

MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CIENCIAS SOCIALES
TEMA 6: TEORÍA DE MUESTRAS

- Junio, Ejercicio D6
- Junio, Ejercicio D7

emestrada

El tiempo de estudio semanal de los estudiantes andaluces, medido en horas, se distribuye según una ley Normal de media desconocida y desviación típica 5 horas. A partir de una muestra de 81 estudiantes se ha obtenido que el intervalo de confianza para la media poblacional es (10'794 , 13'206), con un nivel de confianza del 97%.

- a) Obtenga el tiempo medio de estudio de esa muestra de estudiantes.
b) Si se amplía el tamaño de la muestra, razone si manteniendo el nivel de confianza, la amplitud del intervalo de confianza aumenta o disminuye.
c) Si se desea reducir la amplitud del intervalo de confianza, razone si manteniendo el tamaño muestral, ha de reducirse o aumentarse el nivel de confianza.
d) Si la media de la población es de 10'2 horas y sabiendo que la media muestral es de 12 horas, calcule el tamaño máximo de la muestra para obtener un intervalo de confianza que contenga la media poblacional, manteniendo el 97% de confianza.

SOCIALES II. 2025 JUNIO. EJERCICIO D6

R E S O L U C I Ó N

a) Calculamos la media: $\mu = \frac{10'794 + 13'206}{2} = 12$

b) El error es: $E = z_{\frac{\alpha}{2}} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$, como $z_{\frac{\alpha}{2}}$ y σ no varían, al aumentar el tamaño de la muestra, el error disminuye, con lo cual la amplitud del intervalo disminuye.

c) El error es: $E = z_{\frac{\alpha}{2}} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$, como n y σ no varían, si deseo reducir la amplitud del intervalo de confianza, entonces el nivel de confianza debe disminuir.

d)

$$\frac{1 + 0'97}{2} = 0'985 \Rightarrow z_{\frac{\alpha}{2}} = 2'17$$

Calculamos el error mínimo cometido:

$$E_{\text{mínimo}} = 12 - 10'2 = 1'8 = 2'17 \cdot \frac{5}{\sqrt{n}} \Rightarrow n_{\text{máximo}} = 36'33 \approx 36 \text{ estudiantes}$$

Los desajustes sobre el horario previsto de llegada de los trenes de alta velocidad, medidos en minutos, sigue una ley Normal con media 0 y desviación típica 2.2

a) Calcule el porcentaje de trenes que tienen un desajuste máximo de 1 minuto.

b) Elegidos al azar 15 trenes de alta velocidad, los desajustes han sido

$$0, 1.3, -2.1, -1.5, 2, 0.8, 5, 2.1, -3, 1.8, 3.1, 4, -0.7, 1.6, -5.4$$

b.1) Calcule un intervalo de confianza, con un nivel de confianza del 96%, para la media poblacional. ¿Cuál es el error máximo que se comete en la estimación de esta media?. Con este nivel de confianza y a partir de los datos obtenidos, ¿puede afirmarse que un tren tenga un retraso de 2 minutos?.

b.2) Con un nivel de confianza del 98%, ¿cuántos trenes de alta velocidad deberían elegirse, como mínimo, para que la diferencia entre la media poblacional y su estimación muestral sea como máximo de 1.1 minutos?

SOCIALES II. 2025. JUNIO. EJERCICIO D7

R E S O L U C I Ó N

a) Desajuste de 1 minuto puede ser positivo o negativo

$$\begin{aligned} p(-1 \leq x \leq 1) &= p\left(\frac{-1-0}{2 \cdot 2} \leq z \leq \frac{1-0}{2 \cdot 2}\right) = p(-0'45 \leq z \leq 0'45) = p(z \leq 0'45) - p(z \leq -0'45) = \\ &= p(z \leq 0'45) - [1 - p(z \leq 0'45)] = 0'6736 - 1 + 0'6736 = 0'3472 \end{aligned}$$

b.1) Calculamos la media:

$$\bar{x} = \frac{0 + 1.3 - 2.1 - 1.5 + 2 + 0.8 + 5 + 2.1 - 3 + 1.8 + 3.1 + 4 - 0.7 + 1.6 - 5.4}{15} = \frac{9}{15} = 0'6$$

$$\frac{1 + 0'96}{2} = 0'98 \Rightarrow z_{\frac{\alpha}{2}} = 2'055$$

$$\text{Luego: } I.C. = \left(0'6 - 2'055 \cdot \frac{2'2}{\sqrt{15}}, 0'6 + 2'055 \cdot \frac{2'2}{\sqrt{15}} \right) = (-0'5673, 1'7673)$$

No se puede afirmar que un tren tenga un retraso de 2 minutos, ya que ese valor no está dentro del intervalo.

b.2)

$$\frac{1 + 0'98}{2} = 0'99 \Rightarrow z_{\frac{\alpha}{2}} = 2'33$$

$$\text{Luego: } E_{\text{máximo}} = 1'1 = 2'33 \cdot \frac{2'2}{\sqrt{n_{\text{mínimo}}}} \Rightarrow n_{\text{mínimo}} = 21'71 \approx 22 \text{ trenes}$$