

MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CIENCIAS SOCIALES  
TEMA 4: FUNCIONES

- Junio, Ejercicio B2
- Junio, Ejercicio B3

emestrada

Un periódico digital ha publicado una noticia de última hora. El número de personas que han visto la noticia  $t$  horas después de su lanzamiento viene modelado por la función:

$$N(t) = 500000 \cdot (1 - e^{-2t}) \quad ; \quad t > 0$$

- a) Estudie la monotonía y curvatura de la función  $N$ .  
 b) Represente gráficamente la función  $N$  y describa su tendencia a lo largo del tiempo.  
 c) ¿Cuánto tiempo ha debido pasar para que la noticia haya sido vista por 450000 personas?.  
 d) La velocidad de difusión de la noticia (número de personas por hora que han visto la publicación) es  $N'(t)$ . ¿Qué conclusión se obtiene al comparar  $N'(t)$  en los instantes  $t = 1$  y  $t = 10$  ?

**SOCIALES II. 2025. JUNIO. EJERCICIO B2**

### R E S O L U C I Ó N

- a) Calculamos la derivada y la igualamos a cero:

$$N'(t) = 500000 \cdot (0'2 \cdot e^{-2t}) = 100000 \cdot e^{-2t} = 0 \Rightarrow \text{No tiene solución}$$

Para cualquier valor de  $t > 0 \Rightarrow N'(t)$  es positivo, luego, la función es creciente en su dominio

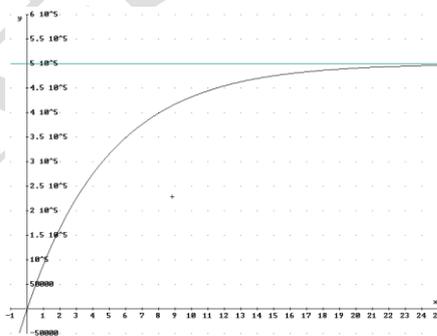
Calculamos la segunda derivada y la igualamos a cero:

$$N''(t) = -20000 \cdot e^{-2t} = 0 \Rightarrow \text{No tiene solución}$$

Para cualquier valor de  $t > 0 \Rightarrow N''(t)$  es negativo, luego, la función es cóncava en su dominio

- b) Vamos a ver si tiene asíntota horizontal

$$\lim_{t \rightarrow +\infty} 500000 \cdot (1 - e^{-2t}) = 500000 \cdot (1 - 0) = 500000 \Rightarrow y = 500000 \text{ es una asíntota horizontal}$$



- c) Calculamos el tiempo

$$450000 = 500000 \cdot (1 - e^{-0'2t}) \Rightarrow 0'9 = 1 - e^{-0'2t} \Rightarrow e^{-0'2t} = -0'1 \Rightarrow -0'2t \ln e = -\ln 0'1 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow t = \frac{-\ln 0'1}{0'2} = 11'51 \text{ horas}$$

- d) Calculamos:

$$N'(1) = 100000 \cdot e^{-2} = 81.873$$

$$N'(10) = 100000 \cdot e^{-20} = 13.533$$

Luego, vemos que la velocidad disminuye.

A un paciente con diabetes se le monitoriza durante un día completo, suministrándole un medicamento a mediodía para observar su reacción. La función que aproxima la cantidad de glucosa en sangre (mg/dl) del paciente, en cada instante  $t$  (horas), es:

$$f(t) = \begin{cases} \frac{5}{2} \left( \frac{t^3}{3} - 12t^2 + 108t + 108 \right) & \text{si } 0 \leq t \leq 12 \\ t^2 - 40t + 546 & \text{si } 12 \leq t \leq 24 \end{cases}$$

- a) Halle en qué periodos de tiempo el nivel de glucosa va aumentando.  
 b) ¿En qué momentos del día el paciente tiene los niveles más alto y más bajo de glucosa en sangre y a cuánto ascienden?.  
 c) ¿En qué momentos, después del mediodía, el paciente tiene 155 mg/dl?

**SOCIALES II. 2025 JUNIO. EJERCICIO B3**

### R E S O L U C I Ó N

a) Calculamos la derivada y la igualamos a cero

$$f'(t) = \begin{cases} \frac{5}{2}(t^2 - 24t + 108) & \text{si } 0 < t < 12 \\ 2t - 40 & \text{si } 12 < t < 24 \end{cases}$$

$$t^2 - 24t + 108 = 0 \Rightarrow t = \frac{24 \pm \sqrt{24^2 - 4 \cdot 1 \cdot 108}}{2} = \frac{24 \pm 12}{2} = \begin{cases} t = 18 \Rightarrow \text{No sirve} \\ t = 6 \end{cases}$$

$$2t - 40 = 0 \Rightarrow t = 20$$

	(0, 6)	(6, 12)	(12, 20)	(20, 24)
Signo $f'(t)$	+	-	-	+
Función	C	D	D	C

Luego, vemos que el nivel de glucosa aumenta en  $(0, 6) \cup (20, 24)$

b) Tenemos que calcular el máximo y el mínimo absoluto de la función

$$f(0) = \frac{5}{6}(108) = 90 \Rightarrow \text{Mínimo absoluto}$$

$$f(6) = \frac{5}{6} \left( \frac{216}{3} - 12 \cdot 36 + 108 \cdot 6 + 108 \right) = 330 \Rightarrow \text{Máximo relativo y absoluto}$$

$$f(20) = 20^2 - 40 \cdot 20 + 546 = 146$$

$$f(24) = 24^2 - 40 \cdot 24 + 546 = 162$$

Luego, el nivel más alto de glucosa se produce a las 6 y es 330 mg/dl y el nivel más bajo se produce a las 0 horas y es 90 mg/dl

c) Resolvemos la ecuación

$$t^2 - 40t + 546 = 155 \Rightarrow t^2 - 40t + 391 = 0 \Rightarrow t = \frac{40 \pm \sqrt{40^2 - 4 \cdot 391}}{2} = \frac{40 \pm 6}{2} = \begin{cases} t = 23 \text{ horas} \\ t = 17 \text{ horas} \end{cases}$$