



**PRUEBA DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD
Y PRUEBA DE ADMISIÓN**
ANDALUCÍA, CEUTA, MELILLA y CENTROS en MARRUECOS
CURSO 2024-2025

MATEMÁTICAS II

Instrucciones:

- a) **Duración: 1 hora y 30 minutos.**
- b) Todas las cuestiones deben responderse en el papel entregado para la realización del examen y nunca en los folios que contienen los enunciados.
- c) Este examen consta de siete ejercicios distribuidos en un bloque con un ejercicio obligatorio y tres bloques con dos ejercicios optativos cada uno.
- d) Deberá resolver el ejercicio obligatorio y solamente un ejercicio de cada uno de los tres bloques con optatividad.
- e) En caso de responder a dos ejercicios de un bloque, sólo se corregirá el que aparezca físicamente en primer lugar.
- f) Cada ejercicio tiene un valor máximo de 2,5 puntos.
- g) En la puntuación máxima de cada ejercicio están contemplados 0,25 puntos para valorar la expresión correcta de los procesos y métodos utilizados.
- h) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, ni gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.
- i) Se proporcionará la tabla de la distribución Normal. Se permite el uso de regla.

BLOQUE OBLIGATORIO. Resuelve el siguiente ejercicio:

EJERCICIO 1. (2,5 puntos)

Sea $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ la función definida por $f(x) = \frac{x^3 + 1}{x^2 + 1}$. Calcula una primitiva de f cuya gráfica pase por el punto $(0, 5)$.

BLOQUE CON OPTATIVIDAD 1. Resuelve sólo uno de los siguientes ejercicios:

EJERCICIO 2. (2,5 puntos)

Considera la función $f : (-1, 1) \rightarrow \mathbb{R}$ definida por $f(x) = \frac{1}{(1 - |x|)^2}$.

- a) **[1,25 puntos]** Estudia la continuidad y derivabilidad de la función f .
- b) **[1,25 puntos]** Halla, si existen, sus extremos absolutos (abscisas donde se obtienen y valores que se alcanzan).

EJERCICIO 3. (2,5 puntos)

Sean las funciones $f : (-1, 0) \cup (0, 1) \rightarrow \mathbb{R}$ y $g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, definidas por $f(x) = \ln\left(\frac{x^2}{e}\right)$ y $g(x) = x^3 + 2$.

- a) **[1,5 puntos]** Calcula $a \neq 0$ de forma que en el punto $(a, f(a))$ la recta normal a la gráfica de la función f sea paralela a la recta tangente a la gráfica de g en el punto $(a, g(a))$.
- b) **[1 punto]** Determina los intervalos de crecimiento y de decrecimiento de la función f .



BLOQUE CON OPTATIVIDAD 2. Resuelve sólo uno de los siguientes ejercicios:

EJERCICIO 4. (2,5 puntos)

Considera la matriz $A = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$.

- a) [1,25 puntos] Calcula A^4 y A^{31} .
- b) [1,25 puntos] Halla razonadamente el determinante de la matriz $4A^{25}(A^t)^4$.

EJERCICIO 5. (2,5 puntos)

Sean las matrices $A = \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$ y $B = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 2 & 2 \end{pmatrix}$.

- a) [1 punto] Halla razonadamente el determinante de una matriz X que verifica $X^3AX^2 = B^2$.
- b) [1,5 puntos] Determina, si existe, una matriz Y que verifique $A^3YB^{-1} = A^2$.

BLOQUE CON OPTATIVIDAD 3. Resuelve sólo uno de los siguientes ejercicios:

EJERCICIO 6. (2,5 puntos)

Considera la recta $r \equiv \begin{cases} x + y + z = 0 \\ y - z = 0 \end{cases}$ y el punto $P(2, 1, 0)$.

- a) [1,25 puntos] Halla la distancia del punto P a la recta r .
- b) [1,25 puntos] Calcula la ecuación del plano que contiene a la recta r y al punto P .

EJERCICIO 7. (2,5 puntos)

Una empresa fabrica bolígrafos en tres provincias: Almería, Barcelona y Cáceres. El porcentaje de producción total de bolígrafos que se fabrica en cada provincia es, respectivamente, del 20 %, 50 % y 30 %. Además, el porcentaje de bolígrafos defectuosos en cada una de ellas es del 7 %, 6 % y 2 %, respectivamente.

- a) [1 punto] ¿Cuál es la probabilidad de que un bolígrafo, tomado al azar, sea defectuoso?
- b) [1,5 puntos] Si se ha escogido un bolígrafo no defectuoso, ¿cuál es la probabilidad de que provenga de Almería?