

MATEMÁTICAS II

TEMA 3: ESPACIO AFIN Y EUCLIDEO

- Junio, Ejercicio 2

emestrada

Considera los puntos $A(1,2,0)$, $B(2,m,1)$, $C(3,4,2)$ y $D(1,-1,m)$.

a) Halla los valores de m para los cuales los puntos anteriores son coplanarios

b) Para $m = 1$, calcula el área del triángulo de vértices A, B, C y el volumen del tetraedro de vértices A, B, C, D .

MATEMÁTICAS II. 2026. JUNIO. EJERCICIO 2

R E S O L U C I Ó N

a) Si los 4 puntos son coplanarios, los vectores: $\vec{AB} = (1, m-2, 1)$; $\vec{AC} = (2, 2, 2)$ y $\vec{AD} = (0, -3, m)$ son linealmente dependientes, luego:

$$\begin{vmatrix} 1 & m-2 & 1 \\ 2 & 2 & 2 \\ 0 & -3 & m \end{vmatrix} = 0 \Rightarrow 2m - 6 + 6 - 2m^2 + 4m = 0 \Rightarrow -2m^2 + 6m = 0 \Rightarrow \begin{cases} m = 0 \\ m = 3 \end{cases}$$

b) Si $m = 1 \Rightarrow \vec{AB} = (1, -1, 1)$ y $\vec{AC} = (2, 2, 2)$. Aplicamos la fórmula que nos da el área del triángulo:

$$S = \frac{1}{2} |\vec{AB} \wedge \vec{AC}| =$$

$$\frac{1}{2} \text{módulo} \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 1 & -1 & 1 \\ 2 & 2 & 2 \end{vmatrix} = \frac{1}{2} \text{módulo} (-4, 0, 4) = \frac{1}{2} \sqrt{(-4)^2 + 0^2 + 4^2} = \frac{1}{2} \sqrt{32} = \frac{4\sqrt{2}}{2} = 2\sqrt{2} u^2$$

Si $m = 1 \Rightarrow \vec{AB} = (1, -1, 1)$; $\vec{AC} = (2, 2, 2)$ y $\vec{AD} = (0, -3, 1)$, luego, el volumen del tetraedro será:

$$V = \frac{1}{6} \begin{vmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 2 & 2 & 2 \\ 0 & -3 & 1 \end{vmatrix} = \frac{1}{6} |2 - 6 + 2 + 6| = \frac{4}{6} = \frac{2}{3} u^3$$