

MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CIENCIAS SOCIALES  
TEMA 4: FUNCIONES

- Modelo, Ejercicio 2B
- Junio, Ejercicio 2
- 

emestrada

La región que se quiere sembrar con una verdura, coincide con el área de la región acotada delimitada por las gráficas de las funciones  $f(x) = (x-1)^2$  y  $g(x) = 5-2x$ .

a) Represente gráficamente la región acotada delimitada por las gráficas de las funciones  $f(x)$  y  $g(x)$ .

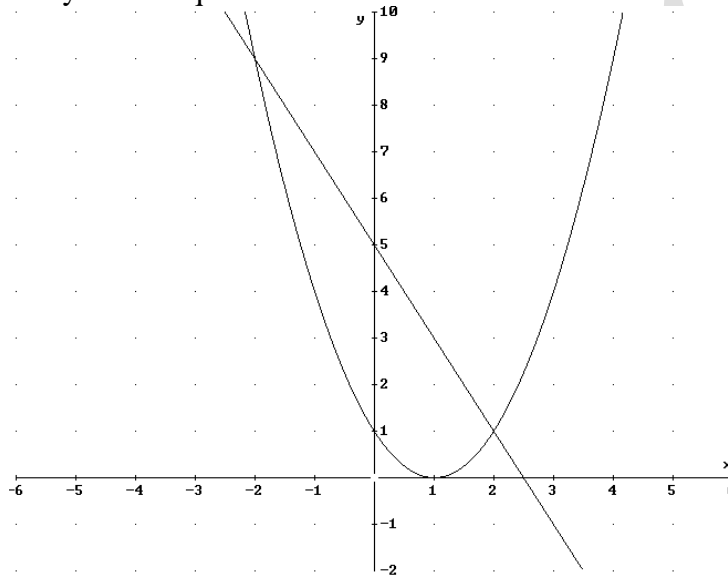
b) Para realizar dicha siembra, se ha de utilizar simiente cuyo coste es de 150 euros por hectómetro cuadrado. Si en la siembra se desperdicia la tercera parte de la simiente comprada, ¿cuánto costará la simiente que hay que comprar para sembrar toda la región?.

c) Si la venta de la verdura producida en cada hectómetro cuadrado supone un ingreso de 300 euros, halle el beneficio obtenido con la venta de toda la cosecha.

**SOCIALES II. 2026. MODELO. EJERCICIO 2B**

### RESOLUCIÓN

a) Dibujamos la parábola y la recta que nos dan



b) Calculamos el área que nos piden y suponemos que la unidad son hectómetros

$$A = \int_{-2}^2 ((5-2x) - (x-1)^2) dx = \int_{-2}^2 (-x^2 + 4) dx = \left[ -\frac{x^3}{3} + 4x \right]_{-2}^2 = \left( \frac{-8}{3} + 8 \right) - \left( \frac{8}{3} - 8 \right) = \frac{32}{3} \text{ Hm}^2$$

Si se desperdicia  $\frac{1}{3}$  de la simiente comprada, entonces debemos comprar simiente para que  $\frac{2}{3}$  de lo

comprado nos permita sembrar  $\frac{32}{3} \text{ Hm}^2$ , luego:

$$\frac{2}{3} \cdot x = \frac{32}{3} \Rightarrow x = 16 \text{ Hm}^2. \text{ Por lo tanto, debemos comprar simiente para } 16 \text{ Hm}^2 \text{ y nos costará:}$$

$$16 \cdot 150 = 2400 \text{ €}$$

c) El beneficio será la diferencia entre los ingresos y los gastos, luego:  $\frac{32}{3} \cdot 300 - 2400 = 800 \text{ €}$

Se considera la función, siendo  $a$  y  $b$  números reales:  $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2}{20} & 0 \leq x < 20 \\ a + bx & 20 \leq x < 50 \\ 36 - \frac{x^2}{100} & 50 \leq x \leq 60 \end{cases}$

a) Determine los valores de  $a$  y  $b$  para que la función  $f$  sea continua en todo su dominio.

b) Para  $a = 26$  y  $b = -\frac{3}{10}$

i) Calcule los extremos relativos de  $f(x)$ .

ii) Represente gráficamente  $f(x)$ .

iii) Calcule el área del recinto acotado limitado por el eje OX y la gráfica de la función  $f(x)$ .

**SOCIALES II. 2026. JUNIO. EJERCICIO 2**

### RESOLUCIÓN

a) Estudiamos la continuidad en  $x = 20$ .

$$f(20) = a + 20b$$

$$\left. \begin{array}{l} \lim_{x \rightarrow 20^-} \left( \frac{x^2}{20} \right) = 20 \\ \lim_{x \rightarrow 20^+} (a + bx) = a + 20b \end{array} \right\} \Rightarrow f(20) = \lim_{x \rightarrow 20} f(x) \Rightarrow a + 20b = 20$$

Estudiamos la continuidad en  $x = 50$ .

$$f(50) = 36 - \frac{50^2}{100} = 11$$

$$\left. \begin{array}{l} \lim_{x \rightarrow 50^-} (a + bx) = a + 50b \\ \lim_{x \rightarrow 50^+} \left( 36 - \frac{x^2}{100} \right) = 11 \end{array} \right\} \Rightarrow f(50) = \lim_{x \rightarrow 50} f(x) \Rightarrow a + 50b = 11$$

$$\text{Resolvemos el sistema: } \left. \begin{array}{l} a + 20b = 20 \\ a + 50b = 11 \end{array} \right\} \Rightarrow a = 26 ; b = -\frac{3}{10}$$

b.i) Calculamos la derivada e igualamos a cero

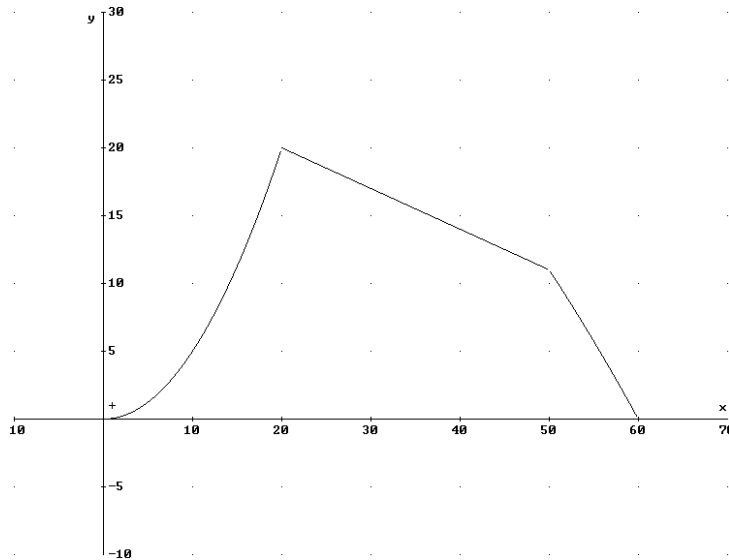
$$f(x) = \begin{cases} \frac{x^2}{20} & 0 \leq x < 20 \\ 26 - \frac{3x}{100} & 20 \leq x < 50 \\ 36 - \frac{x^2}{100} & 50 \leq x \leq 60 \end{cases} \Rightarrow f'(x) = \begin{cases} \frac{x}{10} & 0 < x < 20 \\ -\frac{3}{100} & 20 < x < 50 \\ -\frac{x}{50} & 50 < x < 60 \end{cases}$$

Al igualar a cero la derivada no sale ningún valor de  $x$ , luego

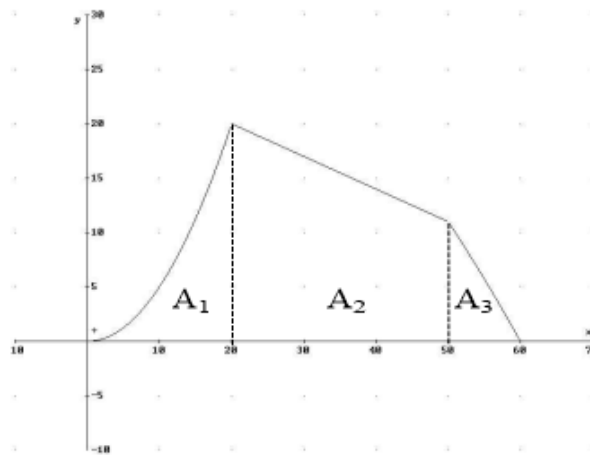
	(0,20)	(20,50)	(50,60)
Signo $f'(x)$	+	-	-
Función	C	D	D

La función es creciente en  $(0,20)$ , decreciente en  $(20,50) \cup (50,60)$  y tiene un máximo relativo en  $(20,20)$

b.ii) Dibujamos la función



b.iii) Calculamos el área



$$A_1 = \int_0^{20} \frac{x^2}{20} dx = \left[ \frac{x^3}{60} \right]_0^{20} = \left( \frac{20^3}{60} \right) - (0) = \frac{400}{3} u^2$$

$$A_2 = \int_{20}^{50} 26 - \frac{3x}{10} dx = \left[ 26x - \frac{3x^2}{20} \right]_{20}^{50} = \left( 1300 - \frac{7500}{20} \right) - \left( 520 - \frac{1200}{20} \right) = 465 u^2$$

$$A_3 = \int_{50}^{60} 36 - \frac{x^2}{100} dx = \left[ 36x - \frac{x^3}{300} \right]_{50}^{60} = (2160 - 720) - \left( 1800 - \frac{1250}{3} \right) = \frac{170}{3} u^2$$

$$\text{Luego: } A_{TOTAL} = A_1 + A_2 + A_3 = \frac{400}{3} + 465 + \frac{170}{3} = 655 u^2$$