EMESTRADA
EXÁMENES DE SELECTIVIDAD

PROBLEMAS RESUELTOS
SELECTIVIDAD ANDALUCÍA
2024

MATEMÁTICAS II

TEMA 3: ESPACIO AFIN Y EUCLIDEO

a) Halla el punto simétrico de $P(2,2,1)$ respecto de la recta $r\equiv\begin{cases}x-2y+z=2\\ y-z=1\end{cases}$.
b) Halla el punto simétrico de $Q(1,-1,-3)$ respecto del plano $\pi\equiv x-2y+z+6=0$
MATEMÁTICAS II. 2024. JUNIO. EJERCICIO 7

R E S O L U C I Ó N

a) Pasamos la recta a paramétricas: $r\equiv\begin{cases}x=4+t\\ y=1+t\\ z=t\end{cases}$. El vector director de la recta $(1,1,1)$, es el vector normal del plano, luego, los planos perpendiculares a la recta tienen de ecuación: $x+y+z+D=0$
Como queremos que pase por el punto $(2,2,1)$.

$$x+y+z+D=0\Rightarrow 2+2+1+D=0\Rightarrow D=-5$$

Luego, el plano que nos piden es: $x+y+z-5=0$.

Calculamos el punto de corte de la recta con el plano:

$$x+y+z-5=0\Rightarrow 4+t+1+t+t-5=0\Rightarrow 3t=0\Rightarrow t=0$$

Luego, el punto de corte es: $M=(4+0,1+0,0)=(4,1,0)$.

Si llamamos al punto simétrico $P'=(a,b,c)$, se cumple que:

$$\frac{(2,2,1)+(a,b,c)}{2}=(4,1,0)\Rightarrow P'=(6,0,-1)$$

b) Calculamos la ecuación de la recta que pasa por Q y es perpendicular al plano: $\begin{cases}x=1+t\\ y=-1-2t\\ z=-3+t\end{cases}$

Calculamos el punto de corte de la recta con el plano, sustituyendo la recta en la ecuación del plano

$$x-2y+z+6=0\Rightarrow 1+t+2+4t-3+t+6=0\Rightarrow t=-1$$

luego, el punto es: $M=(1-1,-1+2,-3-1)=(0,1,-4)$

Si llamamos al punto simétrico $Q'=(a,b,c)$, se cumple que:

$$\frac{(1,-1,-3)+(a,b,c)}{2}=(0,1,-4)\Rightarrow Q'=(-1,3,-5)$$

Considera las rectas $r \equiv \begin{cases} y=0 \\ 2x-z=0 \end{cases}$ **y** $s \equiv \begin{cases} x+y+7=0 \\ z=0 \end{cases}$

a) Estudia la posición relativa de *r* y *s*.
b) Calcula la ecuación del plano paralelo a *r* y *s* que equidista de ambas rectas.
MATEMÁTICAS II. 2024. JUNIO. EJERCICIO 8

R E S O L U C I Ó N

a) Calculamos un punto y vector director de cada recta.

$$r \equiv \begin{cases} x=t \\ y=0 \\ z=2t \end{cases} \Rightarrow A=(0,0,0)\ ;\ \vec{u}=(1,0,2)$$

$$s \equiv \begin{cases} x=-7-\lambda \\ y=\lambda \\ z=0 \end{cases} \Rightarrow B=(-7,0,0)\ ;\ \vec{v}=(-1,1,0)$$

Calculamos el vector $\overrightarrow{AB}=(-7,0,0)$ y averiguamos el rango de la matriz formada por los vectores $\vec{u}, \vec{v}\ y\ \overrightarrow{AB}$

$$\begin{vmatrix} 1 & 0 & 2 \\ -1 & 1 & 0 \\ -7 & 0 & 0 \end{vmatrix} = 14 \neq 0 \Rightarrow Rango(\vec{u},\vec{v},\overrightarrow{AB})=3 \Rightarrow \text{ Las rectas se cruzan.}$$

b) Los vectores $\vec{u}\ y\ \vec{v}$ son vectores directores del plano, luego, el vector normal del plano es:

$$\begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 1 & 0 & 2 \\ -1 & 1 & 0 \end{vmatrix} = (-2,-2,1)$$

Por lo tanto, el plano tiene de ecuación: $\pi \equiv -2x-2y+z+D=0$

El punto A de la recta r y el punto B de la recta s tienen que estar a la misma distancia del plano, luego:

$$\left.\begin{aligned} d(A,\pi) &= \frac{|D|}{\sqrt{(-2)^2+(-2)^2+(1)^2}} \\ d(B,\pi) &= \frac{|14+D|}{\sqrt{(-2)^2+(-2)^2+(1)^2}} \end{aligned}\right\} \Rightarrow \frac{|D|}{\sqrt{(-2)^2+(-2)^2+(1)^2}} = \frac{|14+D|}{\sqrt{(-2)^2+(-2)^2+(1)^2}} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow |D|=|14+D| \Rightarrow \begin{cases} D=14+D \Rightarrow No\ tiene\ solución \\ D=-14-D \Rightarrow D=-7 \end{cases}$$

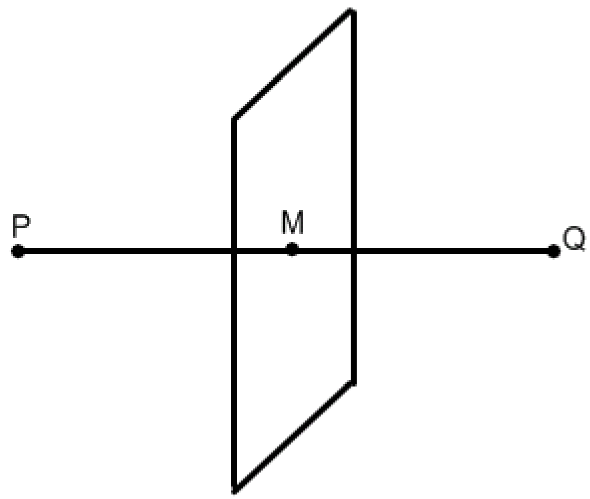
Luego, el plano que nos piden es: $\pi \equiv -2x-2y+z-7=0$

EMESTRADA
EXÁMENES DE
SELECTIVIDAD

Considera los puntos $P(1,0,1)$ y $Q(3,-2,1)$.
a) Calcula el plano perpendicular al segmento PQ que pasa por su punto medio.
b) Calcula el plano paralelo a la recta $r \equiv 1-x=\dfrac{y-2}{3}=z+1$ que pasa por P y Q.
MATEMÁTICAS II. 2024. RESERVA 1. EJERCICIO 7

R E S O L U C I Ó N

a) El plano que nos piden es un plano perpendicular al segmento *PQ* y que pasa por su punto medio *M*.



El vector $\overrightarrow{PQ}=(2,-2,0)$ es el vector normal del plano, luego: $2x-2y+D=0$

como tiene que pasar por el punto medio $M=(2,-1,1)$, tenemos que el plano pedido es:

$$2x-2y+D=0 \Rightarrow 2\cdot 2-2\cdot(-1)+D=0 \Rightarrow D=-6 \Rightarrow 2x-2y-6=0 \Rightarrow x-y-3=0$$

b) Calculamos el vector director de la recta $r \equiv 1-x=\dfrac{y-2}{3}=z+1 \Rightarrow \begin{cases} x=1-t \\ y=2+3t \\ z=-1+t \end{cases} \Rightarrow \vec{u}=(-1,3,1)$.

El plano que nos piden viene definido por el punto $P(1,0,1)$ y los vectores $\overrightarrow{PQ}=(2,-2,0)$ y $\vec{u}=(-1,3,1)$, luego:

$$\begin{vmatrix} x-1 & 2 & -1 \\ y & -2 & 3 \\ z-1 & 0 & 1 \end{vmatrix}=0 \Rightarrow -2x-2y+4z-2=0 \Rightarrow x+y-2z+1=0$$

Considera los puntos $A(1,1,2)$; $B(1,0,1)$ y $C(1,-1,2)$

a) Determina el área del triángulo de vértices *A*, *B* y *C*.

b) Calcula *D* para que los puntos *A*, *B*, *C* y *D* sean los vértices consecutivos de un paralelogramo.

MATEMÁTICAS II. 2024. RESERVA 1. EJERCICIO 8

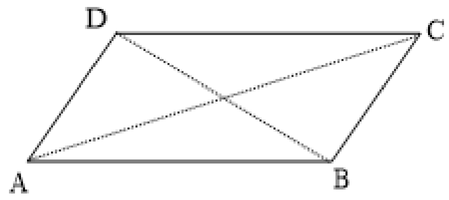
R E S O L U C I Ó N

a) Calculamos los vectores: $\vec{AB}=(0,-1,-1)$; $\vec{AC}=(0,-2,0)$

Aplicamos la fórmula que nos da el área del triángulo:

$$S=\frac{1}{2}\,|\vec{AB}\wedge\vec{AC}\,|=\frac{1}{2}\ \textit{módulo}\begin{vmatrix}\vec{i} & \vec{j} & \vec{k}\\ 0 & -1 & -1\\ 0 & -2 & 0\end{vmatrix}=\frac{1}{2}\ \textit{módulo}\ (-2,0,0)=\frac{1}{2}\sqrt{2^2+0^2+0^2}=1\,u^2$$

b)



El punto medio de la diagonal AC es: $M=\left(\frac{1+1}{2},\frac{1-1}{2},\frac{2+2}{2}\right)=(1,0,2)$

El punto medio de la diagonal BD, también es M, luego si llamamos $D(a,b,c)$, se tiene que cumplir:

$$M=\left(\frac{1+a}{2},\frac{0+b}{2},\frac{1+c}{2}\right)=(1,0,2)\Rightarrow D(1,0,3)$$

Considera el plano $\pi \equiv x - y = 0$ y la recta $r \equiv \frac{x-1}{2} = \frac{y}{3} = z - 2$.
a) Calcula, si es posible, el plano perpendicular a π que contiene a *r*.
b) Calcula, si es posible, la recta perpendicular a *r*, contenida en π y que pasa por el origen.
MATEMÁTICAS II. 2024. RESERVA 2. EJERCICIO 7

R E S O L U C I Ó N

a) Pasamos a implícitas las recta:

$$r \equiv \frac{x-1}{2} = \frac{y}{3} = z - 2 \Rightarrow \begin{cases} x - 2z + 3 = 0 \\ y - 3z + 6 = 0 \end{cases}$$

El haz de planos que contiene a la recta *r* es:

$$x - 2z + 3 + k(y - 3z + 6) = 0 \Rightarrow x + ky + (-2 - 3k)z + 3 + 6k = 0$$

Como queremos que sea perpendicular al plano π, sus vectores normales tienen que ser perpendiculares, luego:

$$(1,-1,0)\cdot(1,k,-2-3k) = 0 \Rightarrow 1 - k = 0 \Rightarrow k = 1$$

Sustituyendo tenemos que el plano pedido es: $x + ky + (-2-3k)z + 3 + 6k = 0 \Rightarrow x + y - 5z + 9 = 0$

b) La recta pasa por el punto $P = (0,0,0)$ y su vector director es $\vec{v} = (a,b,c)$.

Como la recta es perpendicular a *r*, el producto escalar de $\vec{u} \cdot \vec{v} = 0 \Rightarrow 2a + 3b + c = 0$.
Además, la recta está contenida en el plano $x - y = 0$, entonces el producto escalar del vector normal del plano $\vec{n} = (1,-1,0)$ y el vector $\vec{v} = (a,b,c)$, también es cero, luego: $a - b = 0$.

Resolviendo el sistema formado por las dos ecuaciones, tenemos:

$$\left.\begin{array}{r} 2a + 3b + c = 0 \\ a - b = 0 \end{array}\right\} \Rightarrow \vec{v} = \left(-\frac{c}{5}, -\frac{c}{5}, c\right)$$

Vemos que hay infinitos vectores. Si, por ejemplo, damos a *c* el valor 5, la recta será:

$$\frac{x}{-1} = \frac{y}{-1} = \frac{z}{5}$$

Considera los puntos $O(0,0,0)$, $A(a,-1,2)$ y $B(a,1,0)$.
a) Determina *a* para que el triángulo *OAB* tenga área 3 unidades cuadradas.
b) Calcula *a* para que *O*, *A* y *B* sean coplanarios con el punto $C(1,1,0)$
MATEMÁTICAS II. 2024. RESERVA 2. EJERCICIO 8

R E S O L U C I Ó N

a) Calculamos el producto vectorial de los vectores $\vec{OA}=(a,-1,2)$ y $\vec{OB}=(a,1,0)$

$$\vec{OA}\wedge\vec{OB}=\begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ a & -1 & 2 \\ a & 1 & 0 \end{vmatrix}=(-2,2a,2a)$$

$$S_{OAB}=\frac{1}{2}\left|\vec{OA}\wedge\vec{OB}\right|=\frac{1}{2}\sqrt{4+4a^2+4a^2}=3\Rightarrow 4+8a^2=36\Rightarrow 8a^2=32\Rightarrow a=\pm 2$$

b) Calculamos el plano que pasa por *O*, *A* y *B*

$$\begin{vmatrix} x & y & z \\ a & -1 & 2 \\ a & 1 & 0 \end{vmatrix}=-2x+2ay+2az=0$$

Como tiene que pasar por el punto $C(1,1,0)$

$$-2\cdot 1+2a\cdot 1+2a\cdot 0=0\Rightarrow -2+2a=0\Rightarrow a=1$$

Considera las rectas $r \equiv x = y + a = \dfrac{z+1}{2}$ **y** $s \equiv \begin{cases} x - 2y = 3a \\ x + z = 2 \end{cases}$

a) Calcula a para que las rectas se corten.
b) Para $a = -1$, halla la recta que corta perpendicularmente a r y s
MATEMÁTICAS II. 2024. RESERVA 3. EJERCICIO 7

R E S O L U C I Ó N

a) Escribimos las ecuaciones de las dos rectas en forma paramétrica.

$$r \equiv \begin{cases} x = t \\ y = -a + t \\ z = -1 + 2t \end{cases} \quad \text{y} \quad s \equiv \begin{cases} x = s \\ y = \dfrac{-3a + s}{2} \\ z = 2 - s \end{cases}$$

Resolvemos el sistema formado

$$\begin{cases} t = s \\ -a + t = \dfrac{-3a + s}{2} \\ -1 + 2t = 2 - s \end{cases} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} -a + t = \dfrac{-3a + t}{2} \\ -1 + 2t = 2 - t \end{array} \right\} \Rightarrow t = 1 \ ; \ a = -1$$

b) El punto de corte de las dos rectas es: $(1, 2, 1)$

Calculamos el vector director de la recta que es perpendicular a $\vec{u}$ y $\vec{v}$

$$\begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 1 & 1 & 2 \\ 1 & \dfrac{1}{2} & -1 \end{vmatrix} = -2\vec{i} + 3\vec{j} - \frac{1}{2}\vec{k} = \left(-2, 3, -\frac{1}{2} \right)$$

Luego, la recta es: $\dfrac{x-1}{-2} = \dfrac{y-2}{3} = \dfrac{z-1}{-\frac{1}{2}}$

Considera los vectores $\vec{u}=(1,a,2)$ y $\vec{v}=(-2,1,a)$.

a) Calcula a para que ambos vectores formen un ángulo de $\frac{\pi}{3}$ radianes.

b) Calcula a para que el vector $(\vec{u}\ x\ \vec{v})-\vec{v}$ sea ortogonal a $\vec{u}$

MATEMÁTICAS II. 2024. RESERVA 3. EJERCICIO 8

R E S O L U C I Ó N

a) Aplicamos la fórmula del producto escalar

$$\cos\alpha=\frac{\vec{u}\cdot\vec{v}}{|\vec{u}|\cdot|\vec{v}|}\Rightarrow \cos 60^{o}=\frac{(1,a,2)\cdot(-2,1,a)}{\sqrt{1+a^{2}+4}\cdot\sqrt{1+a^{2}+4}}\Rightarrow\frac{1}{2}=\frac{-2+a+2a}{1+a^{2}+4}\Rightarrow\frac{1}{2}=\frac{3a-2}{a^{2}+5}\Rightarrow$$
$$\Rightarrow a^{2}-6a+9=0\Rightarrow a=3$$

b) Calculamos el producto vectorial

$$\vec{u}\,x\,\vec{v}=\begin{vmatrix}\vec{i} & \vec{j} & \vec{k}\\ 1 & a & 2\\ -2 & 1 & a\end{vmatrix}=(a^{2}-2)\vec{i}+(-a-4)\,\vec{j}+(2a+1)\vec{k}=(a^{2}-2,-a-4,2a+1)$$

Calculamos el vector $(\vec{u}\,x\,\vec{v})-\vec{v}=(a^{2}-2,-a-4,2a+1)-(-2,1,a)=(a^{2},-a-5,a+1)$

Como este vector tiene que ser ortogonal a $\vec{u}$, su producto escalar es 0, luego

$$(a^{2},-a-5,a+1)\cdot(1,a,2)=0\Rightarrow a^{2}-a^{2}-5a+2a+2=0\Rightarrow -3a+2=0\Rightarrow a=\frac{2}{3}$$

Considera la recta $r \equiv \dfrac{x+1}{2} = \dfrac{y-2}{2} = 3-z$ y el punto $P(0,2,-4)$.
a) Calcula el punto de *r* a menor distancia de *P*.
b) Halla los puntos de *r* cuya distancia a *P* sea igual a $\sqrt{50}$
MATEMÁTICAS II. 2024. RESERVA 4. EJERCICIO 7

R E S O L U C I Ó N

a) Pasamos la recta a paramétricas: $\dfrac{x+1}{2} = \dfrac{y-2}{2} = 3-z \Rightarrow \begin{cases} x = -1+2t \\ y = 2+2t \\ z = 3-t \end{cases}$

Calculamos el plano perpendicular a *r* y que pasa por *P*.

$$2x+2y-z+D=0 \Rightarrow 2\cdot 0+2\cdot 2-1\cdot(-4)+D=0 \Rightarrow D=-8 \Rightarrow 2x+2y-z-8=0$$

El punto que nos piden es el punto de corte de la recta con el plano, luego:

$$2\cdot(-1+2t)+2\cdot(2+2t)-1\cdot(3-t)-8=0 \Rightarrow -2+4t+4+4t-3+t-8=0 \Rightarrow 9t-9=0 \Rightarrow t=1$$

El punto es: $\left(-1+2t,2+2t,3-t\right)=\left(-1+2,2+2,3-1\right)=\left(1,4,2\right)$

b) Luego, cualquier punto de la recta tiene de coordenadas $A=(-1+2t,2+2t,3-t)$.

$$\overrightarrow{PA}=(1-2t,-2t,-7+t) \Rightarrow \left|\overrightarrow{PA}\right| = \sqrt{(1-2t)^2+(-2t)^2+(-7+t)^2} = \sqrt{9t^2-18t+50} = \sqrt{50} \Rightarrow$$
$$\Rightarrow 9t^2-18t=0 \Rightarrow \begin{cases} t=0 \\ t=2 \end{cases}$$

Luego los puntos son: $A=(-1+2t,2+2t,3-t) \Rightarrow \begin{cases} t=0 \Rightarrow A_1=(-1,2,3) \\ t=2 \Rightarrow A_2=(3,6,1) \end{cases}$

Sea π_1 el plano determinado por los puntos $A(1,0,0)$, $B(1,1,-3)$ y $C(0,1,1)$, y sea $\pi_2 \equiv x - y + z - 1 = 0$. Determina la ecuación de la recta paralela a ambos planos que pasa por el origen.
MATEMÁTICAS II. 2024. RESERVA 4. EJERCICIO 8

R E S O L U C I Ó N

a) Calculamos el plano π_1: $A(1,0,0)$; $\overrightarrow{AB}(0,1,-3)$ y $\overrightarrow{AC}(-1,1,1)$

$$\begin{vmatrix} x-1 & 0 & -1 \\ y & 1 & 1 \\ z & -3 & 1 \end{vmatrix} = 0 \Rightarrow 4x + 3y + z - 4 = 0$$

Si la recta es paralela a los planos su vector director es perpendicular a los vectores normales de los planos, luego:

$$\begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 4 & 3 & 1 \\ 1 & -1 & 1 \end{vmatrix} = 0 \Rightarrow (4,-3,-7)$$

Luego, la recta que nos piden es: $\dfrac{x}{4} = \dfrac{y}{-3} = \dfrac{z}{-7}$

Considera el plano $\pi \equiv x - 2y + z - 2 = 0$ y la recta r de ecuación $r \equiv \begin{cases} x = 1 + 2\lambda \\ y = \lambda \\ z = 1 \end{cases} \quad \lambda \in \mathbb{R}$

a) Estudia la posición relativa de π y r.
b) Calcula la ecuación de la recta contenida en π que pasa por el punto $P(2,-1,-2)$ y es perpendicular a r.
MATEMÁTICAS II. 2024. JULIO. EJERCICIO 7

R E S O L U C I Ó N

a) Podemos pasar la ecuación de la recta r a implícitas

$$r \equiv \begin{cases} x = 1 + 2\lambda \\ y = \lambda \\ z = 1 \end{cases} \Rightarrow \frac{x-1}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z-1}{0} \Rightarrow \begin{cases} x - 2y = 1 \\ z = 1 \end{cases}$$

Estudiamos el sistema formado por las ecuaciones de la recta y el plano $\left.\begin{array}{r} x - 2y + z = 2 \\ x - 2y = 1 \\ z = 1 \end{array}\right\}$

$$|A| = \begin{vmatrix} 1 & -2 & 1 \\ 1 & -2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} = 0 \Rightarrow Rango(A) = 2 \quad ya\,que \begin{vmatrix} -2 & 1 \\ -2 & 0 \end{vmatrix} = 2 \neq 0$$

$$|M| = \begin{vmatrix} -2 & 1 & 2 \\ -2 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \end{vmatrix} = 0 \Rightarrow Rango(M) = 2 \quad ya\,que \begin{vmatrix} -2 & 1 \\ -2 & 0 \end{vmatrix} = 2 \neq 0$$

Luego la recta está contenida en el plano

b) Calculamos los planos perpendiculares a r: $2x + y + D = 0$

Calculamos el que pasa por el punto $(2,-1,-2)$

$$2 \cdot 2 - 1 + D = 0 \Rightarrow D = -3 \Rightarrow 2x + y - 3 = 0$$

Calculamos el punto de corte M de la recta con el plano

$$2(1+\lambda) + \lambda - 3 = 0 \Rightarrow \lambda = \frac{1}{5} \Rightarrow M = \left(\frac{7}{5}, \frac{1}{5}, 1\right)$$

El vector $\overrightarrow{PM} = \left(\frac{7}{5} - 2, \frac{1}{5} + 1, 1 + 2\right) = \left(-\frac{3}{5}, \frac{6}{5}, 3\right) = (-1, 2, 5)$

Luego, la recta que nos piden es: $\dfrac{x-2}{-1} = \dfrac{y+1}{2} = \dfrac{z+2}{5}$

Considera los puntos $A(4,0,0)$ y $B(0,2,0)$. Calcula los puntos del plano *XOZ* que forman un triángulo equilátero con *A* y *B*.
MATEMÁTICAS II. 2024. JULIO. EJERCICIO 8

R E S O L U C I Ó N

El punto *C* como está en el plano *XOZ*, tendrá de coordenadas $C(x,0,z)$. Calculamos los vectores $\vec{AB}=(-4,2,0)$; $\vec{AC}=(x-4,0,z)$ y $\vec{BC}=(x,-2,z)$. Cómo es un triángulo equilátero los módulos de los tres vectores tienen que ser iguales, luego:

$$\left|\vec{AB}\right|=\sqrt{(-4)^2+2^2+0^2}=\sqrt{20}$$

$$\left.\begin{array}{l}\left|\vec{AC}\right|=\sqrt{(x-4)^2+0^2+z^2}=\sqrt{20}\\ \left|\vec{BC}\right|=\sqrt{x^2+2^2+z^2}=\sqrt{20}\end{array}\right\}\Rightarrow \left.\begin{array}{r}x^2+16-8x+z^2=20\\ x^2+4+z^2=20\end{array}\right\}\Rightarrow x=\frac{3}{2}\ ;\ z=\pm\frac{\sqrt{55}}{2}$$

Luego, los puntos son: $C\left(\frac{3}{2},0,\frac{\sqrt{55}}{2}\right)$ ó $C\left(\frac{3}{2},0,-\frac{\sqrt{55}}{2}\right)$

Considera el plano π, determinado por los puntos $A(-1,0,0)$, $B(0,1,1)$ y $C(2,1,0)$, y la recta $r \equiv \begin{cases} x-2z-3=0 \\ y-z-2=0 \end{cases}$

Halla los puntos de r cuya distancia a π es $\sqrt{14}$ unidades.

MATEMÁTICAS II. 2024. MODELO. EJERCICIO 2

R E S O L U C I Ó N

El plano está determinado por el punto $A(-1,0,0)$ y los vectores $\overrightarrow{AB}=(1,1,1)$; $\overrightarrow{AC}=(3,1,0)$. Su ecuación es:

$$\begin{vmatrix} x+1 & 1 & 3 \\ y & 1 & 1 \\ z & 1 & 0 \end{vmatrix} = 0 \Rightarrow x-3y+2z+1=0$$

Pasamos la recta a paramétricas: $r \equiv \begin{cases} x-2z-3=0 \\ y-z-2=0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x=3+2t \\ y=2+t \\ z=t \end{cases}$

Luego, cualquier punto de la recta tendrá de coordenadas: $(3+2t, 2+t, t)$

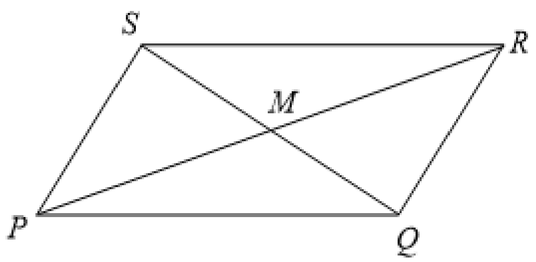
Aplicamos la fórmula de la distancia de un punto a un plano.

$$\frac{|(3+2t)-3(2+t)+2(t)+1|}{\sqrt{1^2+3^2+2^2}} = \frac{|3+2t-6-3t+2t+1|}{\sqrt{14}} = \frac{|t-2|}{\sqrt{14}} = \sqrt{14} \Rightarrow |t-2| = 14 \Rightarrow \begin{cases} t-2=14 \Rightarrow t=16 \\ t-2=-14 \Rightarrow t=-12 \end{cases}$$

Luego, los puntos son: si $t=16 \Rightarrow P_1=(35,18,16)$; $t=-12 \Rightarrow P_2=(-21,-10,-12)$

Considera el paralelogramo cuyos vértices consecutivos son los puntos $P(-1,2,3)$, $Q(-2,1,0)$, $R(0,5,1)$ y S.
a) Halla las coordenadas del punto S.
b) Calcula la ecuación de la recta que pasa por el origen de coordenadas y es perpendicular al plano que contiene a los puntos P, Q y R.
MATEMÁTICAS II. 2024. MODELO. EJERCICIO 3

R E S O L U C I Ó N



a) Calculamos las coordenadas del centro del paralelogramo: $M=\dfrac{P+R}{2}=\left(-\dfrac{1}{2},\dfrac{7}{2},2\right)$.

Calculamos las coordenadas del vértice S

$$M=\frac{Q+S}{2}\Rightarrow\left(-\frac{1}{2},\frac{7}{2},2\right)=\frac{(-2,1,0)+(a,b,c)}{2}\Rightarrow S=(1,6,4)$$

b) Calculamos la ecuación del plano que contiene a los puntos P, Q y R

$$\left.\begin{array}{l}\vec{PQ}=(-1,-1,-3)\\ \vec{PR}=(1,3,-2)\end{array}\right\}\Rightarrow\begin{vmatrix}x+1 & -1 & 1\\ y-2 & -1 & 3\\ z-3 & -3 & -2\end{vmatrix}=0\Rightarrow 11x-5y-2z+27=0$$

Luego, la recta que nos piden tiene de ecuación: $\dfrac{x}{11}=\dfrac{y}{-5}=\dfrac{z}{-2}$