EMESTRADA
EXÁMENES DE SELECTIVIDAD

PROBLEMAS RESUELTOS
SELECTIVIDAD ANDALUCÍA
2026

MATEMÁTICAS II

TEMA 5: INTEGRALES

- Junio, Ejercicio 4.1

Dada la función $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ definida por: $f(x)=\dfrac{8e^{x}-4e^{2x}}{1+e^{x}}$, halla la primitiva de f cuya gráfica tiene por tangente a la recta $y=2x+12\ln 2$ en el punto de abscisa $x=0$.
(Sugerencia: puedes hacer el cambio $e^{x}=t$)
MATEMÁTICAS II. 2026. JUNIO. EJERCICIO 4.1

R E S O L U C I Ó N

Hacemos el cambio: $e^{x}=t\Rightarrow e^{x}dx=dt\Rightarrow dx=\dfrac{dt}{t}$ y sustituimos:

$$F(x)=\int\frac{8e^{x}-4e^{2x}}{1+e^{x}}\,dx=\int\frac{8t-4t^{2}}{1+t}\cdot\frac{dt}{t}=\int\frac{8-4t}{1+t}\cdot dt$$

Dividimos los dos polinomios y descomponemos la integral en:

$$F(x)=\int\frac{8-4t}{1+t}\cdot dt=\int -4\cdot dt+\int\frac{12}{1+t}\cdot dt=-4t+12\ln\left|1+t\right|=-4e^{x}+12\ln\left|1+e^{x}\right|+C$$

Calculamos una primitiva cuya recta tangente en $x=0$ es $y=2x+12\ln 2$.

Calculamos la recta tangente en $x=0$

$$\left.\begin{array}{l}F(0)=-4+12\ln 2+C\\ F'(x)=-4e^{x}+12\dfrac{e^{x}}{1+e^{x}}\Rightarrow F'(0)=-4+6=2\end{array}\right\}\Rightarrow y-F(0)=F'(0)\cdot(x-0)\Rightarrow y+4-12\ln 2-C=2(x-0)\Rightarrow$$
$$\Rightarrow y=2x-4+12\ln 2+C$$

Comparándola con la que nos dan, vemos que: $-4+12\ln 2+C=12\ln 2\Rightarrow C=4$

Luego, la primitiva que nos piden es: $F(x)=-4e^{x}+12\ln\left|1+e^{x}\right|+4$