0)=\frac{29}{49}$$

Sustituyendo, tenemos que: $y-f(0)=f'(0)\cdot(x-0)\Rightarrow y+\frac{2}{7}=\frac{29}{49}x\Rightarrow y=\frac{29}{49}x-\frac{2}{7}$

La ecuación de la tangente en $x=0$ es: $y-g(0)=g'(0)\cdot(x-0)$

$$g(0)=0$$

$$g'(x)=\frac{\frac{-3}{(3x+1)^2}}{\frac{1}{3x+1}}\Rightarrow g'(0)=-3$$

Sustituyendo, tenemos que: $y-g(0)=g'(0)\cdot(x-0)\Rightarrow y=-3x$

b) Calculamos las integrales:

$$\int_{-2}^{-1}\frac{5}{3x^4}\,dx=\frac{5}{3}\int_{-2}^{-1}x^{-4}\,dx=\frac{5}{3}\left[\frac{x^{-3}}{-3}\right]_{-2}^{-1}=\frac{5}{3}\left[\frac{1}{-3x^3}\right]_{-2}^{-1}=\frac{5}{3}\left[\left(\frac{1}{3}\right)-\left(\frac{1}{24}\right)\right]=\frac{35}{72}$$

$$\int_{-3}^{0}\frac{e^{\frac{x}{3}}}{5}\,dx=\frac{1}{5}\int_{-3}^{0}e^{\frac{x}{3}}\,dx=\frac{3}{5}\int_{-3}^{0}\frac{1}{3}e^{\frac{x}{3}}\,dx=\frac{3}{5}\left[e^{\frac{x}{3}}\right]_{-1}^{0}=\frac{3}{5}\left[(1)-\left(e^{-\frac{3}{3}}\right)\right]=\frac{3}{5}\left(1-e^{-1}\right)$$

Se considera la función $f(x)=\begin{cases} x^3+2x^2-3 & si \quad x\le 1 \\ 1+\dfrac{1}{x-2} & si \quad x>1 \end{cases}$

a) Estudie la continuidad de *f* . Si la función no es continua en algún punto, indique el tipo de discontinuidad que presenta.
b) Estudie la derivabilidad de *f*.
c) Determine las asíntotas de *f*.
SOCIALES II. 2023. RESERVA 1. EJERCICIO B4

R E S O L U C I Ó N

a) La función x^3+2x^2-3 al ser polinómica es continua y derivable en $\mathbb{R}$. La función $1+\dfrac{1}{x-2}$ es continua y derivable en $\mathbb{R}-\{2\}$. Estudiamos la continuidad en $x=1$.

$$\left.\begin{array}{l} \lim\limits_{x\to 1^-}\left(x^3+2x^2-3\right)=0 \\ \lim\limits_{x\to 1^+}\left(1+\dfrac{1}{x-2}\right)=0 \end{array}\right\} \Rightarrow \lim_{x\to 1^-} f(x)=\lim_{x\to 1^+} f(x)=f(1)=0 \Rightarrow \text{ Continua en } x=1$$

Luego, la función es continua en $\mathbb{R}-\{2\}$. En $x=2$ presenta una discontinuidad inevitable de salto infinito, ya que:

$$\left.\begin{array}{l} \lim\limits_{x\to 2^-}\left(1+\dfrac{1}{x-2}\right)=\dfrac{1}{0^-}=-\infty \\ \lim\limits_{x\to 2^+}\left(1+\dfrac{1}{x-2}\right)=\dfrac{1}{0^+}=+\infty \end{array}\right\}$$

b) Vamos a estudiar la derivabilidad en $x=1$

Calculamos la función derivada: $f'(x)=\begin{cases} 3x^2+4x & si \quad x<1 \\ \dfrac{-1}{(x-2)^2} & si \quad x>1 \end{cases}$ y como:

$$\left.\begin{array}{l} f'(1^-)=7 \\ f'(1^+)=-1 \end{array}\right\} \Rightarrow f'(1^-)\ne f'(1^+) \Rightarrow \text{ No es derivable en } x=1$$

Por lo tanto, la función es derivable en $\mathbb{R}-\{1 \ y \ 2\}$

c) La función polinómica x^3+2x^2-3 no tiene asíntotas. Calculamos las asíntotas de la función $f(x)=1+\dfrac{1}{x-2}$ para $x>1$

Asíntota vertical $x=2$, ya que $\left.\begin{array}{l} \lim\limits_{x\to 2^-}\left(1+\dfrac{1}{x-2}\right)=\dfrac{1}{0^-}=-\infty \\ \lim\limits_{x\to 2^+}\left(1+\dfrac{1}{x-2}\right)=\dfrac{1}{0^+}=+\infty \end{array}\right\}$

Asíntota horizontal $\lim\limits_{x\to+\infty} 1+\dfrac{1}{x-2}=1+\dfrac{1}{\infty}=1\Rightarrow y=1$

Asíntota oblicua: No tiene, ya que tiene horizontal.

a) Calcule la derivada de las siguientes funciones:

$$f(x) = (-7+x^2)^3 \cdot e^{5-x} \qquad g(x) = \frac{\ln(x^4-2x^2)}{8-x^3}$$

b) Represente gráficamente la región acotada comprendida entre la recta $y=-2x+6$ y la parábola $y=-x^2+2x+3$ y calcule su área.

SOCIALES II. 2023. RESERVA 2. EJERCICIO B3

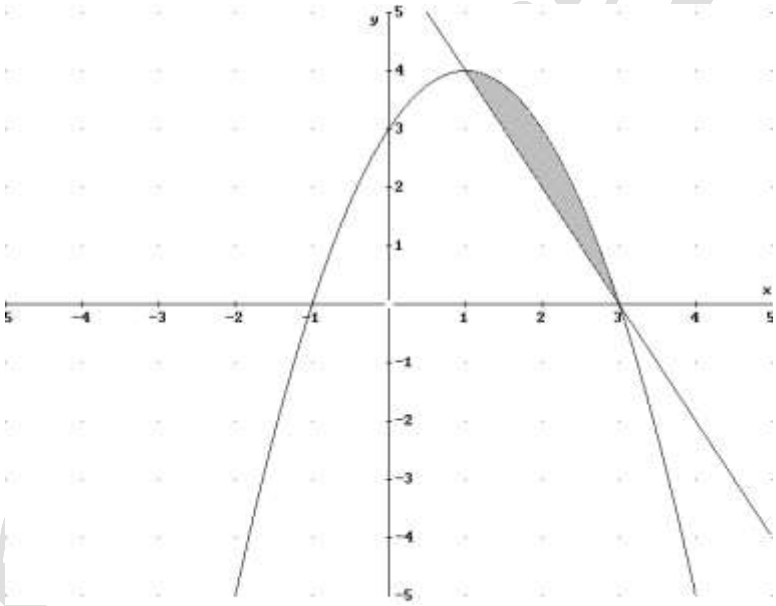
R E S O L U C I Ó N

a)

$$f'(x) = 3\cdot(-7+x^2)^2\cdot 2x\cdot e^{5-x} + (-1)\cdot e^{5-x}\cdot(-7+x^2)^3 = e^{5-x}\cdot(-7+x^2)^2\left[6x+7-x^2\right]$$

$$g'(x) = \frac{\dfrac{4x^3-4x}{(x^4-2x^2)}\cdot(8-x^3)-(-3x^2)\cdot\ln(x^4-2x^2)}{(8-x^3)^2}$$

b) Dibujamos las dos funciones



Calculamos los puntos de corte de las dos funciones

$$\left.\begin{array}{l} y=-2x+6 \\ y=-x^2+2x+3 \end{array}\right\} \Rightarrow -x^2+2x+3=-2x+6 \Rightarrow -x^2+4x-3=0 \Rightarrow x=1\ ;\ x=3$$

Luego el área vendrá dada por:

$$A = \int_1^3 \left[(-x^2+2x+3)-(-2x+6)\right]dx = \int_1^3 (-x^2+4x-3)\,dx =$$

$$= \left[-\frac{x^3}{3}+\frac{4x^2}{2}-3x\right]_1^3 = (-9+18-9)-\left(-\frac{1}{3}+2-3\right) = \frac{4}{3}\ u^2$$

La temperatura en el interior de un equipo de refrigeración durante un día que sufrió un corte de energía viene dada por la función *f* expresada en grados centígrados y el tiempo *t* en horas:

$$f(t)=\begin{cases} -9 & si \quad 0\le t\le 1 \\ -t^2+12t-20 & si \quad 1<t<11 \\ -9 & si \quad 11\le t\le 24 \end{cases}$$

a) Estudie la continuidad de *f* .
b) Represente gráficamente la función.
c) Conteste razonadamente a qué hora se produjo el corte de energía y cuánto duró dicho corte.
d) El equipo de refrigeración se utiliza para conservar sueros y vacunas. Los sueros se estropean si se alcanzan temperaturas de 20°C en algún momento. Las vacunas se estropean si están por encima de 0ºC durante más de seis horas. Razone si alguno de esos productos se estropeó ese día.
SOCIALES II. 2023. RESERVA 2. EJERCICIO B4

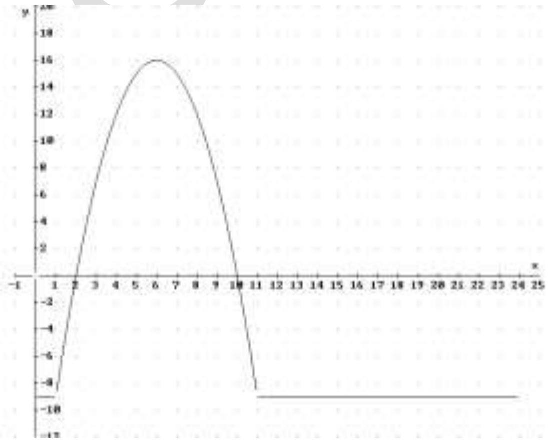
R E S O L U C I Ó N

a) Estudiamos la continuidad en $t=1$ y en $t=11$:

$$\left.\begin{array}{l} \lim\limits_{t\to 1^-}(-9)=-9 \\ \lim\limits_{t\to 1^+}(-t^2+12t-20)=-9 \end{array}\right\}\Rightarrow f(1)=\lim\limits_{t\to 1} f(t)=-9\Rightarrow \text{Continua en } t=1$$

$$\left.\begin{array}{l} \lim\limits_{t\to 11^-}\left(-t^2+12t-20\right)=-9 \\ \lim\limits_{t\to 11^+}(-9)=-9 \end{array}\right\}\Rightarrow f(11)=\lim\limits_{t\to 11} f(t)=-9\Rightarrow \text{Continua en } t=11$$

b)



c) La temperatura comenzó a aumentar a partir de la hora 1 hasta la hora 6 que llegó a 16ºC.
Después comenzó a disminuir hasta la hora 11 que llegó a – 9ºC y así se mantuvo hasta la hora 24.
El equipo de refrigeración dejó de funcionar en la hora 1 hasta la hora 6. Luego, estuvo sin funcionar 5 horas.
d) Los sueros no se estropearon ya que nunca se alcanzó la temperatura de 20ºC.
La temperatura estuvo por encima de 0ºC desde la hora 2 hasta la hora 10, es decir, 8 horas, por lo tanto, las vacunas si se estropearon.

a) Se considera la función $f(x)=\begin{cases} ax^2+bx+6 & si \quad x\le 2'5 \\ -1'4x+7 & si \quad x>2'5 \end{cases}$

con ***a*** **y** ***b*** **números reales. Calcule el valor de los parámetros** ***a*** **y** ***b*** **para que la función sea continua y tenga un máximo en** $x=1$**.**

b) Represente gráficamente la función $g(x)=-2x^2+2x+4$ **y calcule el área de la región acotada, limitada por la gráfica de dicha función y el eje de abscisas.**

SOCIALES II. 2023 RESERVA 3. EJERCICIO B3

R E S O L U C I Ó N

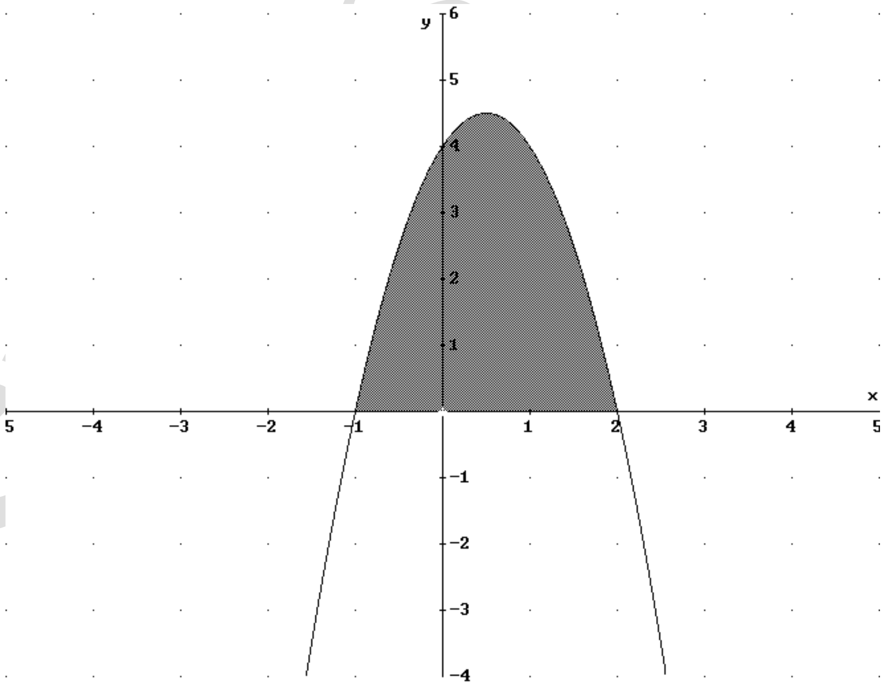
a) Como es continua en $x=2'5$

$$\left.\begin{array}{l} \lim\limits_{x\to 2'5^-}\left(ax^2+bx+6\right)=6'25a+2'5b+6 \\ \lim\limits_{x\to 2'5^+}\left(-1'4x+7\right)=-3'5+7=3'5 \end{array}\right\}\Rightarrow 6'25a+2'5b=-2'5$$

Máximo en $x=1\Rightarrow f'(1)=0\Rightarrow f'(x)=2ax+b\Rightarrow 2a+b=0$

Resolvemos el sistema: $\left.\begin{array}{c} 6'25a+2'5b=-2'5 \\ 2a+b=0 \end{array}\right\}\Rightarrow a=-2 \ ; \ b=4$

b) Representamos la función:



Calculamos el área

$$\int_{-1}^{2}(-2x^2+2x+4)\,dx=\left[-\frac{2x^3}{3}+x^2+4x\right]_{-1}^{2}=\left(-\frac{16}{3}+4+8\right)-\left(\frac{2}{3}+1-4\right)=9\ u^2$$

Se considera la función $f(x)=\begin{cases} \dfrac{x^2}{3} & si \quad 0\le x\le 2 \\ \dfrac{4}{x+1} & si \quad x>2 \end{cases}$

a) Estudie la continuidad y derivabilidad de la función *f*.

b) Determine los intervalos de crecimiento y decrecimiento, el máximo de la función y represente gráficamente la función.

SOCIALES II. 2023 RESERVA 3. EJERCICIO B4

R E S O L U C I Ó N

a) Estudiamos la continuidad en $x=2$.

$$\left.\begin{array}{l} \lim\limits_{x\to 2^-}\left(\dfrac{x^2}{3}\right)=\dfrac{4}{3} \\ \lim\limits_{x\to 2^+}\left(\dfrac{4}{x+1}\right)=\dfrac{4}{3} \end{array}\right\} \Rightarrow f(2)=\lim_{x\to 2} f(x)=\frac{4}{3} \Rightarrow \text{ Continua en } x=2$$

Calculamos la derivada $f'(x)=\begin{cases} \dfrac{2x}{3} & si \quad 0\le x<2 \\ \dfrac{-4}{(x+1)^2} & si \quad x>2 \end{cases}$

Como $f'(2^-)=\dfrac{4}{3}\neq f'(2^+)=-\dfrac{4}{9}\Rightarrow$ No es derivable en $x=2$

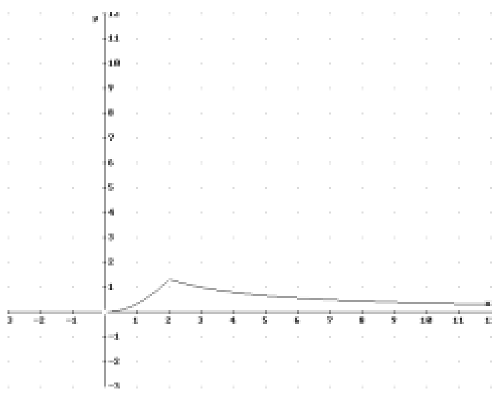
b) Igualamos la derivada a cero $\dfrac{2x}{3}=0\Rightarrow x=0$; $\dfrac{-4}{(x+1)^2}=0\Rightarrow$ No tiene solución

	$(0,2)$	$(2,+\infty)$
Signo $f'(x)$	+	–
Función	C	D

La función es decreciente en $(2,+\infty)$ y creciente en $(0,2)$.

Tiene un máximo relativo (Pico) en $\left(2,\dfrac{4}{3}\right)$

Dibujamos la función.



Se considera la función $f(x)=\begin{cases} x^2-4x+4 & si \quad x<3 \\ -x+4 & si \quad x\geq 3 \end{cases}$

a) Estudie la continuidad y derivabilidad de la función *f* en todos los puntos de su dominio.
b) Represente gráficamente *f*.
c) Calcule el área de la región limitada por la gráfica de *f* , el eje de abscisas y las rectas $x=2$ **y** $x=4$
SOCIALES II. 2023 RESERVA 4. EJERCICIO B3

R E S O L U C I Ó N

a) La función x^2-4x+4 y la función $-x+4$ al ser polinómicas son continuas y derivables en su dominio. Por lo tanto, solo tenemos que estudiar la continuidad y derivabilidad en $x=3$.

$$\left.\begin{array}{l} \lim\limits_{x\to 3^-}\left(x^2-4x+4\right)=1 \\ \lim\limits_{x\to 3^+}\left(-x+4\right)=1 \end{array}\right\} \Rightarrow f(3)=\lim_{x\to 3} f(x)=1 \Rightarrow \text{ Es continua en } x=3$$

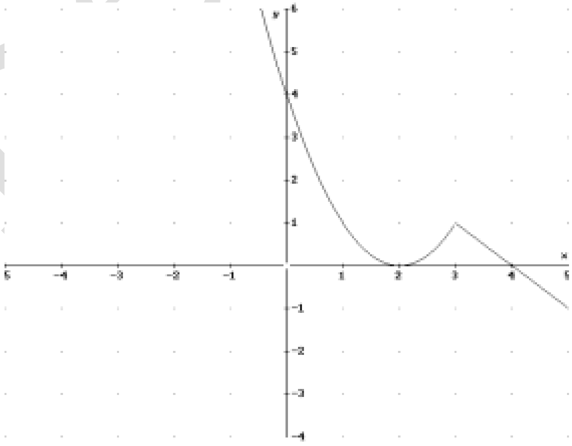
Calculamos la derivada y estudiamos la derivabilidad en $x=3$

$$f'(x)=\begin{cases} 2x-4 & si \quad x<3 \\ -1 & si \quad x>3 \end{cases}$$

Como: $\left.\begin{array}{l} f'(3^-)=2 \\ f'(3^+)=-1 \end{array}\right\} \Rightarrow f'(3^-)\neq f'(3^+) \Rightarrow$ No es derivable en $x=3$

Luego, la función es continua en $\mathbb{R}$ y derivable en $\mathbb{R}-\{3\}$

b) Dibujamos la función



c) Calculamos el área

$$A=\int_2^3 (x^2-4x+4)\,dx+\int_3^4 (-x+4)\,dx=\left[\frac{x^3}{3}-2x^2+4x\right]_2^3+\left[-\frac{x^2}{2}+4x\right]_3^4=$$

$$=\left(\frac{27}{3}-18+12\right)-\left(\frac{8}{3}-8+8\right)+\left(-\frac{16}{2}+16\right)-\left(-\frac{9}{2}+12\right)=\frac{5}{6}\;u^2$$

La función $B(t)=-t^2+21t-20$ con $0\leq t\leq 15$ representa el beneficio, en miles de euros, de una empresa en función de los años, *t*.

a) Si la función $I(t)=-t^2+48t$ representa los ingresos de esta empresa, en miles de euros, para el mismo intervalo de tiempo, ¿cuál es la función de gastos de dicha empresa? ¿Cuáles son los gastos iniciales?.

b) Calcule el momento a partir del cual el beneficio fue positivo.

c) Calcule en qué momento el beneficio fue máximo y el valor del mismo.

d) Represente gráficamente la función beneficio.

SOCIALES II. 2023 RESERVA 4. EJERCICIO B4

R E S O L U C I Ó N

a) La función gastos es: $G(t)=I(t)-B(t)=-t^2+48t-\left(-t^2+21t-20\right)=27t+20$

Los gastos iniciales son: $G(0)=27\cdot 0+20=20\Rightarrow$ 20.000 €

b) Calculamos los puntos de corte con el eje X

$$B(t)=-t^2+21t-20=0\Rightarrow t=\frac{-21\pm\sqrt{441-80}}{-2}=\frac{-21\pm 19}{-2}=\begin{cases} t=1 \\ t=20\Rightarrow \textit{No sirve}\end{cases}$$

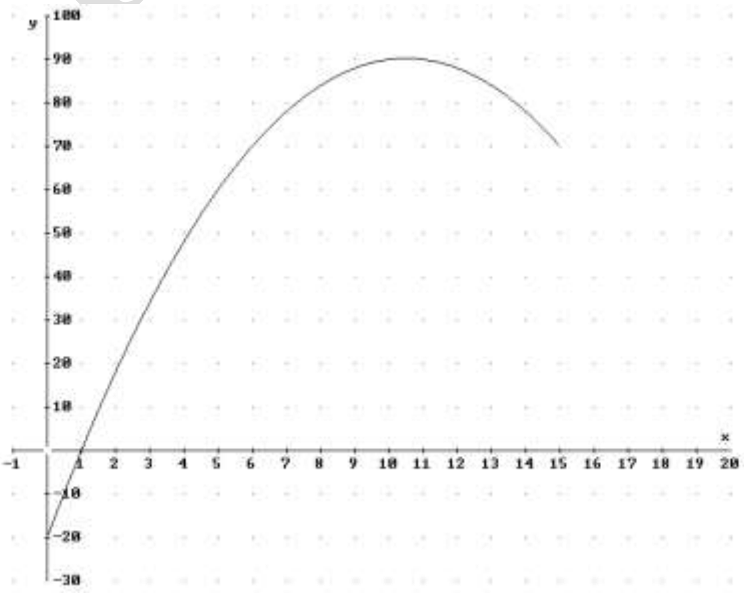
Luego, el beneficio es positivo a partir del primer año.

c) Calculamos la derivada y la igualamos a cero

$$B'(t)=-2t+21=0\Rightarrow t=10'5$$

El beneficio fue máximo para $t=10'5$ y vale $B(t)=-(10'5)^2+21\cdot 10'5-20=90'25\Rightarrow 90.250$ €

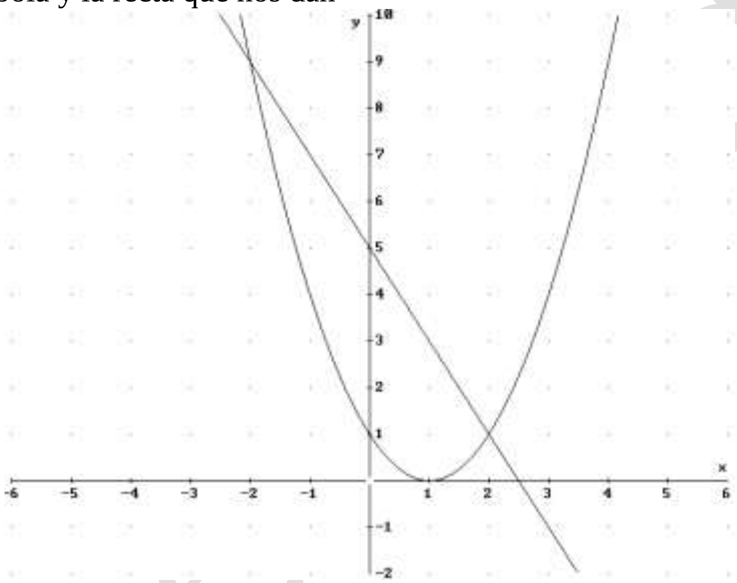
d) Representamos la parábola en el intervalo $[0,8]$



El área quemada de la región plana de la cubierta de plástico de un invernadero, coincide con el área de la región acotada delimitada por las gráficas de las funciones $f(x)=(x-1)^2$ y $g(x)=5-2x$ donde x está expresado en metros.
a) Represente gráficamente la zona deteriorada.
b) Para reparar la región quemada, se ha de utilizar plástico cuyo coste es de 15 euros por metro cuadrado. Si en el trabajo de reparación se desperdicia la tercera parte del plástico adquirido, ¿cuánto costará el plástico comprado?.
SOCIALES II. 2023. JULIO. EJERCICIO B3

R E S O L U C I Ó N

a) Dibujamos la parábola y la recta que nos dan



b) Calculamos el área que nos piden

$$A=\int_{-2}^{2}\left((5-2x)-(x-1)^2\right)dx=\int_{-2}^{2}\left(-x^2+4\right)dx=\left[-\frac{x^3}{3}+4x\right]_{-2}^{2}=\left(\frac{-8}{3}+8\right)-\left(\frac{8}{3}-8\right)=\frac{32}{3}\ m^2$$

Luego, $\frac{2}{3}\cdot P=\frac{32}{3}\Rightarrow P=16\ m^2$. Por lo tanto, el plástico comprado, nos costará: $16\cdot 15=240$ €

Sea la función $f(t)=\dfrac{12t-24}{t+3}$, $t\geq 0$.

a) Represente gráficamente la función *f*, determinando los puntos de corte con los ejes coordenados y las ecuaciones de las asíntotas, y estudiando la monotonía y curvatura de *f*.

b) Si la función *f* representa los beneficios de una empresa, en millones de euros, donde *t* indica los años de vida de la empresa:

b.1)¿A partir de qué año la empresa deja de tener pérdidas?. Justifique la respuesta

b.2) A medida que pasan los años, ¿están limitados los beneficios?. En caso afirmativo, ¿cuál es su límite y por qué?.

SOCIALES II. 2023 JULIO. EJERCICIO B4

R E S O L U C I Ó N

a) Calculamos los puntos de corte con los ejes

Eje X $\Rightarrow f(t)=0\Rightarrow 12t-24=0\Rightarrow t=2\Rightarrow (2,0)$

Eje Y $\Rightarrow t=0\Rightarrow f(t)=\dfrac{-24}{3}=-8\Rightarrow (0,-8)$

Calculamos las asíntotas:

Asíntota vertical: Podría tener una asíntota vertical en $t=-3$, pero está fuera de su dominio

Asíntota horizontal: $y=12$, ya que:

$$\lim_{t\to\infty}\frac{12t-24}{t+3}=\frac{\infty}{\infty}=\lim_{t\to\infty}\frac{\frac{12t}{t}-\frac{24}{t}}{\frac{t}{t}+\frac{3}{t}}=\lim_{t\to\infty}\frac{12-\frac{24}{t}}{1+\frac{3}{t}}=\frac{12-0}{1+0}=12$$

Asíntota oblicua: no tiene, ya que tiene horizontal

Estudiamos la monotonía: Calculamos la primera derivada e igualamos a cero

$$f'(t)=\frac{12(t+3)-1(12t-24)}{(t+3)^2}=\frac{60}{(t+3)^2}=0\Rightarrow No$$

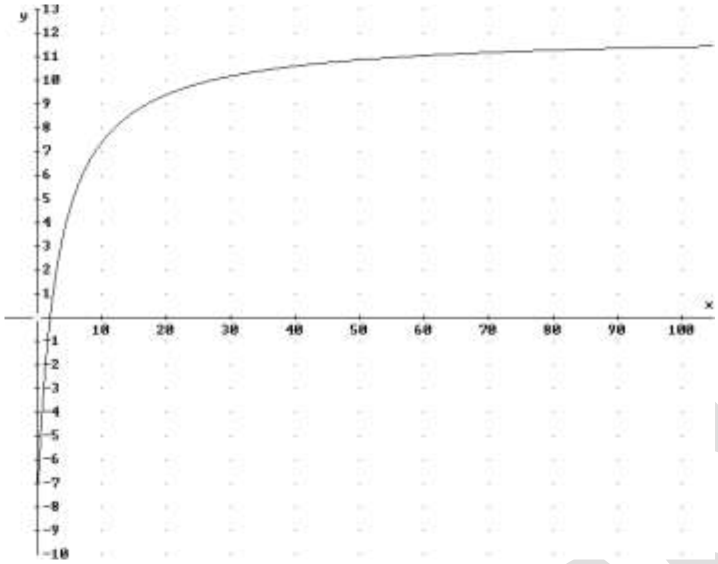
Luego, la función es creciente en su dominio.

Estudiamos la curvatura: Calculamos la segunda derivada e igualamos a cero.

$$f''(t)=\frac{-2(t+3)\cdot 60}{(t+3)^4}=\frac{-120}{(t+3)^3}=0\Rightarrow No$$

Luego, la función es cóncava en su dominio.

Hacemos el dibujo de la función



b.1) Vemos en el dibujo que la empresa deja de tener pérdidas al segundo año, que es el punto de corte con el eje X.

b.2) A medida que pasan los años, los beneficios están limitados. El límite es 12 millones de euros que es la asíntota horizontal.