EMESTRADA
EXÁMENES DE SELECTIVIDAD

PROBLEMAS RESUELTOS
SELECTIVIDAD ANDALUCÍA
2024

MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CIENCIAS SOCIALES

TEMA 4: FUNCIONES

- Junio, Ejercicio B3
- Junio, Ejercicio B4
- Reserva 1, Ejercicio B3
- Reserva 1, Ejercicio B4
- Julio, Ejercicio B3
- Julio, Ejercicio B4

a) Calcule las derivadas de las funciones siguientes:

$$f(x)=(x^2+2)^3\cdot e^{-2x} \qquad g(x)=\frac{\ln(1-x^3)}{(1-2x^2)^2}$$

b) Halle los valores a y b para que sea horizontal la recta tangente a la gráfica de la función $h(x)=x^3+ax^2+3x+b$ en el punto $P(1,2)$.

SOCIALES II. 2024. JUNIO. EJERCICIO B3

R E S O L U C I Ó N

a)

$$f'(x)=3\cdot(x^2+2)^2\cdot 2x\cdot e^{-2x}+(-2)\cdot e^{-2x}\cdot(x^2+2)^3$$

$$g'(x)=\frac{\frac{-3x^2}{1-x^3}\cdot(1-2x^2)^2-2\cdot(1-2x^2)\cdot(-4x)\cdot\ln(1-x^3)}{\left(1-2x^2\right)^4}$$

b) $h(x)=x^3+ax^2+3x+b$; $h'(x)=3x^2+2ax+3$

- Tangente horizontal en 1 $\Rightarrow h'(1)=0\Rightarrow 3+2a+3=0\Rightarrow a=-3$

- Pasa por $(1,2)\Rightarrow h(1)=2\Rightarrow 1+a+3+b=2\Rightarrow 1-3+3+b=2\Rightarrow b=1$

La velocidad media del viento en la zona de Sierra Nevada, prevista para cierto día, viene dada por la función $v(t)$ expresada en km/h, donde t es el tiempo expresado en horas:

$$v(t)=\begin{cases} t^2-8t+60 & si \quad 0\le t\le 10 \\ -t^2+32t-140 & si \quad 10<t\le 24 \end{cases}$$

a) Compruebe que la función v es continua y derivable.
b) Represente gráficamente la función, estudiando previamente la monotonía y calculando los extremos absolutos.
c) La Agencia Estatal de Meteorología emite avisos de alerta por vientos siguiendo el código de colores: naranja para vientos entre 100 y 140 km/h, y rojo para vientos de más de 140 km/h. Según la previsión, indique si se debe emitir alguna alerta naranja en Sierra Nevada ese día y durante qué horas estaría activa. ¿Se emitirá alerta roja?.
SOCIALES II. 2024. JUNIO. EJERCICIO B4

R E S O L U C I Ó N

a) Estudiamos la continuidad en $t=10$:

$$\left.\begin{array}{l} \lim\limits_{t\to 10^-}(t^2-8t+60)=80 \\ \lim\limits_{t\to 10^+}\left(-t^2+32t-140\right)=80 \end{array}\right\}\Rightarrow v(10)=\lim_{t\to 10} v(t)=80\Rightarrow \text{ Es continua}$$

Estudiamos la derivabilidad en $t=10$

Calculamos la función derivada: $v'(t)=\begin{cases} 2t-8 & si \quad 0\le t\le 10 \\ -2t+32 & si \quad 10<t\le 24 \end{cases}$ y como:

$$\left.\begin{array}{l} v'(10^-)=12 \\ v'(10^+)=12 \end{array}\right\}\Rightarrow v'(10^-)=v'(10^+)=12\Rightarrow \text{Es derivable}$$

b) Los extremos absolutos pueden estar en los extremos del intervalo $t=0$ y $t=24$, y también en las soluciones de $v'(t)=0$.

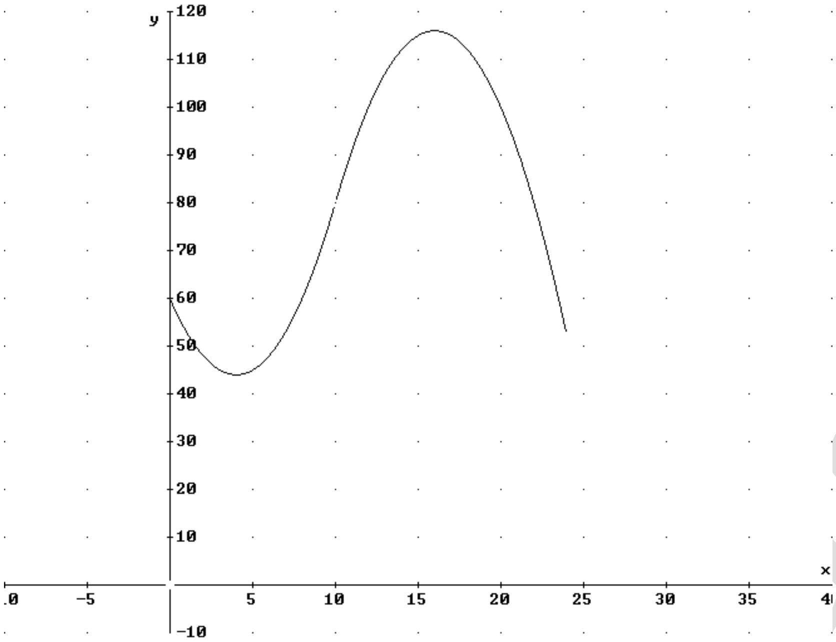
$$v'(t)=0\Rightarrow\begin{cases} 2t-8=0\Rightarrow t=4 \\ -2t+32=0\Rightarrow t=16 \end{cases}$$

	$(0,4)$	$(4,10)$	$(10,16)$	$(16,24)$
Signo v'	$-$	$+$	$+$	$-$
Función	D	C	C	D

Creciente $(4,10)\cup(10,16)$; Decreciente $(0,4)\cup(16,24)$

Máximo relativo $(16,116)$; mínimo relativo $(4,44)$; $v(0)=60$; $v(24)=52$

Luego, máximo absoluto $(16,116)$ y mínimo absoluto $(4,44)$



c) $-t^{2}+32t-140=100 \Rightarrow t^{2}-32t+240=0 \Rightarrow \begin{cases} t=12 \\ t=20 \end{cases}$

Luego, debe emitir alerta naranja desde las 12 horas hasta las 20 horas. No se emitirá alerta roja ese día.

La superficie de ampliación de un parque de atracciones, en decámetros cuadrados, coincide con el área de la región delimitada por las gráficas de las funciones $f(x)=-x^2+6x$ y $g(x)=\frac{x^2}{5}$.

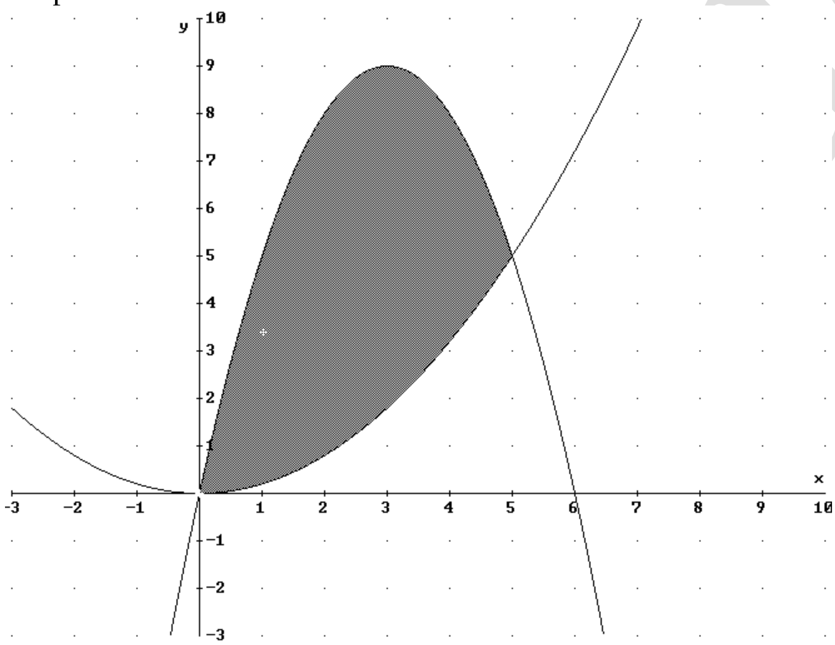
a) Represente gráficamente la superficie de ampliación del parque de atracciones.

b) Si el coste para acondicionar el nuevo suelo es de 75 €$/m^2$, calcule el área de ampliación del parque y el coste total del acondicionamiento.

SOCIALES II. 2024. RESERVA 1. EJERCICIO B3

R E S O L U C I Ó N

a) Dibujamos las dos parábolas



b) Calculamos el área que nos piden

$$A=\int_0^5\left((-x^2+6x)-(\frac{x^2}{5})\right)dx=\int_0^5\left(-\frac{6}{5}x^2+6x\right)dx=\left[-\frac{2x^3}{5}+3x^2\right]_0^5=\left(\frac{-250}{5}+75\right)-(0)=25\ dam^2=$$

$$=2500\ m^2$$

Luego, el coste será $2500\cdot 75=187.500$ €

Se consideran las funciones

$$f(x)=\begin{cases} 2-x^2 & si \quad -1\le x\le 1 \\ (x-2)^2 & si \quad 1< x\le 3\end{cases} \qquad g(x)=1 \quad si \quad -1\le x\le 3$$

a) Estudie la continuidad y derivabilidad de *f* y *g* en sus dominios.
b) Represente el recinto limitado por las gráficas de ambas funciones y calcule su área.
SOCIALES II. 2024 RESERVA 1. EJERCICIO B4

R E S O L U C I Ó N

a) La función $2-x^2$, por ser polinómica, es continua y derivable en su dominio $-1\le x\le 1$. La función $(x-2)^2$ al ser polinómica es continua y derivable en su dominio $1<x\le 3$. Por lo tanto, estudiamos la continuidad y derivabilidad en $x=1$.

1. $f(1)=1$

2. $$\left.\begin{array}{l} \lim\limits_{x\to 1^-} 2-x^2=1 \\ \lim\limits_{x\to 1^+} (x-2)^2=1 \end{array}\right\} \Rightarrow f(0)=\lim_{x\to 1} f(x)=1 \Rightarrow \text{ Es continua en } x=1$$

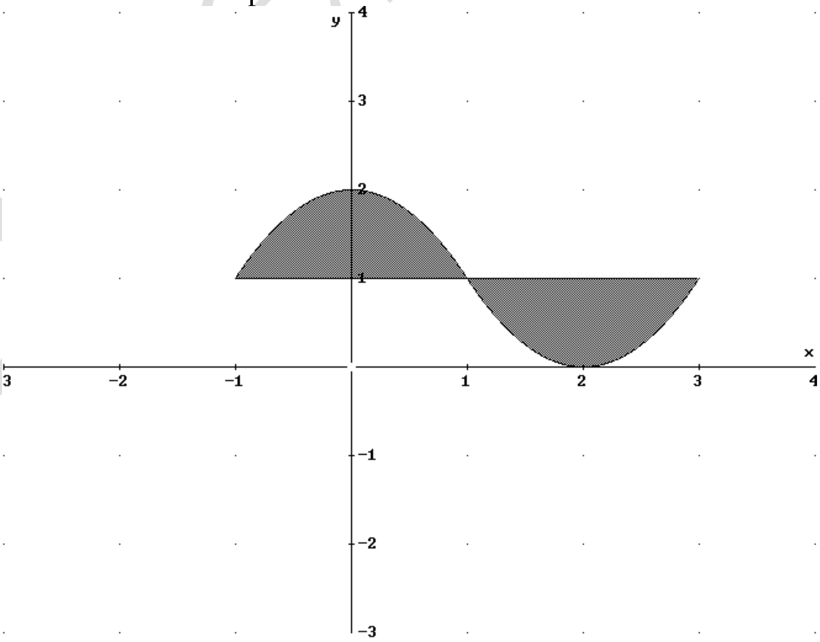
Calculamos la derivada: $f'(x)=\begin{cases} -2x & si \quad -1\le x<1 \\ 2\cdot(x-2) & si \quad 1<x\le 3\end{cases}$

$$\left.\begin{array}{l} f'(1^-)=-2 \\ f'(1^+)=-2 \end{array}\right\} \Rightarrow f'(1^-)=f'(1^+) \Rightarrow \text{ Es derivable en } x=1$$

Por lo tanto, la función $f(x)$ es continua y derivable en $[-1,3]$

La función $g(x)$, al ser una función constante, es continua y derivable en $[-1,3]$

b) Representamos el recinto limitado por las dos funciones



Como es simétrica, calculamos el área de la parte de la izquierda y la multiplicamos por 2

$$A=2\cdot\int_{-1}^{1} 2-x^2-1\,dx=2\cdot\int_{-1}^{1}(1-x^2)\,dx=2\cdot\left[x-\frac{x^3}{3}\right]_{-1}^{1}=2\cdot\left(1-\frac{1}{3}\right)-2\cdot\left(-1+\frac{1}{3}\right)=\frac{4}{3}+\frac{4}{3}=\frac{8}{3}\,u^2$$

Dada la función $f(x)=\dfrac{2x-6}{2-x}$
a) Estudie la continuidad y derivabilidad de dicha función. Calcule sus asíntotas.
b) Estudie los intervalos de crecimiento y decrecimiento, así como la existencia de extremos relativos.
c) Halle los puntos de corte con los ejes de coordenadas y represente gráficamente la función.
SOCIALES II. 2024. JULIO. EJERCICIO B3

R E S O L U C I Ó N

a) Dominio de la función $\mathbb{R}-\{2\}$. La función es continua y derivable en $\mathbb{R}-\{2\}$

Verticales: La recta $x = a$ es una asíntota vertical si: $\lim_{x\to a} f(x)=\pm\infty \Rightarrow \lim_{x\to 2} f(x)=\infty \Rightarrow x=2$

Horizontales: La recta $y = b$ es una asíntota horizontal si:

$$\lim_{x\to+\infty} f(x)=b \Rightarrow \lim_{x\to+\infty}\frac{2x-6}{2-x}=\frac{\infty}{\infty}=-2 \Rightarrow y=-2$$

Oblicuas: No tiene, ya que tiene horizontal

b) Calculamos la derivada de la función y la igualamos a cero.

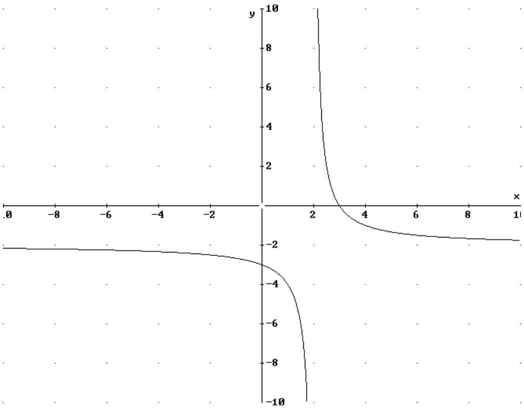
$$f'(x)=\frac{2\cdot(2-x)-(-1)\cdot(2x-6)}{(2-x)^2}=\frac{-2}{(2-x)^2}=0 \Rightarrow \text{ No tiene solución}$$

	$(-\infty,2)$	$(2,\infty)$
Signo f'	$-$	$-$
Función	D	D

Luego la función es decreciente en su dominio. No tiene extremos relativos

c) Punto de corte con el eje X: $\dfrac{2x-6}{2-x}=0 \Rightarrow x=3 \Rightarrow (3,0)$

Punto de corte con el eje Y: $y=\dfrac{-6}{2}=-3 \Rightarrow (0,-3)$



Se considera la función $f(x)=\begin{cases} -x^2+4x+3 & si \quad x<4 \\ 2x-5 & si \quad x \geq 4 \end{cases}$

a) Estudie su continuidad y derivabilidad.
b) Estudie su monotonía y calcule sus extremos relativos.
c) Represente la región del plano limitada por la gráfica de f, las rectas $x=3$, $x=5$ y el eje de abscisas. Calcule su área
SOCIALES II. 2024 JULIO. EJERCICIO B4

R E S O L U C I Ó N

a) La función $-x^2+4x+3$ al ser polinómica es continua y derivable en su dominio. La función $2x-5$ al ser polinómica es continua y derivable en su dominio. Por lo tanto, solo tenemos que estudiar la continuidad y derivabilidad en $x=4$.

$$\left.\begin{array}{l} \lim\limits_{x\to 4^-}\left(-x^2+4x+3\right)=3 \\ \lim\limits_{x\to 4^+}\left(2x-5\right)=3 \end{array}\right\} \Rightarrow \lim_{x\to 4^-} f(x)=\lim_{x\to 4^+} f(x)=f(4)=3 \Rightarrow \text{Es continua en } x=4$$

Calculamos la derivada: $f'(x)=\begin{cases} -2x+4 & si \quad x<4 \\ 2 & si \quad x>4 \end{cases}$

Como $f'(4^-)=-4 \neq f'(4^+)=2 \Rightarrow$ No derivable en $x=4$

b) Calculamos la primera derivada y la igualamos a cero:

$f'(x)=-2x+4=0 \Rightarrow x=2$.

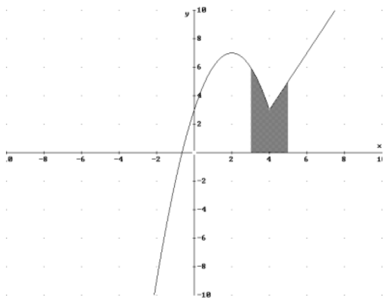
$f'(x)=2=0 \Rightarrow$ *No tiene solución*

	$(-\infty,2)$	$(2,4)$	$(4,+\infty)$
Signo $f'(x)$	+	−	+
Función	C	D	C

La función es creciente en $(-\infty,2)\cup(4,+\infty)$ y decreciente en $(2,4)$.

Tiene un máximo en $(2,7)$ y un mínimo en $(4,3)$.

c) Calculamos el área



$$\int_3^4(-x^2+4x+3)\,dx+\int_4^5(2x-5)\,dx=\left[-\frac{x^3}{3}+4\frac{x^2}{2}+3x\right]_3^4+\left[2\frac{x^2}{2}-5x\right]_4^5=\left[-\frac{x^3}{3}+2x^2+3x\right]_3^4+$$

$$+\left[x^2-5x\right]_4^5=\left(-\frac{4^3}{3}+2\cdot 4^2+3\cdot 4\right)-\left(-\frac{3^3}{3}+2\cdot 3^2+3\cdot 3\right)+\left(5^2-5\cdot 5\right)-\left(4^2-5\cdot 4\right)=\frac{14}{3}+4=\frac{26}{3}\ u^2$$