PROBLEMAS RESUELTOS
SELECTIVIDAD ANDALUCÍA
2025

MATEMÁTICAS II

TEMA 3: ESPACIO AFIN Y EUCLIDEO

- Junio, Ejercicio 4
- Junio, Ejercicio 5

emestrada

Sean los puntos $O(0,0,0)$, $A(0,2,-2)$, $B(1,2,m)$ y $C(2,3,2)$.
a) Halla los valores de *m* para que el tetraedro determinado por los puntos *O, A, B* y *C* tenga un volumen de 3 unidades cúbicas.
b) Para $m=0$, calcula la distancia del punto *O* al plano que pasa por *A, B* y *C*
MATEMÁTICAS II. 2025. JUNIO. EJERCICIO 4

R E S O L U C I Ó N

a) Calculamos los vectores $\vec{OA}=(0,2,-2)$; $\vec{OB}=(1,2,m)$ y $\vec{OC}=(2,3,2)$. El volumen del tetraedro será:

$$V=3=\frac{1}{6}\begin{vmatrix}0 & 2 & -2\\ 1 & 2 & m\\ 2 & 3 & 2\end{vmatrix}\Rightarrow 18=|4m-2|\Rightarrow\begin{cases}4m-2=18\Rightarrow m=5\\ -4m+2=18\Rightarrow m=-4\end{cases}$$

b) El plano viene definido por el punto *A* y los vectores $\vec{AB}=(1,0,2)$; $\vec{AC}=(2,1,4)$. Su ecuación es:

$$\begin{vmatrix}x & 1 & 2\\ y-2 & 0 & 1\\ z+2 & 2 & 4\end{vmatrix}=-2x+z+2=0$$

Calculamos la distancia

$$d=\frac{|Ax_0+By_0+Cz_0+D|}{\sqrt{A^2+B^2+C^2}}=\frac{|-2\cdot 0+1\cdot 0+2|}{\sqrt{(-2)^2+0^2+1^2}}=\frac{2}{\sqrt{5}}=0'89\ u$$

emestrada

Considera el punto $P(1,1,1)$ y la recta $r \equiv \frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{2} = \frac{z-3}{2}$
a) Halla el plano π que pasa por el punto *P* y contiene a la recta *r*.
b) Halla la recta que pasa por el punto *P* y corta perpendicularmente a la recta *r*
MATEMÁTICAS II. 2025. JUNIO. EJERCICIO 5

R E S O L U C I Ó N

a) La recta pasa por el punto $A=(1,2,3)$ y su vector director es $\vec{u}=(1,2,2)$. El plano que nos piden viene definido por el punto $A=(1,2,3)$, el vector $\vec{u}=(1,2,2)$ y el vector $\vec{AP}=(0,-1,-2)$ luego, su ecuación es:

$$\begin{vmatrix} x-1 & 1 & 0 \\ y-2 & 2 & -1 \\ z-3 & 2 & -2 \end{vmatrix} = 0 \Rightarrow 2x-2y+z-1=0$$

b) Calculamos el plano perpendicular a *r* y que pasa por *P*

$$x+2y+2z+D=0 \Rightarrow 1\cdot 1+2\cdot 1+2\cdot 1+D=0 \Rightarrow D=-5 \Rightarrow x+2y+2z-5=0$$

Calculamos el punto de corte de la recta $r \equiv \frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{2} = \frac{z-3}{2} \equiv \begin{cases} x=1+t \\ y=2+2t \\ z=3+2t \end{cases}$ con el plano

$$1\cdot(1+t)+2\cdot(2+2t)+2\cdot(3+2t)-5=0 \Rightarrow 6+9t=0 \Rightarrow t=-\frac{2}{3}$$

Luego el punto de corte es: $M=\left(1-\frac{2}{3}, 2-\frac{4}{3}, 3-\frac{4}{3}\right)=\left(\frac{1}{3},\frac{2}{3},\frac{5}{3}\right)$

Calculamos el vector $\vec{PM}=\left(\frac{1}{3}-1,\frac{2}{3}-1,\frac{5}{3}-1\right)=\left(-\frac{2}{3},-\frac{1}{3},\frac{2}{3}\right)=(-2,-1,2)$, luego, la recta que nos piden es: $s \equiv \frac{x-1}{-2}=\frac{y-1}{-1}=\frac{z-1}{2}$