EMESTRADA
EXÁMENES DE
SELECTIVIDAD

PROBLEMAS RESUELTOS
SELECTIVIDAD ANDALUCÍA
2023

MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CIENCIAS SOCIALES

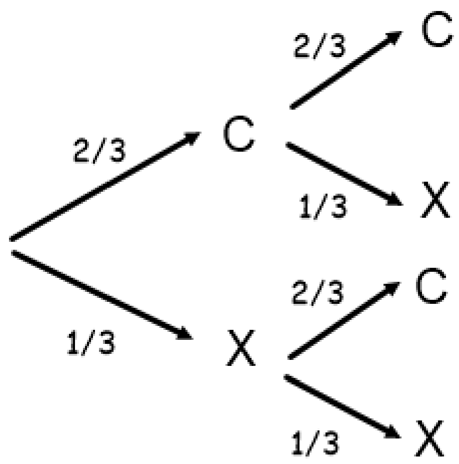
TEMA 5: PROBABILIDAD

- Junio, Ejercicio C5
- Junio, Ejercicio C6
- Reserva 1, Ejercicio C5
- Reserva 1, Ejercicio C6
- Reserva 2, Ejercicio C5
- Reserva 2, Ejercicio C6
- Reserva 3, Ejercicio C5
- Reserva 3, Ejercicio C6
- Reserva 4, Ejercicio C5
- Reserva 4, Ejercicio C6
- Julio, Ejercicio C5
- Julio, Ejercicio C6

Disponemos de una moneda trucada en la que la probabilidad de obtener cara, al lanzarla, es el doble de la de obtener cruz.
a) Halle la probabilidad de que, al lanzar la moneda, se obtenga cara.
b) Halle la probabilidad de que, al lanzar dos veces la moneda, se obtenga una cara y una cruz sin importar el orden.
c) Halle la probabilidad de que, al lanzar dos veces la moneda, se obtenga al menos una cara.
d) Si al lanzar la moneda dos veces observamos que ha salido al menos una cara, halle la probabilidad de que se obtengan dos caras.
SOCIALES II. 2023. JUNIO. EJERCICIO C5

R E S O L U C I Ó N

Hacemos un diagrama de árbol con los datos del problema



a) $p(C)=\dfrac{2}{3}$

b) $p(CX\ ó\ XC)=\dfrac{2}{3}\cdot\dfrac{1}{3}+\dfrac{1}{3}\cdot\dfrac{2}{3}=\dfrac{4}{9}$

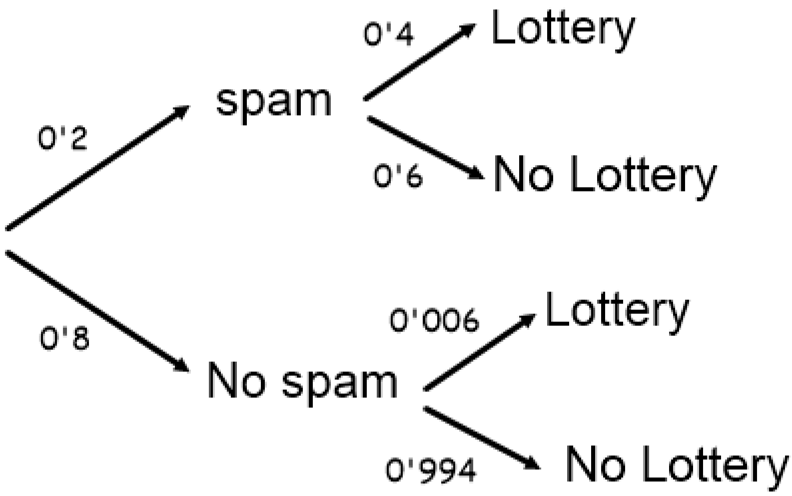
c) $p(al\ menos\ 1C)=1-p(XX)=1-\dfrac{1}{3}\cdot\dfrac{1}{3}=\dfrac{8}{9}$

d) $p(2C/al\ menos\ 1C)=\dfrac{\dfrac{2}{3}\cdot\dfrac{2}{3}}{\dfrac{8}{9}}=\dfrac{\dfrac{4}{9}}{\dfrac{8}{9}}=\dfrac{4}{8}=0'5$

En una base de datos de correos electrónicos se ha observado que el 20% de los correos recibidos son spam. Además, se ha observado que la palabra "lottery" ha aparecido en el 40% de los correos que son spam y en el 0'6% de los correos que no lo son.
a) Halle la probabilidad de que en un correo elegido al azar en el que aparezca la palabra "lottery" sea spam.
b) Halle la probabilidad de que un correo elegido al azar en el que no aparezca la palabra "lottery" no sea spam.
c) Si un correo se etiqueta como spam si aparece la palabra "lottery" y como no spam si esta palabra no aparece, calcule la probabilidad de que un correo se etiquete incorrectamente.
SOCIALES II. 2023. JUNIO. EJERCICIO C6

R E S O L U C I Ó N

Hacemos un diagrama de árbol con los datos del problema



a) $p(spam / Lottery) = \dfrac{p(spam \cap Lottery)}{p(Lottery)} = \dfrac{0'2 \cdot 0'4}{0'2 \cdot 0'4 + 0'8 \cdot 0'006} = 0'9434$

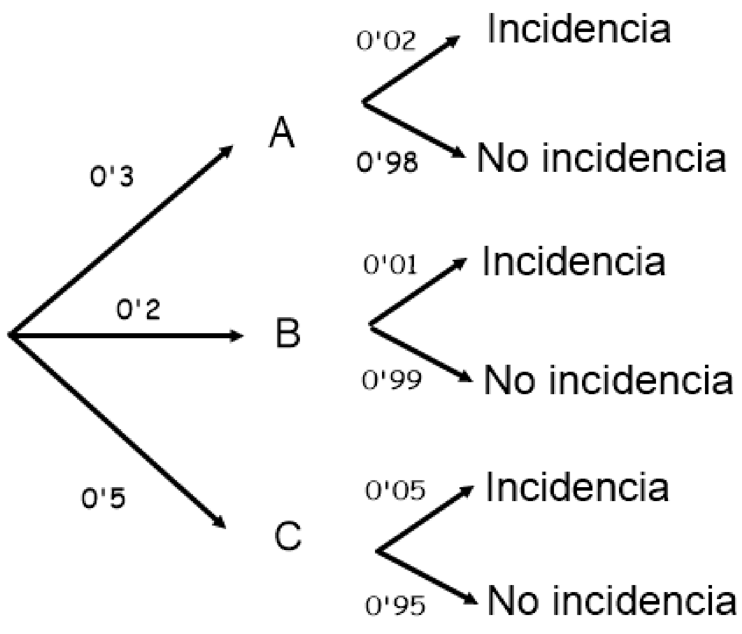
b) $p(no\, spam / no\, Lottery) = \dfrac{p(no\, spam \cap no\, Lottery)}{p(no\, Lottery)} = \dfrac{0'8 \cdot 0'994}{0'2 \cdot 0'6 + 0'8 \cdot 0'994} = 0'8689$

c) $p(incorrecta) = 0'2 \cdot 0'6 + 0'8 \cdot 0'006 = 0'1248$

Una empresa de transporte dispone de tres tipos de camiones, *A*, *B* y *C*. El 30% de los transportes son realizados por camiones del tipo *A*, el 20% por camiones de tipo *B* y el resto por camiones de tipo *C*. Se sabe que los transportes tienen una probabilidad de 0'02 de sufrir algún tipo de incidencia si son realizados en camiones de tipo *A*, de 0'01 si son realizados en camiones de tipo *B* y de 0'05 si son realizados en camiones de tipo *C*. Se elige un transporte de esta empresa al azar.
a) Calcule la probabilidad de que no haya sufrido ningún tipo de incidencia.
b) Calcule la probabilidad de que lo haya realizado un camión de tipo *C* si se sabe que sufrió algún tipo de incidencia.
c) Si además se conoce que el 40% de las incidencias sufridas por los camiones de tipo *A* fueron debidas a la lluvia, calcule la probabilidad de que el transporte haya sido realizado por un camión de tipo *A*, haya sufrido incidencia y también esta sea debida a la lluvia.
SOCIALES II. 2023. RESERVA 1. EJERCICIO C5

R E S O L U C I Ó N

Hacemos un diagrama de árbol con los datos del problema:



a) $p(No\ incidencia) = 0'3 \cdot 0'98 + 0'2 \cdot 0'99 + 0'5 \cdot 0'95 = 0'967$

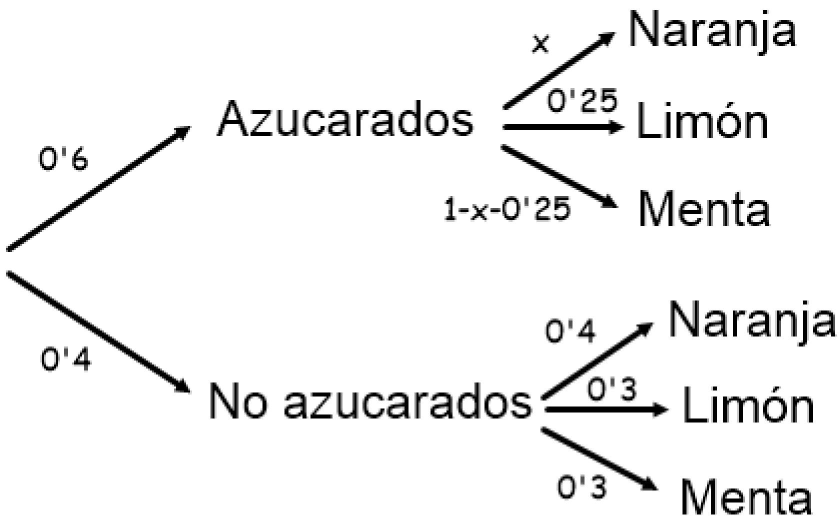
b) $p\left(C/Incidencia\right) = \dfrac{0'5 \cdot 0'05}{0'3 \cdot 0'02 + 0'2 \cdot 0'01 + 0'5 \cdot 0'05} = \dfrac{0'025}{0'033} = 0'7575$

c) $p\left(A \cap incidencia \cap lluvia\right) = 0'3 \cdot 0'02 \cdot 0'4 = 0'0024$

Una tienda vende caramelos con sabor a frutas (naranja ó limón) y a menta. El 60% son azucarados y de estos el 25% son de limón. De los no azucarados, el 40% son de naranja, el 30% son de limón y el resto de menta. Además, el 40% de todos los caramelos son de naranja. Se escoge un caramelo al azar de esa tienda.
a) Calcule la probabilidad de que sea de naranja sabiendo que es azucarado.
b) Razone si es más probable que sea de sabor a frutas o a menta.
SOCIALES II. 2023. RESERVA 1. EJERCICIO C6

R E S O L U C I Ó N

Hacemos un diagrama de árbol con los datos del problema:



$$p(Caramelos\ de\ Naranja) = 0'4 = 0'6 \cdot x + 0'4 \cdot 0'4 \Rightarrow x = 0'4$$

$$p(Caramelos\ de\ Menta) = 1 - x - 0'25 = 1 - 0'4 - 0'25 = 0'35$$

a) $p\left({Naranja}/{Azucarado} \right) = \dfrac{0'6 \cdot 0'4}{0'6 \cdot 0'4 + 0'6 \cdot 0'25 + 0'6 \cdot 0'35} = 0'4$

b) $p(frutas) = 0'6 \cdot 0'25 + 0'6 \cdot 0'4 + 0'4 \cdot 0'4 + 0'4 \cdot 0'3 = 0'67$

$p(menta) = 0'6 \cdot 0'35 + 0'4 \cdot 0'3 = 0'33$

Luego, es más probable que sea de sabor a frutas.

En una encuesta realizada en un instituto sobre los hábitos de los estudiantes en su tiempo libre, el 80% de los encuestados dedica el tiempo libre a enviar mensajes con el móvil o a jugar videojuegos, el 45% realiza ambas cosas y el 40% no juega a videojuegos. Si se elige un estudiante de ese instituto al azar, calcule la probabilidad de que dedique su tiempo libre a:
a) Enviar mensajes con el móvil y no jugar a videojuegos.
b) Jugar a videojuegos sabiendo que no envía mensajes con el móvil.
c) Hacer solamente una de las dos cosas.
d) No hacer ninguna de las dos cosas.
SOCIALES II. 2023 RESERVA 2. EJERCICIO C5

R E S O L U C I Ó N

Datos del problema:

Suceso A: "Enviar mensajes"
Suceso B: "Jugar a videojuegos"
$p(A\cup B)=0'8$
$p(A\cap B)=0'45$
$p(B^c)=0'4\Rightarrow p(B)=0'6$

a) Nos piden: $p(A\cap B^c)$

$$p(A\cup B)=p(A)+p(B)-p(A\cap B)\Rightarrow 0'8=p(A)+0'6-0'45\Rightarrow p(A)=0'65$$

$$p(A\cap B^c)=p(A)-p(A\cap B)=0'65-0'45=0'2$$

b) $p\left(B/A^c\right)=\dfrac{p(B\cap A^c)}{p(A^c)}=\dfrac{p(B)-p(A\cap B)}{1-p(A)}=\dfrac{0'6-0'45}{1-0'65}=\dfrac{0'15}{0'35}=\dfrac{3}{7}=0'4285$

c) $p(A\cap B^c)+p(A^c\cap B)=p(A)-p(A\cap B)+p(B)-p(A\cap B)=0'65-0'45+0'6-0'45=0'35$

d) $p(A^c\cap B^c)\xrightarrow{MORGAN}=p(A\cup B)^c=1-p(A\cup B)=1-0'8=0'2$

Un componente electrónico se produce en dos fábricas, *A* y *B*. Se exporta el 40% de los componentes producidos en *A* y la cuarta parte de los producidos en *B*, mientras que el resto es para consumo nacional. Además, el 37% de todos los componentes producidos es exportado. Si se elige un componente electrónico al azar, halle la probabilidad de que:

a) Se haya producido en la fábrica *A*.

b) Se haya producido en la fábrica *A* sabiendo que no es exportado.

SOCIALES II. 2023. RESERVA 2. EJERCICIO C6

R E S O L U C I Ó N

Hacemos un diagrama de árbol con los datos del problema:

a) $p(\text{exportado}) = 0'37 = x \cdot 0'4 + (1-x) \cdot 0'25 \Rightarrow x = 0'8$

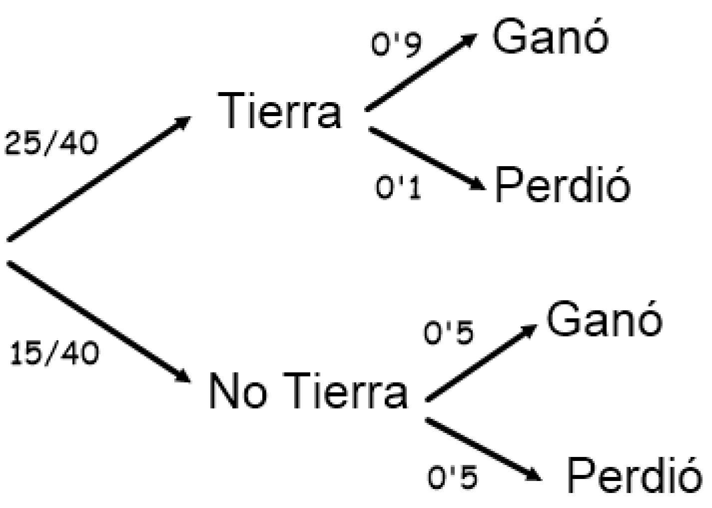
Luego: $p(\text{fábrica } A) = 0'8$

b) $p\left(\text{Fábrica } A / \text{No exportado}\right) = \dfrac{0'8 \cdot 0'6}{0'8 \cdot 0'6 + 0'2 \cdot 0'75} = \dfrac{0'48}{0'63} = 0'7619$

Durante la pasada temporada, una tenista ganó el 90% de los partidos que jugó sobre tierra y la mitad cuando lo hizo sobre otro tipo de superficie. De los 40 partidos que jugó la temporada pasada, 25 lo hizo sobre tierra. Elegido al azar un partido de la temporada pasada de esta tenista, halle la probabilidad de que:
a) Ganase el partido.
b) No ganase sabiendo que jugó sobre tierra.
c) Jugase sobre tierra sabiendo que ganó.
SOCIALES II. 2023. RESERVA 3. EJERCICIO C5

R E S O L U C I Ó N

Hacemos un diagrama de árbol con los datos del problema:



a) $p(Ganó)=\frac{25}{40}\cdot 0'9+\frac{15}{40}\cdot 0'5=0'75$

b) $p\left(Perdió/Tierra\right)=\dfrac{\frac{25}{40}\cdot 0'1}{\frac{25}{40}\cdot 0'9+\frac{25}{40}\cdot 0'1}=\dfrac{0'0625}{0'625}=0'1$

c) $p\left(Tierra/Ganó\right)=\dfrac{\frac{25}{40}\cdot 0'9}{\frac{25}{40}\cdot 0'9+\frac{15}{40}\cdot 0'5}=\dfrac{0'5625}{0'75}=0'75$

El 32% de las microempresas tiene página web y el 64'6% ni tiene página web ni realiza ventas por comercio electrónico. De las microempresas que tienen página web, el 30% realiza ventas por comercio electrónico. Se selecciona al azar una microempresa.
a) Calcule la probabilidad de que tenga página web o realice ventas por comercio electrónico.
b) Calcule la probabilidad de que realice ventas por comercio electrónico.
c) Calcule la probabilidad de que no tenga página web y realice ventas por comercio electrónico.
d) Razone si son independientes los sucesos "Tener página web" y "Realizar ventas por comercio electrónico". ¿Son incompatibles?.
SOCIALES II. 2023 RESERVA 3. EJERCICIO C6

R E S O L U C I Ó N

Datos del problema:

Suceso A: "Tener página web" $\Rightarrow p(A) = 0'32$
Suceso B: "Utilizar el comercio electrónico"
$p(A^c \cap B^c) = 0'646$
$p(A \cap B) = 0'32 \cdot 0'3 = 0'096$

a) Nos piden $p(A \cup B)$.

Sabemos que: $p(A^c \cap B^c) \xrightarrow{MORGAN} = p(A \cup B)^c = 1 - p(A \cup B) \Rightarrow p(A \cup B) = 1 - 0'646 = 0'354$

b) $p(A \cap B) = p(A) + p(B) - p(A \cup B) \Rightarrow 0'096 = 0'32 + p(B) - 0'354 \Rightarrow p(B) = 0'13$

c) Nos piden: $p(A \cap B^c) + p(A^c \cap B)$

$$p(A^c \cap B) = p(B) - p(A \cap B) = 0'13 - 0'096 = 0'034$$

d) Si son independientes, se cumple que:

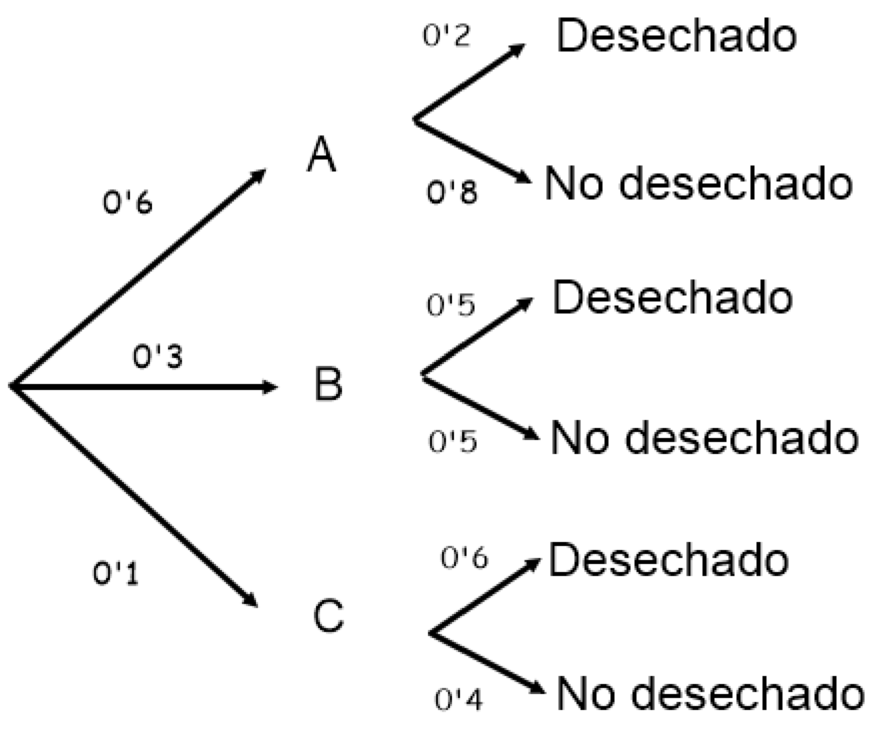
$$p(A \cap B) = p(A) \cdot p(B) \Rightarrow 0'096 \neq 0'32 \cdot 0'13 \Rightarrow \text{ Son Dependientes}$$

$$p(A \cap B) = 0'096 \neq 0 \Rightarrow \text{ Son Compatibles}$$

Una fábrica produce procesadores que se clasifican en un primer control en tres tipos, *A*, *B* y *C*, según la frecuencia a la que pueden trabajar. El 60% de los procesadores fabricados se clasifican de tipo *A*, el 30% de tipo *B* y el resto de tipo *C*. En un segundo control, se desechan el 20% de los procesadores de tipo *A*, el 50% de los de tipo *B* y el 60% de los de tipo *C*, por problemas al trabajar a ciertas temperatura. Si se elige un procesador de esta fábrica al azar, calcule la probabilidad de que:
a) Sea descartado y sea de tipo *A* o de tipo *B*.
b) Sea descartado.
c) Sea de tipo *C* sabiendo que no ha sido descartado.
SOCIALES II. 2023. RESERVA 4. EJERCICIO C5

R E S O L U C I Ó N

Hacemos un diagrama de árbol con los datos del problema:



a) $p(Descartado\ y\ de\ tipo\ A\ ó\ tipo\ B) = 0'6 \cdot 0'2 + 0'3 \cdot 0'5 = 0'27$

b) $p(Descartado) = 0'6 \cdot 0'2 + 0'3 \cdot 0'5 + 0'1 \cdot 0'6 = 0'33$

c) $p\left(C / No\ descartado\right) = \dfrac{0'4 \cdot 0'1}{0'6 \cdot 0'8 + 0'3 \cdot 0'5 + 0'1 \cdot 0'4} = \dfrac{0'04}{0'67} = 0'0597$

El 75% del alumnado de un instituto utiliza la plataforma del centro como medio para comunicarse con sus profesores y el 40% lo hace a través del correo electrónico. Además, hay un 15% que no usa ninguno de estos medios. Se elige un estudiante de este instituto al azar.
a) Calcule la probabilidad de que utilice ambos medios de comunicación.
b) Calcule la probabilidad de que utilice solamente uno de estos medios de comunicación.
c) Calcule la probabilidad de que utilice la plataforma del centro sabiendo que no usa el correo electrónico como medio de comunicación.
d) Razone si los sucesos "Utilizar la plataforma del centro" y "Utilizar el correo electrónico" son independientes.
SOCIALES II. 2023 RESERVA 4. EJERCICIO C6

R E S O L U C I Ó N

Datos del problema:

Suceso A: "Utilizar la plataforma del centro" $\Rightarrow p(A)=0'75$
Suceso B: "Utilizar el correo electrónico" $\Rightarrow p(B)=0'4$
$p(A^c\cap B^c)=0'15$

a) Nos piden $p(A\cap B)$.

Sabemos que: $p(A^c\cap B^c)\xrightarrow{MORGAN}=p(A\cup B)^c=1-p(A\cup B)\Rightarrow p(A\cup B)=1-0'15=0'85$

Luego: $p(A\cap B)=p(A)+p(B)-p(A\cup B)=0'75+0'4-0'85=0'3$

b) Nos piden: $p(A\cap B^c)+p(A^c\cap B)$

$$p(A\cap B^c)+p(A^c\cap B)=p(A)-p(A\cap B)+p(B)-p(A\cap B)=0'75-0'3+0'4-0'3=0'55$$

c) $p\left(A/B^c\right)=\dfrac{p(A\cap B^c)}{p(B^c)}=\dfrac{p(A)-p(A\cap B)}{1-p(B)}=\dfrac{0'75-0'3}{1-0'4}=0'75$

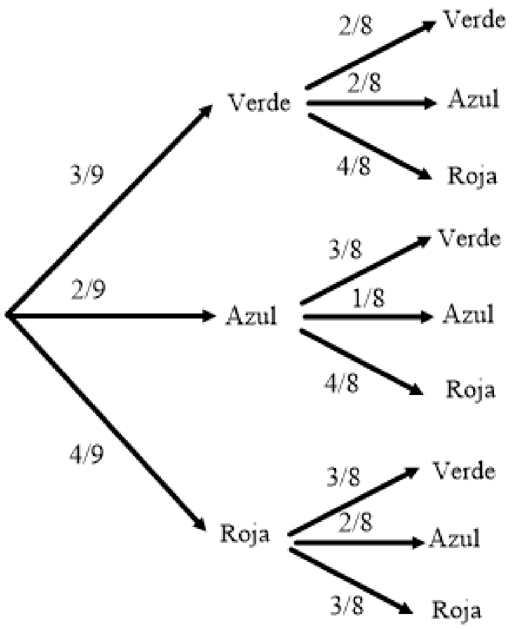
d) Si son independientes, se cumple que:

$$p(A\cap B)=p(A)\cdot p(B)\Rightarrow 0'3=0'75\cdot 0'4\Rightarrow \text{ Son independientes}$$

Una caja contiene 3 fichas verdes, 2 fichas azules y 4 fichas rojas. Un juego consiste en realizar dos extracciones, sin reemplazamiento, de tal manera que el jugador que saque dos fichas azules gana el primer premio, el jugador que saque dos fichas verdes gana el segundo premio y el jugador que, de las dos fichas, una sea azul y otra de un color diferente gana el tercer premio.
a) Calcule la probabilidad de que un jugador consiga el primer o el segundo premio.
b) Calcule la probabilidad de que un jugador gane el tercer premio.
c) Sabiendo que un jugador ha obtenido premio, ¿cuál es la probabilidad de que haya ganado el tercer premio?
SOCIALES II. 2023. JULIO. EJERCICIO C5

R E S O L U C I Ó N

Hacemos un diagrama de árbol



a) $p(1^{er}\ \text{Premio} \cup 2^{\text{o}}\ \text{Premio}) = p(AA \cup VV) = \frac{2}{9} \cdot \frac{1}{8} + \frac{3}{9} \cdot \frac{2}{8} = \frac{1}{9}$

b) $p(3^{er}\ \text{Premio}) = \frac{2}{9} \cdot \frac{3}{8} + \frac{2}{9} \cdot \frac{4}{8} + \frac{3}{9} \cdot \frac{2}{8} + \frac{4}{9} \cdot \frac{2}{8} = \frac{28}{72} = \frac{7}{18}$

c) $p\left(3^{er}\ \text{Premio} / \text{Premio}\right) = \dfrac{\frac{7}{18}}{\frac{7}{18} + \frac{1}{9}} = \dfrac{\frac{7}{18}}{\frac{1}{2}} = \frac{7}{9}$

Dados dos sucesos A y B de un experimento aleatorio, se sabe que:

$$p(A)=0'6\ ;\ p(B)=0'3\ ;\ p(A/B)=0'6\,.$$

Se pide:

a) $p(A\cup B)$.

b) $p(A-B)+p(B-A)$.

c) $p(B/A^c)$

d) Razone si los sucesos A y B son independientes. ¿Son incompatibles?

SOCIALES II. 2023 JULIO. EJERCICIO C6

R E S O L U C I Ó N

a) Sabemos que: $p(A/B)=\dfrac{p(A\cap B)}{p(B)}\Rightarrow 0'6=\dfrac{p(A\cap B)}{0'3}\Rightarrow p(A\cap B)=0'6\cdot 0'3=0'18$

Luego:

$$p(A\cup B)=p(A)+p(B)-p(A\cap B)=0'6+0'3-0'18=0'72$$

b) $p(A-B)=p(A\cap B^c)=p(A)-p(A\cap B)=0'6-0'18=0'42$

$p(B-A)=p(B\cap A^c)=p(B)-p(A\cap B)=0'3-0'18=0'12$

Luego: $p(A-B)+p(B-A)=0'42+0'12=0'54$

c) $p(B/A^c)=\dfrac{p(B\cap A^c)}{p(A^c)}=\dfrac{p(B)-p(A\cap B)}{p(A^c)}=\dfrac{0'3-0'18}{0'4}=0'3$

d)

$$\left.\begin{array}{l} p(A\cap B)=0'18 \\ p(A)\cdot p(B)=0'6\cdot 0'3=0'18 \end{array}\right\}\Rightarrow p(A\cap B)=p(A)\cdot p(B)\Rightarrow \text{ Independientes}$$

$p(A\cap B)=0'18\neq 0\Rightarrow$ Compatibles