

MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CIENCIAS SOCIALES
TEMA 8: DISTRIBUCION BINOMIAL

- Modelo, Ejercicio 3
- Junio, Ejercicio 3B.c

emestrada

En un experimento aleatorio se sabe que un suceso A verifica que $p(A) = 0.8$. Si se realiza dicho experimento 6 veces, halle la probabilidad de que:

i) El suceso A ocurra exactamente cuatro veces.

ii) El suceso A ocurra al menos cuatro veces.

iii) El suceso A no ocurra en ninguna ocasión.

iv) El suceso A ocurra menos de tres veces sabiendo que ha ocurrido al menos en una ocasión.

SOCIALES II. 2026 MODELO. EJERCICIO 3

R E S O L U C I Ó N

Es una distribución binomial en la que $n = 6$ y la probabilidad de éxito $p = 0.8$. $B(6, 0.8)$

$$i) p[X = 4] = \binom{6}{4} (0.8)^4 (0.2)^2 = 0.24576$$

ii)

$$\begin{aligned} p[X \geq 4] &= p[X = 4] + p[X = 5] + p[X = 6] = \\ &= \binom{6}{4} (0.8)^4 (0.2)^2 + \binom{6}{5} (0.8)^5 (0.2)^1 + \binom{6}{6} (0.8)^6 (0.2)^0 = \\ &= 0.24576 + 0.393216 + 0.262144 = 0.90112 \end{aligned}$$

$$iii) p[X = 0] = \binom{6}{0} (0.8)^0 (0.2)^6 = 0.000064$$

iv) Nos piden calcular $p[(X < 3) / (X \geq 1)]$. Utilizamos el teorema de Bayes

$$p[(X < 3) / (X \geq 1)] = \frac{p[(X < 3) \cap (X \geq 1)]}{p[(X \geq 1)]} = \frac{p[(X = 2) \cup (X = 1)]}{p[(X \geq 1)]}$$

Calculamos

$$\begin{aligned} p[(X = 2) \cup (X = 1)] &= p[X = 2] + p[X = 1] = \binom{6}{2} (0.8)^2 (0.2)^4 + \binom{6}{1} (0.8)^1 (0.2)^5 = \\ &= 0.01536 + 0.001536 = 0.016896 \end{aligned}$$

$$p[X \geq 1] = 1 - p[X = 0] = 1 - \binom{6}{0} (0.8)^0 (0.2)^6 = 1 - 0.000064 = 0.999936$$

$$\text{Luego: } p[(X < 3) / (X \geq 1)] = \frac{p[(X = 2) \cup (X = 1)]}{p[(X \geq 1)]} = \frac{0.016896}{0.999936} = 0.016897$$

- c) Si el experimento se realiza 1350 veces de forma independiente:
i) Determine la distribución de la variable aleatoria X : "Número de veces que ocurre B ".
ii) Calcule la probabilidad de que B ocurra a lo sumo 580 veces, pero más de 499 veces.
SOCIALES II. 2026 JUNIO. EJERCICIO 3B.c

R E S O L U C I Ó N

c) X : "Número de veces que ocurre B ".

Se trata de una distribución binomial: $B(1350, 0'4)$

Se puede aproximar a una normal ya que:

$$\begin{cases} \mu = n \cdot p = 1350 \cdot 0'4 = 540 \\ \sigma = \sqrt{n \cdot p \cdot q} = \sqrt{540 \cdot 0'4 \cdot 0'6} = 18 \end{cases} \rightarrow B(1350, 0'4) \rightarrow N(540, 18)$$

Aplicando la corrección de Yates y tipificando, tenemos que:

$$\begin{aligned} p(499 < X \leq 580) &= p(499'5 < X' \leq 580'5) = p\left(\frac{499'5 - 540}{18} \leq Z \leq \frac{580'5 - 540}{18}\right) = \\ &= p(-2'25 \leq Z \leq 2'25) = p(Z \leq 2'25) - p(Z \leq -2'25) = p(Z \leq 2'25) - [1 - p(Z \leq 2'25)] = \\ &= 0'9878 - [1 - 0'9878] = 0'9756 \end{aligned}$$