

MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CIENCIAS SOCIALES

TEMA 5: PROBABILIDAD

- Junio, Ejercicio C5
- Junio, Ejercicio C6
- Reserva 1, Ejercicio C5
- Reserva 1, Ejercicio C6
- Reserva 2, Ejercicio C5
- Reserva 2, Ejercicio C6
- Reserva 3, Ejercicio C5
- Reserva 3, Ejercicio C6
- Reserva 4, Ejercicio C5
- Reserva 4, Ejercicio C6
- Julio, Ejercicio C5
- Julio, Ejercicio C6
- Modelo, Ejercicio 3A

emestrada

Una agencia ha realizado un estudio acerca de la siniestralidad de los vehículos de una región. Se ha dividido a los conductores en dos grupos: *jóvenes* los menores de 30 años y *sénior* al resto de conductores. Asimismo, también se ha dividido a los vehículos en dos grupos: *nuevos* los que tienen menos de 5 años de antigüedad y *viejos* el resto de vehículos. De los 54 siniestros registrados, en 19 de ellos el vehículo implicado era *nuevo* y en 29 los conductores eran *jóvenes*. Finalmente, 21 de los siniestros se dieron con vehículos *viejos* y conductores *jóvenes*. Se escoge uno de estos siniestros al azar.

- Calcule la probabilidad de que el conductor sea *sénior* y el vehículo *viejo*.
- Calcule la probabilidad de que el conductor sea *joven* sabiendo que el vehículo es *viejo*.
- Determine razonadamente si la siguiente afirmación es cierta: “Los siniestros de este estudio menos probables son aquellos en los que el conductor es *sénior* y el vehículo es *nuevo*”.

SOCIALES II. 2024. JUNIO. EJERCICIO C5

R E S O L U C I Ó N

Hacemos una tabla de doble entrada con los datos del problema

	Jóvenes	Sénior	TOTAL
Nuevos	8	11	19
Viejos	21	14	35
TOTAL	29	25	54

$$a) p(\text{Sénior} \cap \text{vehículo viejo}) = \frac{14}{54} = \frac{7}{27} = 0'259$$

$$b) p(\text{Joven} / \text{viejo}) = \frac{21}{35} = \frac{3}{5} = 0'6$$

$$c) \text{ Falso, el menos probable es: } p(\text{Joven} \cap \text{vehículo nuevo}) = \frac{8}{54} = \frac{4}{27} = 0'148$$

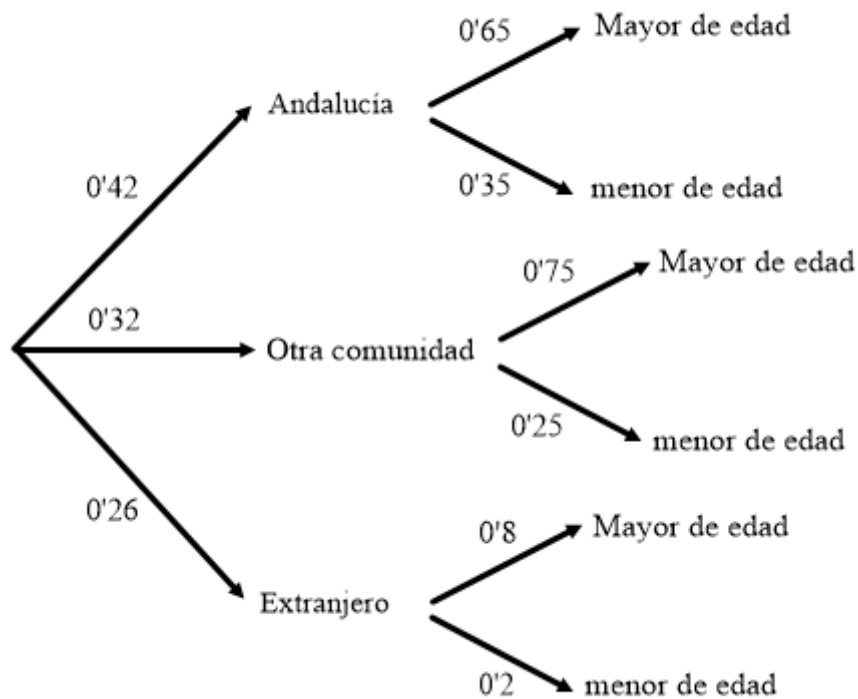
Un grupo de turistas programa una visita a la Geoda de Pulpí. El 42% de los turistas del grupo proceden de Andalucía, el 32% de otras comunidades autónomas y el resto del extranjero. Son mayores de edad el 65% de los visitantes que proceden de Andalucía y el 75% de los que proceden de otras comunidades autónomas. Son menores de edad el 20% de los visitantes extranjeros. Elegido un turista de este grupo al azar, halle la probabilidad de que:

- Sea mayor de edad.
- Proceda de Andalucía y sea menor de edad.
- Sea extranjero sabiendo que es menor de edad.

SOCIALES II. 2024. JUNIO. EJERCICIO C6

RESOLUCIÓN

Hacemos un diagrama de árbol con los datos del problema



$$a) p(\text{Mayor de edad}) = 0'42 \cdot 0'65 + 0'32 \cdot 0'75 + 0'26 \cdot 0'8 = 0'721$$

$$b) p(A \cap m) = 0'42 \cdot 0'35 = 0'147$$

$$c) p(E/m) = \frac{0'26 \cdot 0'2}{1 - 0'721} = \frac{0'052}{0'279} = \frac{52}{279} = 0'186$$

En una encuesta realizada en una librería se ha determinado que el 45% de sus clientes compran novelas históricas, mientras que el 40% no compra novelas de fantasía. Además, de los clientes que compran novelas de fantasía, sólo el 30% compran también novelas históricas. Elegido un cliente al azar, calcule la probabilidad de que:

- Compre novelas históricas y de fantasía.
- No compre novelas históricas y tampoco de fantasía.
- Compre una novela de fantasía, sabiendo que no ha comprado ninguna novela histórica.

SOCIALES II. 2024. RESERVA 1. EJERCICIO C5

R E S O L U C I Ó N

Hacemos una tabla de doble entrada con los datos del problema

De los clientes que compran novelas de fantasía (60%), sólo el 30% compran novelas históricas, luego: $0'6 \cdot 0'3 = 0'18$ es la probabilidad de que el cliente compre novelas históricas y de fantasía

	Compran novelas de fantasía	No compran novelas de fantasía	TOTAL
Compran novelas históricas	0'18	0'27	0'45
No compran novelas históricas	0'42	0'13	0'55
TOTAL	0'6	0'4	1

a) $p(H \cap F) = 0'6 \cdot 0'3 = 0'18$

b) $p(H^c \cap F^c) = 0'13$

c) Falso, el menos probable es: $p(F / H^c) = \frac{0'42}{0'55} = 0'7636$

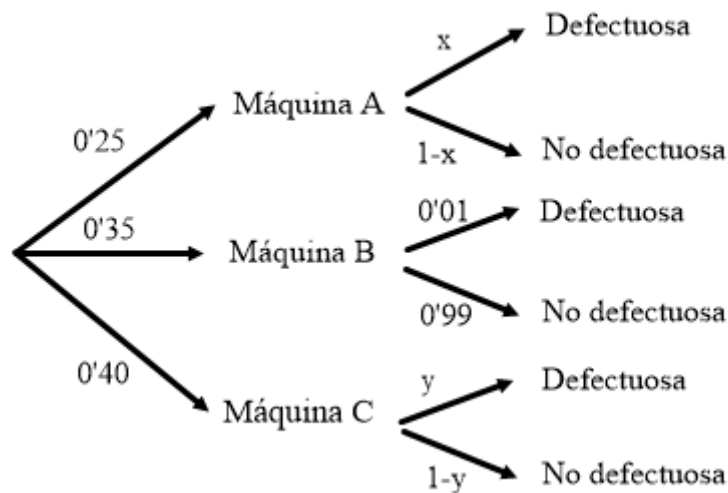
Una fábrica dispone de tres máquinas A , B y C para la fabricación de una cierta pieza. El 25% de las piezas son fabricadas por la máquina A , el 35% por B y el resto por C . Tras un estudio se determina que el 2'05% del total de piezas fabricadas son defectuosas y que el 1% de las piezas fabricadas por B son defectuosas.

a) Se selecciona una pieza al azar y resulta no ser defectuosa, ¿qué probabilidad hay de que fuera fabricada por la máquina B ?

b) Si A y C tienen la misma probabilidad de fabricar una pieza defectuosa, ¿cuál es la probabilidad de que una pieza sea fabricada por A sabiendo que es defectuosa?

SOCIALES II. 2024. RESERVA 1. EJERCICIO C6

RESOLUCIÓN



$$a) p(B / \text{no defectuosa}) = \frac{0'35 \cdot 0'99}{1 - 0'0205} = \frac{0'3465}{0'9795} = \frac{231}{653} \approx 0'3538$$

b) Sabemos que $x = y$, y además que:

$$0'25x + 0'35 \cdot 0'01 + 0'4x = 0'0205 \Rightarrow 0'65x = 0'017 \Rightarrow x = 0'0262$$

Luego:

$$p(A / \text{defectuosa}) = \frac{0'25 \cdot x}{0'25 \cdot x + 0'35 \cdot 0'01 + 0'4 \cdot x} = \frac{0'25 \cdot 0'0262}{0'0205} \approx 0'3196$$

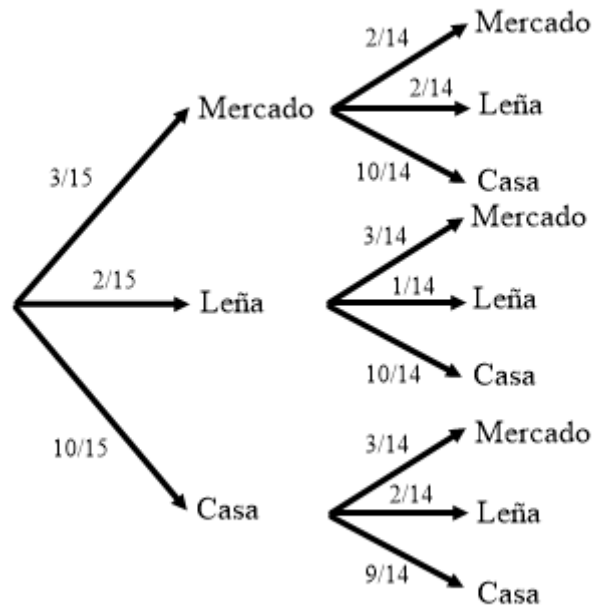
Un grupo de 15 amigas se van a pasar un fin de semana a una casa rural. Al llegar reparten las tareas: 3 irán al mercado, 2 a comprar leña y el resto se quedarán en la casa. Para realizar el reparto de las tareas se introducen 15 papeletas en una urna de las que 3 tienen la palabra “mercado”, 2 la palabra “leña” y el resto la palabra “casa”. Cada una coge una papeleta de forma ordenada y sin reposición. Calcule la probabilidad de los siguientes sucesos:

- Las dos primeras papeletas extraídas tienen escrita la palabra “mercado”.
- Las dos primeras papeletas extraídas no tienen escrita la palabra “casa”.
- Si la segunda papeleta extraída tiene escrita “leña”, ¿cuál es la probabilidad de que la primera también tenga escrita “leña”?

SOCIALES II. 2024. RESERVA 2. EJERCICIO C5

RESOLUCIÓN

Hacemos un diagrama de árbol



$$a) p(M \cap M) = \frac{3}{15} \cdot \frac{2}{14} = \frac{1}{35} = 0'0286$$

$$b) p(\text{no casa}) = \frac{3}{15} \cdot \frac{2}{14} + \frac{3}{15} \cdot \frac{2}{14} + \frac{2}{15} \cdot \frac{3}{14} + \frac{2}{15} \cdot \frac{1}{14} = \frac{2}{21}$$

$$c) p(1^{\text{a}} \text{ Leña} / 2^{\text{a}} \text{ Leña}) = \frac{\frac{2}{15} \cdot \frac{1}{14}}{\frac{3}{15} \cdot \frac{2}{14} + \frac{2}{15} \cdot \frac{1}{14} + \frac{10}{15} \cdot \frac{2}{14}} = \frac{1}{14} = 0'0714$$

Una empresa ha instalado 50 alarmas de las que 30 son de tipo básico y el resto de tipo superior. Se sabe que el 80% de todas las alarmas no presentan incidencias y que de las de tipo básico un 30% presentan alguna incidencia. Se elige al azar una de estas alarmas. Calcule la probabilidad de que:

- Sea de tipo básico y no presente incidencias.
 - No presente incidencias siendo de tipo superior.
 - Teniendo incidencias sea de tipo básico.
 - Sea de "tipo básico y tenga incidencias" o sea de "tipo superior y no tenga incidencias".
- SOCIALES II. 2024. RESERVA 2. EJERCICIO C6**

R E S O L U C I Ó N

$$\text{Datos: } p(B) = \frac{30}{50} = \frac{3}{5}; \quad p(S) = \frac{20}{50} = \frac{2}{5}; \quad p(\bar{I}) = 0'8; \quad p(I/B) = 0'3 \Rightarrow p(\bar{I}/B) = 0'7$$

$$\text{a) } p(B \cap \bar{I}) = p(B) \cdot p(\bar{I}/B) = \frac{3}{5} \cdot 0'7 = 0'42$$

b)

$$p(\bar{I}) = p(B \cap \bar{I}) + p(S \cap \bar{I}) = p(B) \cdot p(\bar{I}/B) + p(S) \cdot p(\bar{I}/S) \Rightarrow 0'8 = \frac{3}{5} \cdot 0'7 + \frac{2}{5} \cdot p(\bar{I}/S) \Rightarrow p(\bar{I}/S) = 0'95$$

$$\text{c) } p(B/I) = \frac{p(B \cap I)}{p(I)} = \frac{p(B) \cdot p(I/B)}{1 - p(\bar{I})} = \frac{\frac{3}{5} \cdot 0'3}{1 - 0'8} = 0'9$$

$$\text{d) } p[(B \cap I) \cup (S \cap \bar{I})] = p(B \cap I) + p(S \cap \bar{I}) = p(B) \cdot p(I/B) + p(S) \cdot p(\bar{I}/S) = \frac{3}{5} \cdot 0'3 + \frac{2}{5} \cdot 0'95 = 0'56$$

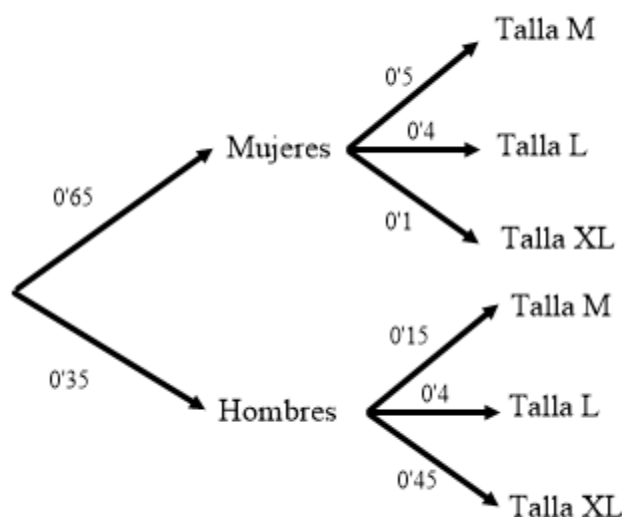
Una tienda vende ropa de tallas M , L y XL . Se sabe que el 65% de sus clientes son mujeres. El 50% de las mujeres que compran ropa en esa tienda usan la talla M y el 10% la talla XL . De los hombres, el 40% usan la talla L y el 45% la XL .

- a) ¿Qué porcentaje de mujeres que compran ropa en esa tienda no usan la talla XL ?
 b) Halle el porcentaje de clientes que no usan la talla L .
 c) De los clientes que usan la talla M , ¿qué porcentaje son mujeres?

SOCIALES II. 2024. RESERVA 3. EJERCICIO C5

RESOLUCIÓN

Hacemos un diagrama de árbol con los datos del problema:



a) $p(\text{Mujeres y no talla } XL) = 0'5 + 0'4 = 0'9 = 90\%$

b) $p(\text{Talla } L) = p(\text{Mujer} \cap \text{Talla } L) + p(\text{Hombre} \cap \text{Talla } L) = 0'65 \cdot 0'4 + 0'35 \cdot 0'4 = 0'4$

Luego, $p(\text{No Talla } L) = 1 - 0'4 = 0'6 = 60\%$

c)
$$p\left(\frac{\text{Mujer}}{\text{Talla } M}\right) = \frac{0'65 \cdot 0'5}{0'65 \cdot 0'5 + 0'35 \cdot 0'15} = \frac{130}{151} = 0'8609 = 86'09\%$$

El 75% de los estudiantes de un centro aprueba la asignatura A y un 55% aprueba la asignatura B . Además, un 35% del total de estudiantes aprueba ambas. Elegido un estudiante al azar de este centro, calcule las siguientes probabilidades:

a) No apruebe B sabiendo que ha aprobado A .

b) Aprueba alguna de estas asignaturas.

c) No apruebe ni A ni B .

d) Haya aprobado A si se sabe que ha aprobado alguna de estas dos asignaturas.

e) Estudie si los sucesos “aprobar A ” y “aprobar B ” son independientes.

SOCIALES II. 2024 RESERVA 3. EJERCICIO C6

R E S O L U C I Ó N

Datos del problema: $P(A) = 0'75$, $P(B) = 0'55$ y $P(A \cap B) = 0'35$

$$a) p(B^c / A) = \frac{p(B^c \cap A)}{p(A)} = \frac{p(A) - p(A \cap B)}{p(A)} = \frac{0'75 - 0'35}{0'75} = \frac{8}{15} = 0'533$$

$$b) p(A \cup B) = p(A) + p(B) - p(A \cap B) = 0'75 + 0'55 - 0'35 = 0'95$$

$$c) p(A^c \cap B^c) = p(A \cup B)^c = 1 - p(A \cup B) = 1 - 0'95 = 0'05$$

$$d) p(A / A \cup B) = \frac{p(A \cap (A \cup B))}{p(A \cup B)} = \frac{p(A)}{p(A \cup B)} = \frac{0'75}{0'95} = \frac{15}{19} = 0'7894$$

$$e) \left. \begin{array}{l} p(A) \cdot p(B) = 0'75 \cdot 0'55 = 0'4125 \\ p(A \cap B) = 0'35 \end{array} \right\} \Rightarrow p(A \cap B) \neq p(A) \cdot p(B) \Rightarrow \text{Son dependientes}$$

En cierta localidad el 30% de los habitantes profesan la religión A y el 50% profesan otras religiones diferentes de A. De los que profesan la religión A el 40% son mujeres. De las mujeres el 25% profesa la religión A. Se elige un habitante al azar de esa localidad. Calcule la probabilidad de que:

a) No profese ninguna religión.

b) Sea hombre.

c) Solo verifique uno de los siguientes sucesos: "profesa la religión A"; "es mujer".

SOCIALES II. 2024. RESERVA 4. EJERCICIO C5

R E S O L U C I Ó N

Suceso A= profesar religión A

Suceso B= profesar otras religiones

Suceso C= no profesar ninguna religión

Suceso M=ser mujer

Suceso H= ser hombre

Datos: $p(A) = 0'3$

$$p(B) = 0'5$$

$$p(M/A) = 0'4 \Rightarrow p(\bar{M}/A) = 1 - 0'4 = 0'6$$

$$p(A/M) = 0'25 \Rightarrow p(\bar{A}/M) = 1 - 0'25 = 0'75$$

$$a) p(C) = 1 - p(A) - p(B) = 1 - 0'3 - 0'5 = 0'2$$

$$b) p(M/A) = \frac{p(M \cap A)}{p(A)} \Rightarrow 0'4 = \frac{p(M \cap A)}{0'3} \Rightarrow p(M \cap A) = 0'4 \cdot 0'3 = 0'12$$

$$p(A/M) = \frac{p(M \cap A)}{p(M)} \Rightarrow 0'25 = \frac{0'12}{p(M)} \Rightarrow p(M) = \frac{0'12}{0'25} = 0'48$$

$$p(H) = 1 - p(M) = 1 - 0'48 = 0'52$$

$$c) p(A \cap \bar{M}) + p(M \cap \bar{A}) = p(A) \cdot p(\bar{M}/A) + p(M) \cdot p(\bar{A}/M) = 0'3 \cdot 0'6 + 0'48 \cdot 0'75 = 0'54$$

En una empresa, el 30% de los empleados ejercen de economistas y el 25% ejercen de abogados. El 75% de los economistas y el 60% de los abogados ocupan puestos directivos, mientras que, de los empleados que no ejercen ni de economistas ni de abogados, el 15% ocupa un puesto directivo. Seleccionado un empleado al azar de esta empresa, calcule la probabilidad de que:

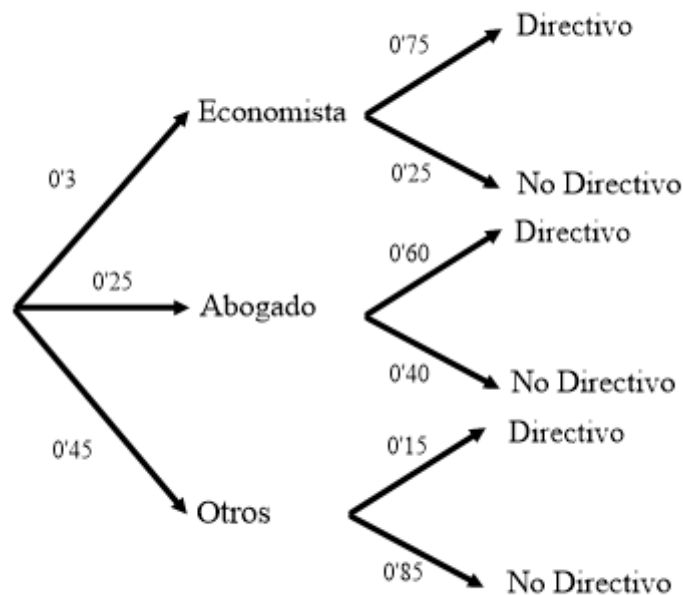
a) No ocupe un puesto directivo.

b) Ejerza de economista sabiendo que ocupa un puesto directivo.

SOCIALES II. 2024 RESERVA 4. EJERCICIO C6

RESOLUCIÓN

Hacemos un diagrama de árbol



$$a) p(\text{No directivo}) = 0'3 \cdot 0'25 + 0'25 \cdot 0'4 + 0'45 \cdot 0'85 = 0'5575$$

$$b) p\left(\frac{\text{Economista}}{\text{Directivo}}\right) = \frac{p(\text{Economista} \cap \text{Directivo})}{p(\text{Directivo})} = \frac{0'3 \cdot 0'75}{1 - 0'5575} = \frac{30}{59} = 0'5085$$

El 7% de los habitantes de una ciudad no tienen coche ni moto. De entre los que tienen coche el 36% tienen moto y de entre los que no tienen coche el 28% no tienen moto. Se elige al azar un habitante de esa ciudad:

- Calcule la probabilidad de que solo tenga uno de los dos vehículos.
- Calcule la probabilidad de que al menos tenga uno de los dos vehículos.
- Si tiene coche, ¿cuál es la probabilidad de que no tenga moto?
- ¿Son independientes los sucesos “tener coche” y “no tener moto”? ¿Son incompatibles?

SOCIALES II. 2024. JULIO. EJERCICIO C5

R E S O L U C I Ó N

Si llamamos A al suceso “tener moto” y B al suceso “tener coche”, los datos del problema son:

$$p(\bar{A} \cap \bar{B}) = 0'07 ; p(A/B) = 0'36 ; p(\bar{A}/\bar{B}) = 0'28$$

Aplicamos las leyes de Morgan

$$p(\bar{A} \cap \bar{B}) = 0'07 \Rightarrow p(\overline{A \cup B}) = 0'07 \Rightarrow 1 - p(A \cup B) = 0'07 \Rightarrow p(A \cup B) = 0'93$$

Aplicamos el teorema de Bayes

$$p(\bar{A}/\bar{B}) = 0'28 \Rightarrow \frac{p(\bar{A} \cap \bar{B})}{p(\bar{B})} = 0'28 \Rightarrow \frac{0'07}{1 - p(B)} = 0'28 \Rightarrow 1 - p(B) = 0'25 \Rightarrow p(B) = 0'75$$

$$p(A/B) = 0'36 \Rightarrow \frac{p(A \cap B)}{p(B)} = 0'36 \Rightarrow \frac{p(A \cap B)}{0'75} = 0'36 \Rightarrow p(A \cap B) = 0'27$$

Calculamos $p(A)$

$$p(A \cup B) = p(A) + p(B) - p(A \cap B) \Rightarrow 0'93 = p(A) + 0'75 - 0'27 \Rightarrow p(A) = 0'45$$

$$a) p(A \cap \bar{B}) + p(\bar{A} \cap B) = p(A) - p(A \cap B) + p(B) - p(A \cap B) = 0'45 - 0'27 + 0'75 - 0'27 = 0'66$$

$$b) p(A \cup B) = 0'93$$

$$c) p(\bar{A}/B) = \frac{p(\bar{A} \cap B)}{p(B)} = \frac{p(B) - p(A \cap B)}{p(B)} = \frac{0'75 - 0'27}{0'75} = 0'64$$

$$d) \left. \begin{array}{l} p(\bar{A} \cap B) = 0'75 - 0'27 = 0'48 \\ p(\bar{A}) \cdot p(B) = 0'55 \cdot 0'75 = 0'4125 \end{array} \right\} \Rightarrow p(\bar{A} \cap B) \neq p(\bar{A}) \cdot p(B) \Rightarrow \text{Son dependientes}$$

$$p(\bar{A} \cap B) = 0'48 \neq 0 \Rightarrow \text{Son compatibles}$$

Se ha realizado un estudio a personas que están teletrabajando actualmente. De estos, el 72% trabajan por cuenta ajena con contrato indefinido, el 11% lo hacen por cuenta ajena con contrato temporal y el resto trabajan por cuenta propia. El 87% de los que tienen contrato indefinido y el 86% de los que trabajan por cuenta propia piensan que el teletrabajo mejora la conciliación familiar. Además, este estudio ha revelado que el 12'51% de los trabajadores opinan que el teletrabajo no mejora la conciliación familiar. Seleccionado un teletrabajador al azar, determine la probabilidad de que:

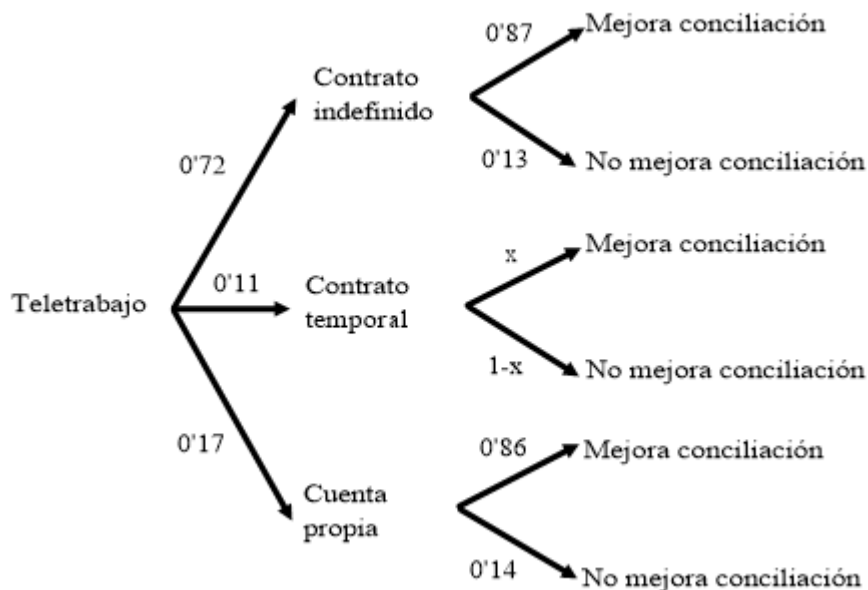
a) Opine que el teletrabajo sí mejora la conciliación familiar sabiendo que tienen un contrato temporal.

b) No esté trabajando por cuenta propia sabiendo que opina que el teletrabajo mejora la conciliación familiar.

SOCIALES II. 2024 JULIO. EJERCICIO C6

R E S O L U C I Ó N

Hacemos un diagrama de árbol:



a) $0'1251 = 0'72 \cdot 0'13 + 0'11 \cdot (1 - x) + 0'17 \cdot 0'14 \Rightarrow x = 0'93$

b)

$$p(\text{No cuenta propia} / \text{Mejora conciliación}) = \frac{0'72 \cdot 0'87 + 0'11 \cdot 0'93}{0'72 \cdot 0'87 + 0'11 \cdot 0'93 + 0'17 \cdot 0'86} = \frac{0'7287}{0'8749} = 0'8328$$

Para tratar cierta enfermedad, en un hospital se utilizan tres fármacos distintos, A, B y C, administrándose a cada enfermo un solo fármaco. El 30% de los pacientes es tratado con el fármaco A, el 50% es tratado con el B y el resto con el fármaco C. La probabilidad de que la enfermedad se cure con el fármaco A es de 0.6, de que se cure con el fármaco B es de 0.8 y de que se cure con el fármaco C es de 0.7. Se elige al azar un paciente de ese hospital con esa enfermedad.

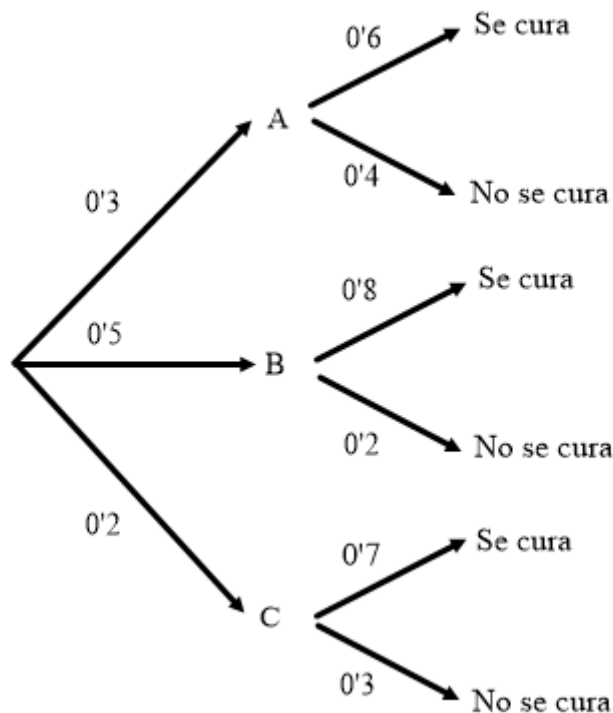
a) Calcule la probabilidad de que el paciente se cure.

b) Sabiendo que el paciente se ha curado, ¿cuál es la probabilidad de que haya sido tratado con el fármaco A?

SOCIALES II. 2024 MODELO. EJERCICIO 3A

RESOLUCIÓN

Hacemos un diagrama de árbol



a) $p(\text{Se cura}) = 0'3 \cdot 0'6 + 0'5 \cdot 0'8 + 0'2 \cdot 0'7 = 0'72$

b) $p(A / \text{Se cura}) = \frac{0'3 \cdot 0'6}{0'72} = \frac{0'18}{0'72} = \frac{1}{4} = 0'25$