EMESTRADA
EXÁMENES DE
SELECTIVIDAD

PROBLEMAS RESUELTOS
SELECTIVIDAD ANDALUCÍA
2024

MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CIENCIAS SOCIALES

TEMA 6: TEORÍA DE MUESTRAS

- Junio, Ejercicio D7
- Junio, Ejercicio D8
- Reserva 1, Ejercicio D7
- Reserva 1, Ejercicio D8
- Reserva 2, Ejercicio D7
- Reserva 2, Ejercicio D8
- Reserva 3, Ejercicio D7
- Reserva 3, Ejercicio D8
- Reserva 4, Ejercicio D7
- Reserva 4, Ejercicio D8
- Julio, Ejercicio D7
- Julio, Ejercicio D8
- Modelo, Ejercicio 4A
- Modelo, Ejercicio 4B

a) Se realizan dos muestreos aleatorios estratificados con afijación proporcional para una población dividida en cuatro estratos E_1, E_2, E_3 y E_4. En la primera muestra se han seleccionado 25 individuos de E_1 y 30 de E_2. En la segunda muestra se han seleccionado 80 individuos de E_3 y 100 de E_4. Sabiendo que el estrato E_1 tiene 500 individuos y que el estrato E_3 tiene 400, determine el tamaño de cada estrato de la población y el tamaño de las muestras en cada estrato.
b) Dada la población $\{-3,-1,2,5,7\}$, se consideran todas las muestras posibles de tamaño 2 obtenidas mediante muestreo aleatorio simple. Calcule la media y la varianza de la distribución de las medias muestrales.
SOCIALES II. 2024. JUNIO. EJERCICIO D7

R E S O L U C I Ó N

a)

	E_1	E_2	E_3	E_4	Total
Muestra 1	25	30	**20**	**25**	**100**
Muestra 2	**100**	**120**	80	100	**400**
Población	500	**600**	400	**500**	**2000**

Muestra 1: $\frac{25}{500}=\frac{30}{x} \Rightarrow x=600$ $\quad \frac{25}{500}=\frac{y}{400} \Rightarrow y=20$

Muestra 2: $\frac{80}{400}=\frac{100}{z} \Rightarrow z=500$ $\quad \frac{80}{400}=\frac{b}{500} \Rightarrow b=100$ $\quad \frac{80}{400}=\frac{a}{600} \Rightarrow a=120$

Muestra 1: $\frac{25}{500}=\frac{c}{500} \Rightarrow c=25$

b) Todas las muestras de tamaño 2:

$(-3,-3)$	$(-3,-1)$	$(-3,2)$	$(-3,5)$	$(-3,7)$
$(-1,-3)$	$(-1,-1)$	$(-1,2)$	$(-1,5)$	$(-1,7)$
$(2,-3)$	$(2,-1)$	$(2,2)$	$(2,5)$	$(2,7)$
$(5,-3)$	$(5,-1)$	$(5,2)$	$(5,5)$	$(5,7)$
$(7,-3)$	$(7,-1)$	$(7,2)$	$(7,5)$	$(7,7)$

Medias muestrales:

-3	-2	$-0'5$	1	2
-2	-1	$0'5$	2	3
$-0'5$	$0'5$	2	$3'5$	$4'5$
1	2	$3'5$	5	6
2	3	$4'5$	6	7

Construimos la tabla para las medias muestrales:

	f	$x \cdot f$	$x^2 \cdot f$
-3	1	-3	9
-2	2	-4	8
-1	1	-1	1
$-0'5$	2	-1	0'5
$0'5$	2	1	0'5
1	2	2	2
2	5	10	20
3	2	6	18
$3'5$	2	7	24'5
$4'5$	2	9	40'5
5	1	5	25
6	2	12	72
7	1	7	49
	25	50	270

Media $= \mu = \dfrac{\sum x_i f_i}{\sum f_i} = \dfrac{50}{25} = 2$

Varianza $= \sigma^2 = \dfrac{\sum x_i^2 f_i}{\sum f_i} - \overline{x}^2 = \dfrac{270}{25} - 2^2 = 6'8$

También, podríamos calcularlo a partir de los datos de la población

Construimos la tabla para población

x	f	$x \cdot f$	$x^2 \cdot f$
-3	1	-3	9
-1	1	-1	1
2	1	2	4
5	1	5	25
7	1	7	49
	5	10	88

Media $= \mu = \dfrac{\sum x_i f_i}{\sum f_i} = \dfrac{10}{5} = 2$

Varianza $= \sigma^2 = \dfrac{\sum x_i^2 f_i}{\sum f_i} - \overline{x}^2 = \dfrac{88}{5} - 2^2 = 13'6$

La varianza de las medias muestrales sería: $\sigma^2 = \dfrac{13'6}{2} = 6'8$

Se desea conocer la proporción de habitantes de una determinada ciudad que realizan turismo sostenible durante sus vacaciones. Para ello se selecciona al azar una muestra de 2500 habitantes, resultando que 1825 realizan turismo sostenible.
a) Calcule un intervalo, con un nivel de confianza del 95%, para estimar la proporción de habitantes de la ciudad que realizan turismo sostenible.
b) Para un nivel de confianza del 97% y manteniendo la proporción muestral, ¿cuál sería el tamaño mínimo de una nueva muestra para que el error de estimación sea inferior al 1%?.
c) Razone que efecto producirá sobre la amplitud del intervalo una disminución del tamaño de la muestra.
SOCIALES II. 2024 JUNIO. EJERCICIO D8

R E S O L U C I Ó N

a) El intervalo de confianza para la proporción viene dado por:

$$I.C.\left(p - z_{\frac{\alpha}{2}} \cdot \sqrt{\frac{p\cdot(1-p)}{n}}, p + z_{\frac{\alpha}{2}} \cdot \sqrt{\frac{p\cdot(1-p)}{n}}\right)$$

Con los datos del problema calculamos:

$$p = \frac{1825}{2500} = 0'73$$

$$\frac{1+0'95}{2} = 0'975 \Rightarrow z_{\frac{\alpha}{2}} = 1'96$$

Luego, sustituyendo, tenemos:

$$I.C.\left(0'73 - 1'96\cdot\sqrt{\frac{0'73\cdot 0'27}{2500}}\ ,\ 0'73 + 1'96\cdot\sqrt{\frac{0'73\cdot 0'27}{2500}}\right) = (0'7126\ ;\ 0'7474)$$

b) Calculamos el tamaño mínimo de la muestra

$$\frac{1+0'97}{2} = 0'985 \Rightarrow z_{\frac{\alpha}{2}} = 2'17$$

$$E = 0'01 = 2'17\cdot\sqrt{\frac{0'73\cdot 0'27}{n}} \Rightarrow n = 9.281,24 \simeq 9.282 \text{ habitantes}$$

c) Si el tamaño de la muestra disminuye, entonces el error aumenta, con lo cual la amplitud del intervalo aumenta.

Se ha administrado un determinado medicamento a una muestra de 220 enfermos de una población que padece una cierta enfermedad y se ha observado una respuesta positiva en 165 de ellos.
a) Estime, mediante un intervalo de confianza del 97'5%, la proporción de enfermos que responderían positivamente si este medicamento se administrase a la población de la que se ha extraído la muestra. Según el intervalo obtenido, razone si puede admitirse que el porcentaje de enfermos que responderían positivamente al medicamento administrado es del 70%.
b) Con el mismo nivel de confianza y la misma proporción muestral, ¿cuál debe ser el tamaño mínimo de una nueva muestra para que el error de estimación sea menor que el 2'5%?.
SOCIALES II. 2024 RESERVA 1. EJERCICIO D7

R E S O L U C I Ó N

a) El intervalo de confianza para la proporción viene dado por:

$$I.C.\left(p - z_{\frac{\alpha}{2}} \cdot \sqrt{\frac{p\cdot(1-p)}{n}} \, , \, p + z_{\frac{\alpha}{2}} \cdot \sqrt{\frac{p\cdot(1-p)}{n}} \right)$$

Con los datos del problema calculamos:

$$p = \frac{165}{220} = 0'75$$

$$\frac{1+0'975}{2} = 0'9875 \Rightarrow z_{\frac{\alpha}{2}} = 2'24$$

Luego, sustituyendo, tenemos:

$$I.C.\left(0'75 - 2'24 \cdot \sqrt{\frac{0'75 \cdot 0'25}{220}} \; , \; 0'75 + 2'24 \cdot \sqrt{\frac{0'75 \cdot 0'25}{220}} \right) = (0'6846 \; ; \; 0'8154)$$

El intervalo es 68'46% y 81'54%, luego, el 70% está en ese intervalo, por lo tanto se puede admitir que el porcentaje de enfermos que responderían positivamente al medicamento administrado es del 70%

b) Calculamos el tamaño mínimo de la muestra

$$E = 0'025 = 2'24 \cdot \sqrt{\frac{0'75 \cdot 0'25}{n}} \Rightarrow n = 1505'28 \simeq 1506 \text{ enfermos}$$

Un atleta obtiene los siguientes tiempos, en minutos, de 10 repeticiones cronometradas de una prueba:

2’71 3’84 3’26 2’28 2’86 3’08 3’07 2’46 2’54 2’58

Poe experiencias anteriores se sabe que el tiempo en cada repetición sigue una ley Normal de media desconocida y desviación típica 0’36 minutos.

a) Calcule un intervalo de confianza para el tiempo medio de estas repeticiones con un 93’5% de confianza.

b) ¿Cuántas repeticiones como mínimo se tendrán que cronometrar si se quiere obtener un error en la estimación del tiempo medio inferior a 0’05 minutos manteniendo el mismo nivel de confianza?.

SOCIALES II. 2024 RESERVA 1. EJERCICIO D8

R E S O L U C I Ó N

a) Como el nivel de confianza es del 97%, podemos calcular $z_{\frac{\alpha}{2}}$

$$\frac{1+0'935}{2}=0'9675 \Rightarrow z_{\frac{\alpha}{2}}=1'845$$

Calculamos la media que será:

$$\mu=\frac{2'71+3'84+3'26+2'28+2'86+3'08+3'07+2'46+2'54+2'58}{10}=2'868$$

El intervalo de confianza de la media poblacional viene dado por: $I.C.\left(\mu-z_{\frac{\alpha}{2}}\cdot\frac{\sigma}{\sqrt{n}},\mu+z_{\frac{\alpha}{2}}\cdot\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right)$

Luego sustituyendo los datos, tenemos:

$$I.C.\left(\mu-z_{\frac{\alpha}{2}}\cdot\frac{\sigma}{\sqrt{n}},\mu+z_{\frac{\alpha}{2}}\cdot\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right)=\left(2'868-1'845\cdot\frac{0'36}{\sqrt{10}},2'868+1'845\cdot\frac{0'36}{\sqrt{10}}\right)=(2'658\ ;\ 3'078)$$

b) Aplicando la fórmula, tenemos:

$$E=0'05=1'845\cdot\frac{0'36}{\sqrt{n}}\Rightarrow n=176'46\simeq 177 \quad \text{repeticiones}$$

Una tienda decide evaluar a su empresa de transporte para determinar si está cumpliendo con sus estándares de calidad. Para ello se analizan 400 de sus envíos y se comprueba que 370 han sido entregados a tiempo.
a) Si los estándares de calidad de dicha empresa requieren que al menos el 88% de los envíos sean entregados a tiempo, estime, mediante un intervalo de confianza al 93%, si la empresa de transporte cumple con los estándares de calidad.
b) Si se mantiene la misma proporción muestral y se aumente el nivel de confianza al 95%, ¡cuántos envíos, como mínimo, habrá que analizar para que la amplitud del intervalo de confianza sea inferior a 0'03?.
SOCIALES II. 2024 RESERVA 2. EJERCICIO D7

R E S O L U C I Ó N

a) El intervalo de confianza para la proporción viene dado por:

$$I.C.\left(p-z_{\frac{\alpha}{2}}\cdot\sqrt{\frac{p\cdot(1-p)}{n}}\ ,\ p+z_{\frac{\alpha}{2}}\cdot\sqrt{\frac{p\cdot(1-p)}{n}}\right)$$

Con los datos del problema calculamos:

$$p=\frac{370}{400}=0'925$$

$$\frac{1+0'93}{2}=0'965\Rightarrow z_{\frac{\alpha}{2}}=1'815$$

Luego, sustituyendo, tenemos:

$$I.C.\left(0'925-1'815\cdot\sqrt{\frac{0'925\cdot 0'075}{400}}\ ,\ 0'925+1'815\cdot\sqrt{\frac{0'925\cdot 0'075}{400}}\right)=(0'9118\ ;\ 0'9382)$$

El intervalo es 91'18% y 93'82%, luego, el 88% está en ese intervalo, por lo tanto, la empresa si cumple con los estándares de calidad.

b) Calculamos el tamaño mínimo de la muestra

$$\frac{1+0'95}{2}=0'975\Rightarrow z_{\frac{\alpha}{2}}=1'96$$

$$E=\frac{0'03}{2}=0'015=1'96\cdot\sqrt{\frac{0'925\cdot 0'075}{n}}\Rightarrow n=1184'49\simeq 1185\ \text{envíos}$$

a) El tiempo que un carpintero necesita para fabricar una mesa sigue una distribución Normal de media 60 minutos y desviación típica 30 minutos. Si en un mes ese carpintero ha fabricado 100 mesas, calcule la probabilidad de que el tiempo medio de fabricación de las mesas de esa muestra sea superior a 54 minutos.
b) El tiempo que un carpintero necesita para fabricar una puerta sigue una distribución Normal de media desconocida y desviación típica 20 minutos. En un mes ese carpintero ha fabricado 25 puertas, obteniendo un tiempo medio de fabricación de 40 minutos. Halle un intervalo de confianza para el tiempo medio de fabricación de una puerta con un nivel de confianza del 97%. Determine el error máximo cometido al realizar la estimación.
SOCIALES II. 2024 RESERVA 2. EJERCICIO D8

R E S O L U C I Ó N

a) $N\left(60, \dfrac{30}{\sqrt{100}}\right) = N(60,3)$

$$p(x > 54) = p\left(z > \frac{54-60}{3}\right) = p(z > -2) = p(z < 2) = 0'9772$$

b) Como el nivel de confianza es del 97%, podemos calcular $z_{\frac{\alpha}{2}}$

$$\frac{1+0'97}{2} = 0'985 \Rightarrow z_{\frac{\alpha}{2}} = 2'17$$

El intervalo de confianza de la media poblacional viene dado por: $I.C.\left(\mu - z_{\frac{\alpha}{2}} \cdot \dfrac{\sigma}{\sqrt{n}}, \mu + z_{\frac{\alpha}{2}} \cdot \dfrac{\sigma}{\sqrt{n}}\right)$

Luego sustituyendo los datos, tenemos:

$$I.C.\left(\mu - z_{\frac{\alpha}{2}} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}}, \mu + z_{\frac{\alpha}{2}} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right) = \left(40 - 2'17 \cdot \frac{20}{\sqrt{25}}\ ,\ 40 + 2'17 \cdot \frac{20}{\sqrt{25}}\right) = (31'32\ ;\ 48'68)$$

El error cometido es: $E = 2'17 \cdot \dfrac{20}{\sqrt{25}} = 8'68$

a) Para estimar la proporción de mujeres matriculadas en carreras STEM en Andalucía, se realiza una encuesta a 2000 universitarias andaluzas elegidas al azar y se obtiene que 710 de ellas están matriculadas en carreras STEM. Con un nivel de confianza del 96.5%, calcule un intervalo de confianza para estimar la proporción de mujeres matriculadas en carreras STEM en Andalucía.
b) En otra comunidad autónoma, al seleccionar una muestra de universitarias, se observa que el porcentaje de mujeres matriculadas en carreras STEM es del 37%. Con un nivel de confianza del 98%, calcule el tamaño mínimo de esa nueva muestra para que el error máximo cometido sea del 1.5%
SOCIALES II. 2024 RESERVA 3. EJERCICIO D7

R E S O L U C I Ó N

a) El intervalo de confianza para la proporción viene dado por:

$$I.C.\left(p - z_{\frac{\alpha}{2}} \cdot \sqrt{\frac{p\cdot(1-p)}{n}} , p + z_{\frac{\alpha}{2}} \cdot \sqrt{\frac{p\cdot(1-p)}{n}} \right)$$

Con los datos del problema calculamos:

$$p = \frac{710}{2000} = 0'355$$

$$\frac{1+0'965}{2} = 0'9825 \Rightarrow z_{\frac{\alpha}{2}} = 2'105$$

Luego, sustituyendo, tenemos:

$$I.C.\left(0'355 - 2'105\cdot\sqrt{\frac{0'355\cdot 0'645}{2000}} \ , \ 0'355 + 2'105\cdot\sqrt{\frac{0'355\cdot 0'645}{2000}} \right) = (0'3325 \ ; \ 0'3775)$$

b) Calculamos el tamaño mínimo de la muestra

$$\frac{1+0'98}{2} = 0'99 \Rightarrow z_{\frac{\alpha}{2}} = 2'325$$

$$E = 0'015 = 2'325\cdot\sqrt{\frac{0'37\cdot 0'63}{n}} \Rightarrow n = 5600'22 \simeq 5601$$

La cuota mensual de las hipotecas en una ciudad es una variable aleatoria que sigue una distribución Normal de media desconocida y desviación típica igual a 140 €.
a) Se toma una muestra aleatoria de hipotecas en dicha ciudad y se obtiene que el intervalo de confianza al 95% para la media de las cuotas mensuales es (517.65 ,551.95). Calcule el valor de la media muestral y el tamaño de la muestra elegida.
b) Escogida otra muestra de 78 hipotecas en esa ciudad y con un nivel de confianza del 97%, calcule el error máximo cometido para estimar la cuota mensual media.
c) Si en otra ciudad la cuota mensual de las hipotecas sigue una distribución Normal de media 540 € y desviación típica de 150 € , calcule la probabilidad de que la cuota de una hipoteca elegida al azar en dicha ciudad esté comprendida entre 600 y 700 euros.
SOCIALES II. 2024 RESERVA 3. EJERCICIO D8

R E S O L U C I Ó N

a) La media muestral es: $\frac{517'65+551'95}{2}=534'8$

$\frac{1+0'95}{2}=0'975 \Rightarrow z_{\frac{\alpha}{2}}=1'96$

El error es: $E=551'95-534'8=17'15=1'96\cdot\frac{140}{\sqrt{n}} \Rightarrow n=256$

b) Como el nivel de confianza es del 97%, podemos calcular $z_{\frac{\alpha}{2}}$

$$\frac{1+0'97}{2}=0'985 \Rightarrow z_{\frac{\alpha}{2}}=2'17$$

El error es: $E=2'17\cdot\frac{140}{\sqrt{78}}=34'39$

c) $N(540,150)$

$$p(600<x<700)=p\left(\frac{600-540}{150}<z<\frac{700-540}{150}\right)=p(0'4<z<1'06)=$$
$$=p(z<1'06)-p(z<0'4)=0'8554-0'6554=0'2$$

En un invernadero de Almería se realiza un estudio sobre dos de sus productos, melones y sandías.
a) De los 4000 melones recolectados en un determinado periodo, 1420 son de la variedad A, 980 de la B, 720 de la C y el resto de la D. Si se selecciona una muestra de 200 de estos melones, ¿cuál debe ser la composición que debe tener dicha muestra si se realiza mediante muestreo aleatorio estratificado con afijación proporcional?
b) El peso de las sandías sigue una distribución Normal de media 3.85 kg y desviación típica 1.32 kg. Se selecciona, de forma aleatoria, una muestra de 121 sandías.
b.1) Indique la distribución que sigue la media muestral del peso de las sandías.
b.2) Calcule la probabilidad de que el peso medio de la muestra esté comprendido entre 3.6 kg y 4 kg.
SOCIALES II. 2024 RESERVA 4. EJERCICIO D7

R E S O L U C I Ó N

a) Tamaño de la población $= 4.000$ melones

Calculamos la composición de la muestra

$$\left.\begin{array}{l} 4000 \rightarrow 1420 \\ 200 \rightarrow x \end{array}\right\} x = \frac{1420 \cdot 200}{4000} = 71 \text{ melones variedad A}$$

$$\left.\begin{array}{l} 4000 \rightarrow 980 \\ 200 \rightarrow x \end{array}\right\} x = \frac{980 \cdot 200}{4000} = 49 \text{ melones variedad B}$$

$$\left.\begin{array}{l} 4000 \rightarrow 720 \\ 200 \rightarrow x \end{array}\right\} x = \frac{720 \cdot 200}{4000} = 36 \text{ melones variedad C}$$

$$\left.\begin{array}{l} 4000 \rightarrow 880 \\ 200 \rightarrow x \end{array}\right\} x = \frac{880 \cdot 200}{4000} = 44 \text{ melones variedad D}$$

b.1) La distribución de las medias muestrales es: $N\left(\mu, \frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right) = N\left(3'85, \frac{1'32}{\sqrt{121}}\right) = N(3'85, 0'12)$

b.2)

$$p(3'6 < x < 4) = p\left(\frac{3'6-3'85}{0'12} < z < \frac{4-3'85}{0'12}\right) = p(-2'08 < z < 1'25) = p(z < 1'25) - p(z < -2'08) =$$

$$= p(z < 1'25) - [1 - p(z < 2'08)] = 0'8944 - [1 - 0'9812] = 0'8756$$

Una empresa farmacéutica desea revisar la efectividad de un nuevo medicamento antipirético (reduce la fiebre). Se conoce que el tiempo en el que este medicamento comienza a hacer efecto sigue una ley Normal de media desconocida y desviación típica de 5 minutos. Para estimar la media poblacional, se ha seleccionado una muestra aleatoria de 10 individuos con fiebre y tras administrarse el medicamento, se han anotado los tiempos en los que comienza a remitir. Los tiempos obtenidos, en minutos, fueron:

20, 25, 30, 35, 35, 20, 20, 25, 30, 30

a) Determine un intervalo, con un nivel de confianza del 98%, para estimar el tiempo medio de respuesta de este medicamento. Según el intervalo obtenido, razone si puede admitirse que el tiempo medio en el que el medicamento comienza a hacer efecto es superior a 35 minutos.

b) Un estudio posterior ha revelado que el tiempo de respuesta a este medicamento sigue una ley Normal de media 27.2 minutos y desviación típica de 5 minutos. Determine la probabilidad de que a un paciente con fiebre que ha ingerido el medicamento no le haya hecho efecto hasta pasados 20 minutos.

SOCIALES II. 2024 RESERVA 4. EJERCICIO D8

R E S O L U C I Ó N

a) Como el nivel de confianza es del 98%, podemos calcular $z_{\frac{\alpha}{2}}$

$$\frac{1+0'98}{2}=0'99 \Rightarrow z_{\frac{\alpha}{2}}=2'325$$

Calculamos la media que será:

$$\mu=\frac{20+25+30+35+35+20+20+25+30+30}{10}=27$$

El intervalo de confianza de la media poblacional viene dado por: $I.C.\left(\mu-z_{\frac{\alpha}{2}}\cdot\frac{\sigma}{\sqrt{n}},\mu+z_{\frac{\alpha}{2}}\cdot\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right)$

Luego sustituyendo los datos, tenemos:

$$I.C.\left(\mu-z_{\frac{\alpha}{2}}\cdot\frac{\sigma}{\sqrt{n}},\mu+z_{\frac{\alpha}{2}}\cdot\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right)=\left(27-2'325\cdot\frac{5}{\sqrt{10}}\ ,\ 27+2'325\cdot\frac{5}{\sqrt{10}}\right)=(23'3239\ ;\ 30'6761)$$

No se puede admitir que el tiempo medio en que el medicamento comienza a hacer efecto es superior a 35 minutos, ya que ese valor está fuera del intervalo.

b) La distribución es: $N(\mu,\sigma)=N(27'2\ ,\ 5)$

$$p(x>20)=p\left(z>\frac{20-27'2}{5}\right)=p(z>-1'44)=p(z<1'44)=0'9251$$

La altura de un cierto tipo de plantas de maíz sigue una distribución Normal de media 145 cm y desviación típica de 22 cm.
a) ¿Qué porcentaje de plantas tiene una altura comprendida entre 135 cm y 155 cm?.
b) ¿Qué altura, como mínimo, debe tener una planta para estar entre el 50% de las más altas?.
c) Se selecciona una muestra aleatoria de 16 plantas. Halle la probabilidad de que la altura media de las plantas de esta muestra esté comprendida entre 140 cm y 151 cm.
SOCIALES II. 2024 JULIO. EJERCICIO D7

R E S O L U C I Ó N

a)
$$p(135<x<155)=p\left(\frac{135-145}{22}<z<\frac{155-145}{22}\right)=p(-0'45<z<0'45)=p(z<0'45)-p(z<-0'45)=$$
$$=2p(z<0'45)-1=2\cdot 0'6736-1=0'3472=34'72\%$$

b) Nos piden el valor de a que cumple $p(x<a)=0'5$. Por la simetría de la distribución normal, vemos que este valor es la media de la distribución. Luego, la altura que debe tener una planta para estar entre el 50% de las más altas es de, al menos, 145 cm.

c) La distribución de las medias muestrales es: $N\left(145\ ;\ \frac{22}{\sqrt{16}}\right)=N(145\ ;\ 5'5)$
$$p(140<x<151)=p\left(\frac{140-145}{5'5}<z<\frac{151-145}{5'5}\right)=p(-0'91<z<1'09)=p(z<1'09)-p(z<-0'91)=$$
$$=p(z<1'09)-[1-p(z<0'91)]=0'8621-[1-0'8186]=0'6807$$

Se desea estimar la proporción de personas que viajan en tren con su mascota. Para ello se selecciona una muestra aleatoria de 300 viajeros, obteniéndose que 12 de ellos viajan con su mascota.
a) Obtenga un intervalo, con un nivel de confianza del 97%, para estimar la proporción de personas que viajan en tren con su mascota.
b) Manteniendo la misma proporción muestral y con un nivel de confianza del 95%, ¿cuántas personas que viajan en tren deberán seleccionarse aleatoriamente como mínimo para que la proporción muestral difiera de la proporción poblacional a lo sumo en un 2%?.
SOCIALES II. 2024 JULIO. EJERCICIO D8

R E S O L U C I Ó N

a) El intervalo de confianza para la proporción viene dado por:

$$I.C.\left(p - z_{\frac{\alpha}{2}} \cdot \sqrt{\frac{p\cdot(1-p)}{n}}, p + z_{\frac{\alpha}{2}} \cdot \sqrt{\frac{p\cdot(1-p)}{n}}\right)$$

Con los datos del problema calculamos:

$$p = \frac{12}{300} = 0'04$$

$$\frac{1+0'97}{2} = 0'985 \Rightarrow z_{\frac{\alpha}{2}} = 2'17$$

Luego, sustituyendo, tenemos:

$$I.C.\left(0'04 - 2'17\cdot\sqrt{\frac{0'04\cdot 0'96}{300}}\ ,\ 0'04 + 2'17\cdot\sqrt{\frac{0'04\cdot 0'96}{300}}\right) = (0'0155\ ;\ 0'0645)$$

b) Calculamos el tamaño mínimo de la muestra

$$\frac{1+0'95}{2} = 0'975 \Rightarrow z_{\frac{\alpha}{2}} = 1'96$$

$$E = 0'02 = 1'96\cdot\sqrt{\frac{0'04\cdot 0'96}{n}} \Rightarrow n = 368'79 \simeq 369 \text{ personas}$$

El número de días de permanencia de los enfermos en un hospital sigue una ley Normal de media desconocida y desviación típica 3 días.
a) Determine un intervalo de confianza para estimar la media poblacional, a un nivel de confianza del 97%, con una muestra aleatoria de 100 enfermos cuya media es 8’1 días.
b) ¿Qué tamaño mínimo debe tener una muestra aleatoria para poder estimar la media poblacional con un error inferior a 1 día y un nivel de confianza del 92 %?.
SOCIALES II. 2024 MODELO. EJERCICIO 4A

R E S O L U C I Ó N

a) La distribución de las medias muestrales es: $N\left(\mu, \frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right) = N\left(8'1, \frac{3}{\sqrt{100}}\right) = N\left(8'1, 0'3\right)$

Como el nivel de confianza es del 97%, podemos calcular $z_{\frac{\alpha}{2}}$

$$\frac{1+0'97}{2} = 0'985 \Rightarrow z_{\frac{\alpha}{2}} = 2'17$$

Aplicando la fórmula, tenemos:

$$I.C. = (8'1 \pm 2'17 \cdot 0'3) = (7'499; 8'751)$$

b) $\frac{1+0'92}{2} = 0'96 \Rightarrow z_{\frac{\alpha}{2}} = 1'76$

$$E = 1 = 1'76 \cdot \frac{3}{\sqrt{n}} \Rightarrow n = \left(\frac{1'76 \cdot 3}{1}\right)^2 = 27'87 \simeq 28$$

Una tienda de ropa quiere estudiar la aceptación de un nuevo sistema de pago a través del teléfono móvil. Para ello realiza una encuesta entre 200 de sus clientes elegidos al azar, resultando que 150 de ellos sí estarían dispuestos a usar el nuevo sistema de pago.
a) (1'5 puntos) Determine un intervalo de confianza al 97% para estimar la proporción de clientes de esa tienda que estarían dispuestos a usar el nuevo sistema de pago.
b) (1 punto) Mediante una nueva encuesta se quiere estimar la proporción de clientes de esa tienda que usarían el nuevo sistema de pago, con un error máximo del 3% y un nivel de confianza del 94%. Suponiendo que se mantiene la proporción muestral del apartado anterior, ¿a cuántos clientes como mínimo habría que realizar la encuesta?
SOCIALES II. 2024 MODELO. EJERCICIO 4B

R E S O L U C I Ó N

a) El intervalo de confianza para la proporción viene dado por:

$$I.C.\left(p - z_{\frac{\alpha}{2}} \cdot \sqrt{\frac{p\cdot(1-p)}{n}}, p + z_{\frac{\alpha}{2}} \cdot \sqrt{\frac{p\cdot(1-p)}{n}}\right)$$

Con los datos del problema calculamos:

$$p = \frac{150}{200} = 0'75$$

$$\frac{1+0'97}{2} = 0'985 \Rightarrow z_{\frac{\alpha}{2}} = 2'17$$

Luego, sustituyendo, tenemos:

$$I.C.\left(0'75 - 2'17 \cdot \sqrt{\frac{0'75\cdot 0'25}{200}}, 0'75 + 2'17 \cdot \sqrt{\frac{0'75\cdot 0'25}{200}}\right) = (0'6836; 0'8164)$$

b) $\frac{1+0'94}{2} = 0'97 \Rightarrow z_{\frac{\alpha}{2}} = 1'88$

Aplicamos la fórmula del error:

$$E = 0'03 = 1'88 \cdot \sqrt{\frac{0'75\cdot 0'25}{n}} \Rightarrow n = 736'33 \simeq 737$$