



Instrucciones:

- Duración: 1 hora y 30 minutos.**
- Este examen consta de 8 ejercicios distribuidos en 2 bloques (A y B) de 4 ejercicios cada uno.**
- Cada ejercicio tiene un valor máximo de 2,5 puntos.
- Se realizarán únicamente cuatro ejercicios, independientemente del bloque al que pertenezcan.** En caso de responder a más de cuatro ejercicios, se corregirán únicamente los cuatro que aparezcan físicamente en primer lugar.
- Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, ni gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.
- En la puntuación máxima de cada ejercicio están contemplados 0,25 puntos para valorar la expresión correcta de los procesos y métodos utilizados.

BLOQUE A

EJERCICIO 1. (2,5 puntos)

De entre todos los rectángulos de diagonal 10 cm (cada una), calcula las dimensiones del que tiene mayor área.

EJERCICIO 2. (2,5 puntos)

Considera la función $f(x) = \frac{1}{x|x|}$, para $x \neq 0$.

- [1 punto]** Calcula los intervalos de concavidad y de convexidad de f , así como los puntos de inflexión de su gráfica, si existen.
- [1,5 puntos]** Estudia y calcula las asíntotas de la función. Esboza su gráfica.

EJERCICIO 3. (2,5 puntos)

Determina la función $f : (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$, sabiendo que es dos veces derivable, su gráfica pasa por el punto $(1, 0)$, $f'(e) = e$ y $f''(x) = 2 \ln(x) + 1$, para todo $x > 0$ (\ln denota la función logaritmo neperiano).

EJERCICIO 4. (2,5 puntos)

Considera las funciones $f, g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definidas por $f(x) = |x^2 - 1|$ y $g(x) = x + 5$.

- [1,25 puntos]** Calcula los puntos de corte de las gráficas de ambas funciones y esboza el recinto que determinan.
 - [1,25 puntos]** Determina el área del recinto anterior.
-



BLOQUE B

EJERCICIO 5. (2,5 puntos)

Sean las matrices

$$A = \begin{pmatrix} m+1 & 1 & m-1 \\ 1 & 1 & 1 \\ m-1 & 1 & m+1 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 0 & 4 & 2 \\ 0 & 0 & 4 \\ 2 & 2 & 1 \end{pmatrix} \quad \text{y} \quad C = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

a) [1 punto] Calcula m para que la matriz A tenga inversa.

b) [1,5 puntos] Para $m = 0$, resuelve, si es posible, la ecuación matricial $\frac{1}{2}AX + C^4 = B$.

EJERCICIO 6. (2,5 puntos)

Considera las matrices $A = \begin{pmatrix} x & y & z \\ y & x & x \\ z & z & y \end{pmatrix}$, $B = (\alpha \ 1 \ 1)$ y $C = (1 \ 1 \ 1)$.

a) [1,5 puntos] Discute el sistema $BA = C$, según los valores de α .

b) [1 punto] Resuelve el sistema, si es posible, para $\alpha = 0$ y para $\alpha = 1$.

EJERCICIO 7. (2,5 puntos)

Determina el punto simétrico de $A(2, -4, -3)$ con respecto al plano que contiene a los puntos $B(1, 1, 2)$, $C(0, 1/3, 1)$ y $D(-3, 0, 3)$.

EJERCICIO 8. (2,5 puntos)

Dados los puntos $O(0, 0, 0)$, $A(2, -1, 0)$, $B(3, 0, x)$ y $C(-x, 1, -1)$, los vectores \vec{OA} , \vec{OB} y \vec{OC} determinan un paralelepípedo.

a) [1,5 puntos] Calcula los posibles valores de x sabiendo que el volumen del paralelepípedo es 5 unidades cúbicas.

b) [1 punto] Para $x = 1$, halla el área de la cara del paralelepípedo que contiene a los vértices O , A y B .