

MATEMÁTICAS II

TEMA 2: SISTEMAS DE ECUACIONES LINEALES

- Junio, Ejercicio 3.1

emestrada

Considera el sistema 
$$\begin{cases} 3x - y = a^2 \\ (1-a)y + 2z = 0 \\ 4y + (3-a)z = a-5 \end{cases}$$

a) Calcula  $a$  para que el sistema sea compatible indeterminado.

b) Resuelve el sistema, si es posible, para  $a = 0$ .

**MATEMÁTICAS II. 2026. JUNIO. EJERCICIO 3.1**

### RESOLUCIÓN

a) Calculamos el determinante de la matriz de los coeficientes y lo igualamos a cero

$$|A| = \begin{vmatrix} 3 & -1 & 0 \\ 0 & 1-a & 2 \\ 0 & 4 & 3-a \end{vmatrix} = (3-3a)(3-a) - 24 = 3a^2 - 12a - 15 = 0 \Rightarrow a = 5 ; a = -1$$

Calculamos el rango de la matriz de los coeficientes y de la ampliada y hacemos la discusión del sistema.

Para  $a = -1 \Rightarrow \begin{vmatrix} 3 & -1 \\ 0 & 2 \end{vmatrix} = 6 \neq 0 \Rightarrow R(A) = 2$ ; Para  $a = -1 \Rightarrow \begin{vmatrix} 3 & -1 & 1 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 4 & -6 \end{vmatrix} = -36 \neq 0 \Rightarrow R(M) = 3$

Para  $a = 5 \Rightarrow \begin{vmatrix} 3 & -1 \\ 0 & -4 \end{vmatrix} = -12 \neq 0 \Rightarrow R(A) = 2$ ; Para  $a = 5 \Rightarrow \begin{vmatrix} 3 & -1 & 25 \\ 0 & -4 & 0 \\ 0 & 4 & 0 \end{vmatrix} = 0 \Rightarrow R(M) = 2$

	R(A)	R(M)	
$a = -1$	2	3	Sistema incompatible
$a = 5$	2	2	Sistema compatible indeterminado
$a \neq 2$ y $1$	3	3	Sistema compatible determinado

b) Resolvemos el sistema para  $a = 0$ , el sistema que tenemos que resolver es:

$$\left. \begin{aligned} 3x - y &= 0 \\ y + 2z &= 0 \\ 4y + 3z &= -5 \end{aligned} \right\}$$

Lo resolvemos por Gauss

$$\left( \begin{array}{cccc} 3 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & 0 \\ 0 & 4 & 3 & -5 \end{array} \right) \xrightarrow{F_3 - 4F_2} \left( \begin{array}{cccc} 3 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & -5 & -5 \end{array} \right) \rightarrow \left. \begin{aligned} 3x - y &= 0 \\ y + 2z &= 0 \\ -5z &= -5 \end{aligned} \right\} \rightarrow x = -\frac{2}{3} ; y = -2 ; z = 1$$