PROBLEMAS RESUELTOS
SELECTIVIDAD ANDALUCÍA
2025

MATEMÁTICAS II

TEMA 5: INTEGRALES

- Junio, Ejercicio 6

EMESTRADA
EXÁMENES DE SELECTIVIDAD

Halla la función $f:(0,+\infty)\to\mathbb{R}$, que pasa por los puntos $(2,e-2-2\ln(2))$ y $(1,0)$ y que verifica que $f''(x)=e^{x-1}-\dfrac{1}{x}$.

MATEMÁTICAS II. 2025. JUNIO. EJERCICIO 6

R E S O L U C I Ó N

Integramos dos veces para calcular la expresión de $f(x)$.

$$f'(x)=\int\left(e^{x-1}-\frac{1}{x}\right)dx=e^{x-1}-\ln|x|+C$$

Calculamos: $f(x)=\int\left(e^{x-1}-\ln|x|+C\right)dx$

Hacemos la integral de $\ln|x|$ por partes

$$\boxed{\begin{array}{l} u=\ln(x);\ du=\dfrac{1}{x}\,dx \\ dv=dx;\ v=x \end{array}}$$

$$f(x)=\int\left(e^{x-1}-\ln|x|+C\right)dx=e^{x-1}-\left[x\ln x-\int x\cdot\frac{1}{x}dx\right]+Cx+D=e^{x-1}-x\ln|x|+x+Cx+D$$

Calculamos las constantes C y D.

$$f(1)=0\Rightarrow e^{0}-1\ln|1|+1+C+D=0\Rightarrow C+D=-2$$
$$f(2)=e-2-2\ln 2\Rightarrow e\ -2\ln|2|+2+2C+D=e-2-2\ln 2\Rightarrow 2C+D=-4$$

Resolvemos el sistema $\left.\begin{array}{r} C+D=-2 \\ 2C+D=-4 \end{array}\right\}\Rightarrow C=-2\ ;\ D=0$

Luego, la función es: $f(x)=e^{x-1}-x\ln|x|+x-2x=e^{x-1}-x\ln|x|-x$