EMESTRADA
EXÁMENES DE
SELECTIVIDAD

PROBLEMAS RESUELTOS
SELECTIVIDAD ANDALUCÍA
2025

MATEMÁTICAS II

TEMA 4: FUNCIONES

- Junio, Ejercicio 2
- Junio, Ejercicio 3

Sabiendo que $\lim_{x \to 0} \frac{sen(x) - ax + 2 - 2\cos(x)}{e^x - x\cos(x) - 1}$ es finito, calcula *a* y el valor del límite

MATEMÁTICAS II. 2025. JUNIO. EJERCICIO 2

R E S O L U C I Ó N

$$\lim_{x \to 0} \frac{sen(x) - ax + 2 - 2\cos(x)}{e^x - x\cos(x) - 1} = \frac{0}{0}$$ Aplicamos la regla de L'Hopital

$$\lim_{x \to 0} \frac{\cos(x) - a + 2sen(x)}{e^x - \cos(x) + x\,sen(x)} = \frac{1-a}{0} \Rightarrow$$

Como el límite es finito, entonces, $a = 1$ y podemos seguir aplicando la regla de L'Hopital.

$$\lim_{x \to 0} \frac{\cos(x) - 1 + 2sen(x)}{e^x - \cos(x) + x\,sen(x)} = \frac{0}{0} = \lim_{x \to 0} \frac{-sen(x) + 2\cos(x)}{e^x + sen(x) + sen(x) + x\cos x} = \frac{2}{1} = 2$$

Sea la función $f:(0,+\infty)\to\mathbb{R}$ definida por $f(x)=a+\dfrac{\ln(x)}{x^2}$

a) Calcula *a* para que $y=1$ sea una asíntota horizontal de la gráfica de *f*.

b) Para $a=0$, calcula los intervalos de crecimiento y de decrecimiento *f*. Estudia y halla los extremos relativos de *f* (abscisas donde se obtienen y valores que se alcanzan).

MATEMÁTICAS II. 2025. JUNIO. EJERCICIO 3

R E S O L U C I Ó N

a) Calculamos la asíntota horizontal:

$$\lim_{x\to+\infty}\left(a+\frac{\ln x}{x^2}\right)=\lim_{x\to+\infty}\left(\frac{ax^2+\ln x}{x^2}\right)=\frac{\infty}{\infty}\xrightarrow{L'HOPITAL}=\lim_{x\to+\infty}\frac{2ax+\frac{1}{x}}{2x}=\frac{\infty}{\infty}\xrightarrow{L'HOPITAL}=\lim_{x\to+\infty}\frac{2a-\frac{1}{x^2}}{2}=a$$

Luego, la asíntota horizontal $y=a=1\Rightarrow a=1$

b) Calculamos la primera derivada y la igualamos a cero:

$$f'(x)=\frac{\frac{1}{x}\cdot x^2-2x\ln x}{x^4}=\frac{x(1-2\ln x)}{x^4}=\frac{(1-2\ln x)}{x^3}=0\Rightarrow \ln x=\frac{1}{2}\Rightarrow x=e^{\frac{1}{2}}=1'65$$

	$\left(0,e^{\frac{1}{2}}\right)$	$\left(e^{\frac{1}{2}},\infty\right)$
Signo f'	$+$	$-$
Función	C	D

Creciente: $\left(0,e^{\frac{1}{2}}\right)$

Decreciente: $\left(e^{\frac{1}{2}},\infty\right)$

Máximo: $\left(e^{\frac{1}{2}},\dfrac{1}{2e}\right)$